وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الزيتونة

مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان
مخبر الفكر الإسلامي وتحولاته وبناء الدولة الوطنية في تونس

الرياضيات وتطبيقاتها في الحضارة الإسلامية بالغرب الإسلامي

أعمال الندوة العلمية الدولية التي نظّمها مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان بالتعاون مع مركز الدراسات والبحوث الاقتصادية والاجتماعية، وجمعية رياضيات وتطبيقات، ومخبر المذاهب الدينية بالمغرب الإسلامي وعلم الأديان.

8 و9 أكتوبر 2024

المطبعة الرسميّة للجمهورية التونسية

منشورات مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان

2025

ISBN 978-9973-928-36-8

الرياضيات وتطبيقاتها
في الحضارة الإسلامية بالغرب الإسلامي

أعمال الندوة العلمية الدولية يومي 08 09 أكتوبر 2024

اللجنة العلمية :

أ. مراد بالأسود : (مدير ديوان وزارة التعليم العالي والبحث العلمي والمدير العام للبحث العلمي)

أ. يوسف بن عثمان : (المدير العام للسيراس)

أ. البشير عبداللاوي " (مدير مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان)

أ. احميدة الهادفي : (وزارة التربية)

أ. الفاضل عادل : (رئيس جمعية رياضيات وتطبيقات)

أ. محمد السالمي : (جامعة سوسة)

أ. محمد الحبيب العلاني : (مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان – جامعة الزيتونة)

أ. المهدي عبد الجواد : (جامعة تونس)

أ. نور الدين السافي : (معهد يعقلون – الدمام)

أ. يوسف السهيلي : (جامعة الزيتونة)

الكتابة : نجوى النقازي

الفـــهرس

تقديم مدير مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان

اهتمّ المسلمون بعلم الرياضيات منذ أواخر القرن السابع الميلادي، حين أمر الخليفة أبو جعفر المنصور سنة 153 هـ / 770 م بجلب أولى النصوص الهندية في الفلك والحساب إلى بغداد. وفي القرن الثامن، تمّ تأسيس "بيت الحكمة" (دار الترجمة) في بغداد، التي عملت على نقل الأعمال الهندية واليونانية في مجال الرياضيات.

وفي القرن التاسع، بدأت بوادر الابتكار الحقيقي في علم الرياضيات مع الخوارزمي (164هـ / 780م – 232هـ / 850م)، الذي ألّف كتابه الشهير "الجبر والمقابلة"، واضعًا الأساس لهذا العلم. ثم توالت ابتكارات العلماء المسلمين، فبرز ثابت بن قرة (224هـ / 836م – 288هـ / 901م) من خلال كتابه "التحليل الهندسي". كما ساهم ابن الهيثم (354هـ / 965م – 430هـ / 1040م) في تطوير مفاهيم الجبر والهندسة، في حين قدّم عمر الخيام (440هـ / 1048م – 526هـ / 1131م) إضافات مهمة في كتابه "المختصر في حساب الجبر والمقابلة ".

ولم يكن الغرب الإسلامي بمنأى عن هذه التطورات، فقد برز فيه عدد من العلماء الذين اهتموا بعلم الرياضيات وأبدعوا فيه. من أبرزهم:

- أبو إسحاق إبراهيم الزرقالي، الذي عاش بين طليطلة وقرطبة، في الفترة (420هـ / 1029م – 480هـ / 1087م). اشتهر بعلم العدد، وقدم إسهامات بارزة في علم الفلك.
- عبد الله بن محمد بن حجاج الأرديني، المعروف بابن الياسمين، وتوفي في مراكش سنة (601هـ / 1204م). عُرف بإلمامه بعلم المنطق، والعدد، والهندسة، واشتهر بأرجوزته في حل المعادلات الجبرية.
- أبو بكر الحصّار في مطلع القرن السابع الهجري / الثاني عشر الميلادي.
- ابن البناء المراكشي (1256م – 1321م)، وكان من أبرز علماء الحساب في عصره.
- أبو الحسن بن علي القلصادي الأندلسي، وُلد ببسطة في الأندلس سنة (815هـ / 1418م تقريبًا)، وهاجر آخر حياته إلى باجة بإفريقية، حيث تُوفي سنة (891هـ / 1486م). اشتهر باستخدام الرموز الجبرية، وكان له إسهام مميز في علم الفرائض وتقسيم المواريث.

وغير هؤلاء الأعلام، برز العديد من العلماء الذين ساهموا في ازدهار علم الرياضيات في الغرب الإسلامي.

وقد أسهم الباحثون المشاركون في هذه الندوة العلمية، الموسومة بـ "الرياضيات وتطبيقاتها في الحضارة الإسلامية بالغرب الإسلامي"، في الكشف عن عدد من هؤلاء الأعلام وإبداعاتهم المتنوعة.

ومن خلال ذلك، يتبيّن أن المسلمين قد اكتسبوا مهارات فريدة في الترجمة، والإبداع التجريبي، ووضع الأسس المتينة لعلم الجبر والمثلثات، وتبسيط الحساب، وتطبيق الرياضيات في مجالات الفلك والهندسة والمنطق وعلم المواريث.

ولم يقتصر هذا الاهتمام على حدود المعرفة النظرية، بل شكّل إرثًا علميًّا مهمًّا ساهم في مسيرة تطوّر العلوم عالميًّا؛ إذ استمرت كتب الخوارزمي وغيره من العلماء باعتبارها مراجع أساسية في الجامعات الأوروبية حتى القرن السادس عشر.

إنّ تطوّر الرياضيات في شرق العالم الإسلامي وغربه لم يكن هدفه نظريًا فحسب، بل كان وظيفيًا أيضًا؛ إذ استُخدمت الرياضيات في معالجة المسائل التي كانت تُطرح داخل المجتمع.

ومن أبرز مجالات توظيفها: علم المواريث، حيث استخدم العلماء الجبر لحلّ المسائل العملية المتعلقة بتقسيم الإرث وفقًا لأحكام القرآن الكريم، وهي مسائل تتطلّب حل معادلات خطية لتحديد أنصبة الورثة بدقة.

كما وظّف المسلمون الرياضيات في الفلك والملاحة، فطوّروا علم المثلثات الكروية باستخدام قوانين الجيب والظل، مما مكّنهم من تحديد المواقع الفلكية، وحساب المواقيت بدقة، سواء لأغراض فلكية أو دينية، كأوقات الصلاة.

كذلك استُخدمت الرياضيات في قياس خطوط الطول والعرض، والمسافات بين المدن، وتحديد اتجاه القبلة، كما فعل البيروني حين قاس نصف قطر الأرض اعتمادًا على حسابات هندسية دقيقة.

ولم تقف التطبيقات عند ذلك، بل شملت أيضًا استخدام الهندسة في بناء المساجد والجسور والقصور، وفي تصميم الزخارف الهندسية المعقدة.

كما استخدم العلماء الرياضيات في تصميم الساعات المائية والشمسية، وفي تنظيم ساحات المساجد وفق معايير حسابية دقيقة.

ومن التطبيقات اللافتة أيضًا، استخدام الكندي لأسلوب التحليل بالتكرار في فك الرسائل المشفّرة، وهو ما يُعدّ من أوائل التطبيقات المعروفة للإحصاء والتشفير في التاريخ.

لقد كان أثر تطوّر الرياضيات في الحضارة الإسلامية عميقا في النهضة الأوروبية، التي انطلقت في القرن الرابع عشر واستمرت حتى القرن السابع عشر، وذلك من خلال حركة الترجمة والنقل والتطوير. فقد انتقلت إلى الغرب مفاهيم رياضية عديدة طوّرها العلماء المسلمون، وأسهمت بشكل كبير في تقدّم العلوم الحديثة.

ونأمل أن يجد القارئ في محاضرات هذه الندوة ما يفيده، ويجيب عن بعض تساؤلاته في هذا الموضوع. كما نأمل، في "مخبر الفكر الإسلامي وتحولاته وبناء الدولة الوطنية في تونس"، وبالتعاون مع المؤسّسات المختصة، أن نتمكّن من معالجة مواضيع أخرى تُبرز ثراء التراث الإسلامي، وتسهم في إبراز إسهاماته في تشكيل الحضارة الحديثة.

بشير عبداللاوي

مدير مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان

تقديم الدكتور الفاضل عادل

الدّراسات الإسلاميّة والرّياضيّات!

احتضن مركز الدّراسات الإسلامية بالقيروان يومي 8 و9 أكتوبر من سنة 2024 ندوة دوليّة حول "الرياضيات وتطبيقاتها في الحضارة الإسلامية بالغرب الإسلامي".

وقد نظّمها المركز باقتدار مشتركا في ذلك مع جمعيّة "رياضيّات وتطبيقات" و"مركز الدّراسات والبحوث الاقتصادية والاجتماعية بتونس" وشهدت مشاركة واسعة لعديد الباحثين من تونس ومن خارجها وحضرها العديد من المهتمين بدراسة تاريخ الرياضيات وتطبيقاتها وتخلّلت أشغالها مسابقة في الألعاب الرياضيّة موجّهة لليافعين (بين 11 و12 سنة) توّج فيها الفائزون الثلاثة الأول بجوائز قيّمة وأسندت شهائد تقديرية لبقية المشاركين.

ولسائل أن يسأل عن علاقة الدّراسات الإسلامية بالرياضيّات وهو محقّ في ذلك إذ يبدو للوهلة الأولى أن هناك بونا شاسع بين المجالين، غير أنّه بعد الدراسة والتمحيص يتبيّن لنا عكس ذلك وتنجلي لنا علاقة ترابط وثيق وتفاعل مستمر على مدى عدة قرون أدى إلى ازدهار كليهما.

وسوف أحاول بطريقة مقتضبة تبيان هذه العلاقة ويمكن لمن أراد التوسّع الدخول إلى محتويات المداخلات التي ألقيت في هذه الندوة. وقد توخّينا في تناول هذه العلاقة العديد من الأبعاد:

البعد التاريخي:

تعتبر الفترة الممتدّة من القرن الثامن ميلادي إلى القرن الخامس عشر فترة ذهبية للحضارة الإسلامية حيث امتدّ النفوذ الإسلامي من شرق آسيا إلى غرب أوروبا وكادت الفتوحات الإسلامية في شرق أوروبا أن تلتقي بالفتوحات في غربها. كما شهدت الدولة الإسلامية نهضة شاملة اقترنت بتطور الترجمة وتنوع المؤلفات وتشجيع البحث العلمي. وكان لعلماء ذلك العصر تكوين شمولي يجمع بين التكوين الشرعي في علوم الدين والتكوين الفلسفي والتكوين في علوم المنطق والرياضيات والفلك والهندسة والطب مما شجع على ربط الرياضيات بتطبيقاتها المختلفة. كما أن اتساع العالم الإسلامي قد ألغى الحدود بين الأجناس وذابت الأعراق داخل الحضارة الواحدة واندمج

الصينيون والهنود والروس بالفرس والأتراك والأكراد والعرب والأوروبيين مما شجّع على تلاقح الأفكار وتكامل التجارب والثقافات.

ومن ناحية أخرى فقد تيسّر التنقل بين أرجاء البلاد الإسلامية وخاصة عند مرافقة قوافل الحج أو التجارة مما سهّل انتقال العلماء من مكان إلى آخر كما سهّل التنقل لطلب العلم أو للتدريس بين غرب البلاد وشرقها.

البعد الابستيمولوجي:

كانت الحضارة الإسلامية بيئة حاضنة للعلوم، ومثل مجال تقسيم المواريث مثلا، موضوعا للبحث، بحكم تعقيده واحتوائه على العديد من الكسور والنسب. وهو مجال بحث قد لا يتوفر لغير المنتمين إلى الحضارة الإسلامية. كما كان يضطرّ الباحث في جميع الفرضيات في الإرث إلى استعمال أشخاص افتراضيين وربما كان ذلك من دوافع إدخال الحروف في علم الجبر عن طريق "القلصادي" المختص أساسا في علم الفرائض.

أما التطور العمراني وتطور بناء الجسور والقصور والمسابح والمنتجعات وحاجة ذلك إلى بحوث تدعمها فربما كان من أهم الدوافع لتطور الهندسة وبروز هذا الاختصاص ونموه لدى الرياضياتيين المسلمين.

كما أن تطور علم الفلك لم يأت من فراغ، بل كان استجابة لحاجيات الواقع الإسلامي لتحديد مواقيت الصلاة وبدايات الشهور القمرية.

البعد التّعليمي:

لقد تجاوبت اللغة العربية مع الحاجيات العلمية لثرائها ودقتها وبلاغتها. فلم يجد العلماء في كافة البلاد الإسلامية صعوبة في التعبير عن المصطلحات العلمية أو الجمل الرياضياتية بل وأبدعوا في التعبير عن المحتويات العلمية في الأدب والشعر والأراجيز مما سهّل انتقالها بسرعة ودقة بين جميع أرجاء العالم الإسلامي وحتى الغربي.

وقد كان للمساجد دور اساسي في النهضة التعليمية إذْ كانت تعج بالطلاّب والمدرّسين، ولم تقتصر حلقات التدريس على العلوم الشرعية بل شملت جميع العلوم الأخرى وقد تخرج أغلب العلماء من المساجد.

كما ازدهرت في البلاد الإسلامية حركة الترجمة والوراقة ونسخ الكتب وبيعها كما انتشرت المكتبات والمؤسسات التعليمية التي كانت توفر التدريس والمبيت والإعاشة لروادها.

كل هذه العوامل مثلت مجتمعة أسباب النهضة العلمية في البلاد الإسلامية وتصدرها العالم لقرون عدة وقامت بدورها في نقل العلوم وتطويرها وتمريرها للغرب الذي بنى عليها نهضته. وما كان للرياضيات والعلوم عامة أن تصل إلى ما وصلت إليه اليوم لولا الدور الكبير للحضارة الإسلامية.

وحري بنا أن نعطي الفرصة للناشئة للاطّلاع على هذا الدور الذي لعبته الحضارة الإسلامية مما قد يحفزهم ويدفعهم إلى العمل على اكتساب المعرفة وربما استعادة الريادة في تملّك العلوم عامة والرياضيات خاصة وتطويرها. ولذلك فقد حرصنا على إيجاد صيغة لتشريك الناشئة في هذه الندوة من خلال تنظيم مسابقة في الألعاب الرياضياتية للتلاميذ بين 11 و13 سنة تتم في مقرّ المركز وتتيح للتلاميذ حضور بعض أشغال الندوة ويقع تكريمهم من قبل الباحثين المشاركين مما يمثل لهم دافعا لمزيد الاجتهاد والتحصيل العلمي ويبرهن لهم أن الحضارة الإسلامية ليست رمزا للتخلف والانغلاق كما يحاول أعداؤها إشاعته إنما هي رمز للتنور، والتطور واكتساب المعارف والعلوم.

الفاضل عادل
باحث في تعلّميّة الرّياضيّات
متفقد عام خبير في التربية
رئيس جمعيّة رياضيّات وتطبيقات
منسّق المتفقدين العامّين الخبراء بوزارة التربية

تقديم الأستاذ حميدة الهادفي

نظم مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان بالاشتراك مع مركز الدراسات والبحوث الاقتصادية والاجتماعية بتونس ومخبر الفكر الإسلامي وتحولاته في تونس ومخبر المذاهب الدينية بالمغرب الإسلامي وعلم الأديان وجمعية رياضيات وتطبيقات ندوة علمية دوليّة حول الرياضيات وتطبيقاتها في الحضارة الإسلامية بالغرب الإسلامي يوما 8 و9 أكتوبر 2024.

شارك في هذه الندوة مجموعة من الأساتذة والباحثين في تاريخ الرياضيات العربية من تونس وفرنسا. وغطّت محاور النّدوة جملة من المواضيع المتعلّقة بالرياضيات العربية سوى النظريّة أو التطبيقيّة، وشملت مواضيع مثل : التحليل التوافيقي- الخوارزميات - ترجمة النصوص الرياضية العربية إل الفرنسية - دور الرياضات في علوم المواقيت والفرائض والمعاملات - تحليل نصوص رياضية.

وشرفنا الأستاذ أحمد جبار بافتتاح أعمال النّدوة بإلقاء محاضرة قيّمة حول العلوم العربيّة في الحضارة الإسلاميّة.

نشكر كلّ المساهمين في إنجاح أعمال الندوة من أساتذة وباحثين، وموظّفي المركز.

راجع ثلة من الأساتذة الأوراق المقدمة للنّشر، ومدّوا أصحابها بجملة من الملاحظات، وخيّرنا نشر النصوص المعدّلة، دون أيّ تدخل تعميما للفائدة.

نختتم أعمال الندوة بإصدار فعالياتها.

القسم العربي

ظهور وتطور النشاطات العلمية في الحضارة العربية الإسلامية: مثال علوم الرياضيات والفلك[1]

أحمد جبَّار

أستاذ شرفي بجامعة ليل (فرنسا)

عضو مؤسس للأكاديمية الجزائرية للعلوم والتكنولوجيات

أصبحت ضرورة التعرف على تاريخ العلوم وإدراجه في التعليم لا تحتاج إلى برهان. إلا أن الاتجاه العام للباحثين والمدرسين هو تفضيل الاهتمام بالإنتاج العلمي للقرون الأربعة الأخيرة، للتحولات العميقة التي أحدثتها في الميدان المعرفي، وكذلك للمشاكل والقضايا التي تركتها للباحثين (بعضها لا يزال بدون حل إلى اليوم). زيادة على هذا، فإن العلوم الحديثة تطورت في أوربا وبشكل عام في المحيط الثقافي الغربي. لذلك فإن تاريخ العلوم حافظ على بعض المفاهيم وكذلك على بعض الأحكام المسبقة التي يمكن نعتها بالوسطية الأوربية [Eurocentrisme].

أما بالنسبة للألفي سنة السابقة من النشاط العلمي والتي هي من بين العوامل التي مهدت الطريق للنهضة الأوربية، فإنها كانت تختزل في المرحلة اليونانية التي لم تكن تتعدى القرن السادس والتي، بالرغم من أهميتها، لا يمكنها لوحدها أن تخلق الديناميكية اللازمة لإحياء النشاط العلمي الذي كان في حالة ركود في أوربا، ما بين القرنين الثامن والثاني عشر.

فإذا نحن أخذنا العلوم العربية الإسلامية كمثال، فإننا مضطرين إلى الاعتراف بأن الجهود التي بُذلت لوضع تاريخ تلك العلوم في متناول القراء ما زالت غير كافية بالرغم من المطبوعات التي يتزايد عددها يوما بعد يوم، وذلك لأن بعض المؤلفين مستمرون، بوعي أو بدون وعي، في التقليل من الدور الذي لعبه علماء غير أوربيين في تطور مختلف المجالات العلمية.

---

[1] نقل هذه المقالة، من الفرنسية إلى العربية، الأستاذ محمد أبلّاغ.

رغم هذا، فإن الهدف الرئيسي لهذه المقالة المتواضعة ليس هو هدم الأحكام المسبقة التي تعتبر من ثوابت عدد معتبر من الدراسات المبسطة المقامة حول العلوم العربية، كما أنها لا تهدف أيضا للتقليل من المبالغات الكبيرة لبعض المؤرخين أو المبسِّطين العرب. هدفنا هو إطلاع القارئ على أهم النتائج التي وصلت إليها الأبحاث خلال العقود الثلاثة الأخيرة حول الملامح الأساسية للإبداع داخل الرياضيات في الفترة الممتدة بين القرنين الثامن والخامس عشر، أي تلك التي ازدهرت فيها هذه العلوم عند العرب والمسلمين. كما سنحاول الكشف عن الأسباب الداخلية والخارجية التي ساعدت على ظهور هذا النشاط، وعن تلك التي ساهمت في تقييده، آخذين في نفس الوقت بعين الاعتبار العلاقات المتبادلة القائمة، أو حتى المفترضة، بين العلوم المختلفة التي نشأت وتطورت داخل الحضارة العربية الإسلامية من جهة وبين هذه العلوم وبيئتها الاجتماعية والثقافية والاقتصادية من جهة ثانية.

عوامل الإبداع

من البديهي أن نقر بأنه لا يمكن أن يتحقق أي إبداع داخل علم ما دون وجود تقليد سابق عليه. والعلم عند العرب لا يشكل حالة استثناء في هذا المجال. لذلك نرى أنه من الضروري أن نذكّر بالمستوى الرفيع الذي وصلت إليه الرياضيات قبل القرن الثامن حتى نقدّر على حقيقتها طبيعة الإنجازات الجديدة التي قام بها الرياضيون العرب والمسلمون وأهميتها وتأثيرها.

فإذا نحن اعتمدنا بالدرجة الأولى على شهادات العلماء أنفسهم، كالبيروني (ت 1048م) مثلا[1]، وعلى عناوين المؤلفات العلمية التي ترجمت إلى اللغة العربية والتي نقلت إلينا عن طريق مؤلفي كتب التراجم والطبقات العرب، كابن النديم (ت 995م) وابن القِفْطي (ت 1248م) وابن أبي أصَيْبِعَة (ت 1269م)[2] ، فإننا يمكن أن نقدم مجموعة من الملاحظات نلخصها فيما يلي :

الملاحظة الأولى هي أنه، بالرغم من أهميته الكمية والكيفية، فإن التراث العلمي اليوناني لم يُشكل لوحده الأساس الذي قام عليه العلم في المرحلة العربية الإسلامية الكلاسيكية . بل لابد لنا

[1] البيروني: **القانون المسعودي**، حيدر أباد، 1954-1956. أنظر كذلك :

Al-Biruni : *Fi rashikat al-Hind*, B. A. Rosenfeld (trad.). In *Histoire des sciences et des techniques dans les pays d'Orient*, Moscou, fasc. III, 1963.

[2] ابن النديم : **الفهرست**، تحقيق رضا تجدد، طهران، 1971. ابن القفطي: **إخبار العلماء بأخبار الحكماء**، دار الآثار، بيروت (بدون تاريخ). ابن أبي أصيبعة : **عيون الأنباء في طبقات الأطباء**، دار الثقافة، بيروت، 1979.

من أن نضيف التراث الفلكي الفارسي [1] وبصفة أخص التراث الفلكي الهندي، الذي نقل إلى العرب والمسلمين بواسطة كتب **السند هند**[2]، وكذلك التقنيات الحسابية الهندية المبنية على النظام العشري وعلى مفهوم الصفر.

نستطيع أن نضيف إلى هذين المصدرين غير اليونانيين مصدرًا ثالثا وهو الذي يتمثل في المعارف الرياضياتية والفلكية البابلية. فالتحليل المقارن لبعض النصوص العربية، وبصفة خاصة تلك التي تتناول وسائل الحساب الصحيح أو التقريبي وخوارزميات حل المعادلات، يُؤكد بوضوح علاقة التقليد البابلي بالنشاط الحسابي العربي اللاحق.

وهناك، في الأخير، كل التقاليد الحسابية المحلية المرتبطة بالأنشطة الاقتصادية كتقنيات مسح الأراضي وحساب اليد (أو حساب الأصابع) والحساب الهوائي. ومن المعروف أن الممارسة الحسابية اليومية كانت وراء دوام بعض مظاهر تلك التقاليد بالرغم من انتشار النظام العشري الهندي، الشيء الذي جعل الرياضياتيين أنفسهم يدرسون هذه الوسائل ويبحثون لها عن أسس نظرية.

لكن هذا كله لا يمنعنا من التأكيد بأن أهم تراث في المجال الرياضياتي، للفترة التي ما قبل الإسلام، هو التراث اليوناني الذي سيصبح في متناول الرياضياتيين العرب، سواء عن طريق ترجمة الكتب اليونانية مباشرة إلى اللغة العربية أو عن طريق غير مباشر، من خلال نقل سرياني لبعض النصوص، خاصة في ميداني الطب والفلسفة[3].

ونعتقد أنه من المفيد الإدلاء ببعض الملاحظات المتعلقة بالعلاقات بين حدث الترجمة ومظاهر النشاط العلمي في دار الإسلام. فبعض المؤلفات الأساسية حظيت بترجمات متعددة كما خضعت أبوابها وأشكالها لتحسينات مختلفة. فهو الأمر الذي تمّ، على سبيل المثال، بالنسبة

---

[1] حسب ابن النديم (نفس المصدر، ص 305)، نقل علي بن يزيد التميمي إلى العربية جداول فلكية فارسية عنوانها **زيج شهريار**.

[2] البيروني: **كتاب تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذولة**، حيدرأباد، 1958. أنظر أيضا:

A. Djebbar : *Le phénomène de traduction et son rôle dans le développement des activités scientifiques en pays d'islam*, in S. Önen & C. Proust : *Les Écoles savantes en Turquie, Sciences, philosophie et arts au fil des siècles*, Actes des journées d'Ankara (24-29 Avril 1995), Istanbul, Editions Isis, 1996, pp. 93-112.

[3] من بين أولى ا لترجمات الرياضياتية، يمكننا أن نذكر تلك التي قام بها محمد الفزاري ابتداء من سنة 773 والتي خصّت نصوص فلكية هندية. ثم استمرت الترجمة حسب الحاجيات طيلة القرن التاسع الميلادي وحتى منتصف القرن العاشر، كما تشهد بذلك ترجمة قسطا بن لوقا لكتاب **الأرثماطيقى** لديوفنطس.

لكتاب الأصول لأقليدس (ق 3 ق م) الذي ترجم مرتين من قبل الحجاج بن مَطَر (ت 830م) ثم مرة ثالثة من قبل إسحق بن حنين (ت 910م). وهو نفس الأمر بالنسبة **لكتاب المَجِسطي** لبَطْلَمْيوس (ت 168م)[1] **ولكتاب المخروطات** لأبولونيوس (ق 3 ق م) [2].

لقد نتجت هذه التحسينات المتتالية عن هاجس الدقة التي توخاها العلماء العرب كما أنها تعكس تقدما مزدوجا : الأول متعلق بتقدم الرياضيات والثاني خاص باللغة العربية نفسها. وبما أننا سنفصل القول فيما بعد عن الحدث الأول، فلنتحدث قليلا عن الحدث الثاني الخاص باللغة العربية.

لكي نحلل بكيفية جيّدة تطور اللغة العلمية ابتداء من القرن الثامن الميلادي، من الواجب القيام بدراسة مقارنة للنصوص التي تنتمي إلى مراحل مختلفة من تطور العلوم العربية. وهذا ما بدأ به بالفعل بعض الباحثين ومن بينهم الأستاذ محمد سويسي الذي ألقى الضوء، في أطروحته **لغة الرياضيات بالعربية** على تطور المصطلحات العلمية كاشفا عن قدرة اللغة العربية على تسمية الأشياء الرياضياتية وصياغة مفاهيم جديدة انطلاقا من الجذور اللغوية الموجودة[3].

لكن الإمكانيات التي تتوفر عليها لغة ما لا تكفي لوحدها في عملية تطويرها، وبالنسبة للغة العربية هناك حدثان هامان داخل النشاط العلمي كانا أساسيين في تطورها. الأول هو قيام بحث علمي بعقلنته وقواعده وبنياته القائمة الذات، أي ظهور رجال علم قاموا باستكشاف ميادين جديدة ومن ثمة اخترعوا أشياء وأدوات جديدة كما حاولوا، في نفس الوقت، صياغتها في مفاهيم للتعبير عنها ولاستعمالها في نشاطاتهم اليومية.

أما الحدث الثاني والذي لا ينفصل عن الأول، وإن كان ذا بعد اجتماعي أكبر، فهو القيام تدريجيا بإرساء قواعد تعليم سيضل لمدة طويلة ذا مستوى عال وذلك لقدرته على الإدماج السريع للمناهج والنتائج الجديدة، مما ضمن الانتشار للغة العلمية الجديدة.

كما رأينا في هذه العجالة، فإن بروز نشاط علمي بين القرنين الثامن والتاسع قد استفاد، من جهة، بالتراث العلمي القديم الذي كان في متناول العلماء العرب والمسلمين كما استفاد من جهة ثانية بالمكانة التي أصبحت تتمتع بها اللغة العربية، نتيجة كونها تجسد التعبير اللغوي للدين الجديد

---

[1] والذي ترجمه كذلك الحجاج بن مطر ثم اسحق بن حنين فيما بعد. أنظر ابن النديم: **الفهرست**، نفس المرجع، ص 327.

[2] لم يصل للعرب من المقالات الثمانية لهذا الكتاب سوى السبع مقالات الأولى : أربعة منها ترجمها هلال بن أبي هلال الحمصي (ق 9م) والثلاثة الأخرى ترجمها ثابت بن قرة (ت 901م).

[3] M. Souissi : *La langue des mathématiques en arabe*, Tunis, Publications de l'Université de Tunis, 1968.

المنتصر. ولكن لم يكن لهذين العاملين لوحدهما في هذه الفترة أن يحثوا الأفراد المنتمين لثقافات ولغات وديانات مختلفة على الدخول في مغامرة علمية .لأنه، قبل القرن الثامن، كانت هناك بالفعل مراكز علمية صغيرة من جهة، ومن جهة أخرى رجال ونساء متعطشون للمعرفة كانت لهم القدرة والذكاء الكافيين على الابتكار والتجديد لكنهم ظلوا بالرغم من ذلك ولمدة قرون في حالة سبات.

لذا يصبح وكأنه من البديهي القول بأن مجيء الإسلام ثم انتشاره السريع نسبيا هو الذي خلق الشروط الأساسية للقفزة إلى الأمام في مجالات مختلفة كالتجارة ذات الشبكة الدولية الواسعة والتقنيات الصناعية وعلم الكلام وعلم التنجيم والفلسفة والعلوم البحتة. إلا أن هذه البديهية الأولى سيكتنفها الغموض إذا لم يكن هناك تحليل دقيق يتيح لنا الكشف عن العلاقات المتعددة التي نسجت بين مضمون وممارسة الدين الجديد الذي ظهر في مرحلة معينة من تاريخ المجتمعات والمكونات الديناميكية لهذه المجتمعات. وليس الهدف من هذا القول هو التقليل من أهمية العامل الديني بل، بالعكس من ذلك، فالأخذ بالاعتبارات السابقة الذكر سيسمح لنا بأن نوضح أكثر الدور الذي لعبه الإسلام في مرحلته الأولى كمشروع شامل وكمحرك سياسي وثقافي متعدد الأوجه.

وبما أننا لا نتوفر على الوسائل الكافية للقيام بتحليل دقيق وشامل لهذه العوامل المذكورة، فإننا سنكتفي بتقديم بعض العناصر كان لها وزن على الاتجاهات التي سلكها العلماء العرب والمسلمون في ميدان البحث والتدريس.

فعلى المستوى الديني هناك آيات قرآنية متعددة وواضحة وأحاديث نبوية شريفة كان لها، خلال الفترة الأولى للإسلام، دور هام في تشجيع العلوم[1]. وقد تجسد هذا الموقف الإيجابي من العلوم بدعم متين لنشر المعرفة من قبل الخلفاء والأمراء الذين ساهموا في تمويل عملية الترجمة واقتناء الكتب النادرة وتشييد المكتبات العامة ومراكز الرصد الفلكي والمختبرات العلمية والمستشفيات. لقد ركزت كتب التاريخ العربية عن حق على الدور الكبير الذي قام به الخليفة

[1] لقد تم الاعتماد على الآيات القرآنية والأحاديث النبوية المتعلقة بالعلوم، بالمفهوم العام للكلمة، للدفاع عن هذا المجال العلمي أو ذاك في وجه معارضيه. وهو ما يستشف على الخصوص من كتاب ابن الأكفاني الذي جمع عددا كبيرا من الآيات القرآنية التي تبرز ضرورة العلوم. وتكشف حجج هذا المؤلف على أن نقاشا هاما دار في القرن الرابع عشر الميلادي حول أهداف البحث العلمي وتوجهاته. انظر ابن الأكفاني : **إرشاد القاصد إلى أسنى المقاصد**، تحقيق محمود فاخوري، محمد كمال وحسين الصديق، بيروت، مكتبة لبنان ناشرون، 1998، ص 5-8.

العباسي المأمون (813-833م) من خلال تمويله لبيت الحكمة المشهورة التي أنشأها أبوه هارون الرشيد (786-809م)[1]. ويمكن أن نضيف لهذا الخليفة أشخاصا آخرين لم تكن لهم نفس الشهرة لكنهم ساهموا بشكل أو بآخر في ازدهار العلوم. ومن بينهم الأمير الأموي خالد بن يزيد (ت 705م) الذي أسس إحدى أولى المكتبات العلمية العربية كما شجع ترجمة كتب الكيمياء[2]. وفي وقت لاحق كان لوصول ألُغ بَك (1393-1449م) حفيد تيمور لنك (1336-1405م) إلى الحكم، في المناطق الشرقية، الأثر الكبير في إحياء الأبحاث الفلكية بسمرقند. أما في الغرب الإسلامي فإن شخصين فاقا غيرهما في تشجيع ازدهار العلوم، الأول هو الخليفة الأموي الحكم الثاني (961-976م) في الأندلس والثاني هو الخليفة المُوَحِّدي أبو يعقوب يوسف (1163-1184م).

إلا أنه لم يبق، لحسن الحظ، عامل تشجيع العلوم محصورا داخل جدران القصور بل سرعان ما تجاوز ذلك إلى أن أصبح من الأشياء الاعتيادية عند بعض فئات المجتمع. لذلك نجد كثيرا من الخواص كالتجار والمقاولين والعلماء الأثرياء ساعدوا على انتشار العلوم وذلك إما بمساعدة الباحثين أو بصيانة المكتبات أو بالتمويل في حياتهم وحتى بعد مماتهم (عن طريق الوقف) للمنشآت ذات الطابع العلمي الواسع. ومن بين رجال العلم الذين ساهموا بأموالهم هناك رياضياتيون وفلكيون كالإخوة بني موسى وابن أبي منصور[3] في بغداد[4] وابن أبي الرجال في القيروان[5] وأطباء كابن المطران في دمشق[6] وابن النفيس في القاهرة[7].

زيادة على هذا، فإننا إذا نظرنا إلى هذه المسألة عن قرب، فإننا نلاحظ أن هذا التشجيع، مهما كانت أهميته كظاهرة اجتماعية، لم يكن بإمكانه أن ينمو دون وجود بيئة سياسية واقتصادية ملائمة له. غير أن المؤرخين العرب لم يهتموا دائما بالدور الذي لعبته الحياة الاقتصادية ولا التحولات السياسية الكبرى في الفترات التي يؤرخون لها. إلا أنه من الممكن أن نجد في مؤلفاتهم هنا وهناك وقائع وآراء تثبت تأثيرا مباشرا أو غير مباشر لهذين العوامل على النشاط العلمي.

---

[1] من بين الرياضياتيين والفيزيائيين الذين عملوا في بيت الحكمة تحت رعاية الخليفة المأمون، نذكر: الحجاج بن مطر، محمد بن موسى الخوارزمي، الجوهري، سند بن علي، الاخوة بني موسى، الخ.

[2] ابن النديم : **الفهرست**، نفس المرجع، ص 287-298.

[3] F. Sezgin: *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, Band VI, Leiden, Brill, 1978, pp. 136-137

[4] ابن النديم : **الفهرست**، نفس المرجع، ص 303-304.

[5] Ch. Bouyahya : *La vie littéraire sous les Zirides*, Thèse de Doctorat d'Etat, Tunis, S. T. D., 1972, pp. 83-88.

[6] ابن أبي أصَيْبِعة: **عيون الأنباء في طبقات الأطباء**، نفس المرجع، ص 287-298.

[7] خير الدين الزركلي: **الأعلام**، بيروت، دار العلم للملايين، 1980، الجزء الرابع، ص 270-271.

فمن بين القرارات والإنجازات التي كان لها تأثير إيجابي على هذا النشاط العلمي يمكن أن نذكر (زيادة على التمويل المباشر والدعم المعنوي من قبل بعض الحكام): تعريب الخليفة الأموي عبد الملك بن مروان للنقود والوثائق الإدارية، ثم إقامة العبّاسيين، وذلك منذ أواخر القرن الثامن، للمعامل الأولى للورق مدشنين بذلك مجالا اقتصاديا جديدا سيزدهر بسرعة وسيوفر الورق بكميات كبيرة مما سيكون له الأثر الكبير على انتشار العلوم عند فئات واسعة وذلك بمضاعفة عدد الكتب المنتسخة وانتشارها السريع.

وأخيرا، وكما لاحظ ابن خلدون ذلك بحق، فإنه لا يجب التقليل من دور الأزمات السياسية والاقتصادية المحلية أو الإقليمية وأثرها غير المباشر على تقييد الأنشطة العلمية في دار الإسلام ثم تجميدها لمدة قرون. إن البحث بدقة عن أثر هذه الأزمات سيجنبنا الوقوع في بعض الأحكام الجاهزة التي أطلقها بعض المستشرقين.

وهكذا، وامتدادا لما قلناه سابقا، يمكن الاعتقاد بأنه بمجرد مرور فترة انبعاث العلوم عند العرب خضعت هذه الأخيرة لتوجيهات ناتجة عن المعطيات الدينية والسياسية والاقتصادية التي طبعت المجتمعات الإسلامية بين القرنين الثامن والرابع عشر الميلاديين. غير أن الحقيقة أكثر تعقيدا مما ذكرناه سابقا وبصفة خاصة في المجال الذي يهمنا هنا. وبالفعل، فإننا نلاحظ بأن الأبحاث الرياضياتية والفيزيائية كانت ناتجة عن سببين إثنين :الأول مرتبط مباشرة بالمعطيات الجديدة وسيتغذى بالمتطلبات المختلفة للحياة الاجتماعية، كتحديد أوقات الصلاة ويوم رؤية الهلال لكل شهر قمري ووجود الاتجاه الصحيح للقبلة، واستعمال التقنيات الفلكية للتنبؤ بالأحداث السياسية والعائلية والشخصية، واستخراج أسهم الوراثة، وإعداد وسائل لحساب المعاملات التجارية أو لتنظيم محاسبات مختلف إدارات الدولة، وابتكار أو تحسين الوسائل الهندسية لمسح الأراضي وللنشاط المعماري، وأخيرا تصور وصنع آلات متعددة كأجهزة الري والآلات الحربية والأسطُرلابات. إن هذا السبب، بالرغم من كونه جاء نتيجة لمتطلبات آنية، قد ساهم في بروز اختراعات تقنية وأتاح ظهور أبحاث نظرية في الرياضيات والفلك والفيزياء.

أما السبب الثاني فهو العثور على تراث علمي قديم وجد فيه العلماء العرب والمسلمون الأوائل مادة لتكوينهم كما وجدوا فيه بعض المسائل والقضايا الرياضياتية غير المحلولة التي أثارت اهتمامهم العلمي ووجهت بالتالي أكثر بحوثهم نحو أعمال ليست لها علاقة مباشرة بحاجيات مجتمعهم.

مجالات ومظاهر الإبداع

إن عددا كبيرا من المؤلفات الغربية المبسطة التي تناولت تاريخ الرياضيات ما زالت تحصر الإبداع الرياضياتي العربي في مجالين فقط هما الجبر وعلم الهيئة. إلا أن الأبحاث التي أنجزت في العقود الأخيرة تمكننا من التأكيد على أن الإبداع شمل أيضا المجالات التالية: علم الحساب ونظرية الأعداد والهندسة وحساب المثلثات والتحليل التوافقي، بغض النظر عن التطبيقات المتعددة في بعض المواد العلمية الممارسة آنذاك، كعلم الفلك والفيزياء والميكانيكا.

التجديد في المواد التقليدية

إن التجديد في المواد التقليدية، أعني الهندسة وعلم الفلك والحساب، كان كبير الثراء والتنوع مما يجعل من غير الإمكان التطرق إلى محتواه بالتفصيل في هذا العرض القصير. لذا فإننا سنكتفي هنا بالإشارة إلى الملامح الأساسية والتوجهات الجديدة، حتى ولو لم تحظ فيه هذه التوجهات بالظروف الملائمة (الخارجة عن نطاق العلم) والتي، لو توفرت، لكان من الممكن أن تؤدي إلى نتائج أكثر أهمية بل إلى ظهور مواد جديدة.

ويتمثل أول مظهر للتجديد في قراءة جديدة لبعض النصوص اليونانية، مما أدى بصفة خاصة إلى التعبير العددي عن المقالة العاشرة من **كتاب الأصول** لأقليدس الشيء الذي سمح باستعمال نوع من الأعداد الصمّ يعرف بالجذور التربيعية للأعداد المنطقة[1]، كما أدت أيضا إلى تعبير جديد عن مفهوم النسبة (المدروس في المقالة الخامسة من كتاب الأصول) أنتج امتدادا هاما لمفهوم العدد الذي أصبح يعُمُّ كل الأعداد الحقيقية الموجبة[2]. وقد سهل ذلك كله ابتكار كيفيات جديدة في الحساب التقريبي الذي استطاع بدوره أن يحل المشاكل التقنية التي أظهرها النشاط الفلكي.[3]

---

[1] يتناول هذا الكتاب ذوات الأسماء والمنفصلات التي هي مقادير يمكن التعبير عنها حاليا هكذا : $a^{1/2n}$: أو $a^{1/2k} + b^{1/2p}$. ومنذ منتصف القرن التاسع الميلادي امتدت هذه الدراسات، على أيدي جبريين كالماهاني، إلى مقادير جديدة يمكن التعبير عنها حاليا هكذا : $a^{1/n} + b^{1/m}$ (n و m عددان طبيعيان)، دون الأخذ بعين الاعتبار لأساسها الهندسي. ثم أدخلت إلى جانب الأعداد الصحيحة والمنطقة في حل المعادلات وفي العمليات الحسابية المتعلقة بعلم الفلك.

[2] من بين الأعمال الأصيلة في هذا المجال نذكر رسالة عمر الخيام في **شرح ما أشكل من مصادرات أقليدس**. انظر عبد الحميد صبرة : **عمر الخيام، مصادرات أقليدس**، الإسكندرية، 1961. وفي الأندلس تطرق الرياضياتي والفلكي ابن مُعاذ الجَيّاني (ق 11) إلى نفس المسألة في مقالة مستقلة. انظر الجياني: **مقالة في شرح النسبة**، مخطوط الجزائر، المكتبة الوطنية، رقم 1446، 74و-82.

[3] من بين الخوارزميات المستعملة من قبل الفلكيين والجبريين هناك تلك التي تستعمل في تقريب الجذر النوني لعدد ما. إذا كان x هو هذا العدد، فلنكتبه هكذا: $x = a^n + r$. بالنسبة لـ $n = 2$ ، استعمل الخوارزمي (ت 850) التقريب التالي : $x^{1/2} = a + r/2a$،

أما فيما يتعلق بنظرية الأعداد فزيادة على **كتاب الأصول** لأقليدس هناك كتابان يونانيان كانا بمثابة منطلق للأبحاث الرياضياتية العربية اللاحقة هما كتاب **المُدْخل إلى علم العدد** لنيقوماخوس (ق2م) الذي ساهم في دراسة المتتاليات العددية. ثم، ابتداء من القرن العاشر، **كتاب الأرثماطيقى** لديوفنطس (ق 2م) الذي حظي بقراءة جبرية مثمرة كما سنبينه فيما بعد.

المظهر الثاني للتجديد يتمثل في إيجاد حلول لمسائل رياضية لم يجد لها القدماء حلا أو تعويض حلول يونانية، غير مقنعة آنذاك، بحلول جديدة. فعلى سبيل المثال هذا ما وقع للشكل الرابع من المقالة الثانية لكتاب **الكرة والأسطوانة** لأرخميدس (ت 212 ق م) ولمسألة قسمة الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية أو أكثر ولإنشاء المُسبَّع والمُتسّع المتساويَي الأضلاع[1]، وأخيرا دراسات خاصة لبعض أصناف الأعداد كالأعداد الأولية والأعداد التامة وغير ذلك.

إلا أن المظهر الذي لم يحظ لمدة طويلة باهتمام كتب تاريخ العلوم، وبالتالي لا يزال غير معروف معرفة تامة فهو المتعلق بالقضايا الجديدة التي طرحتها الرياضيات العربية مما أدى إلى نتائج هامة، وفي بعض الأحيان إلى ظهور اتجاهات جديدة. لذا فإننا سنعرض باختصار لبعض القضايا المشهورة التي طرحت بين القرنين التاسع والعاشر الميلاديين.

الذي سيتم فيما بعد تحسينه من قبل ابن لبّان (ت حول 1030) و النسوي (ت حول 1070) وغيرهما. وبالنسبة لـ $n=3$، نجد عند النسوي الخوارزمية التالية: $x^{1/3} = a + r/(3a^2 + 1)$ وعند نصير الدين الطوسي (ت 1274) الصيغة التالية: $x^{1/3} = a + r/(3a^2 + 3a + 1)$. واستعمل ابن البنّا (ت 1321) مجموعة من الخوارزميات حسب الطريقة التالية: $x^{1/3} = a + t$، ثم ينشر $(a + t)^3$ حيث يهمل t^3 وتكون بذلك t هي الحل للمعادلة التالية: $b = 3at^2 + 3a^2t + a^3$، بعد تقريب الحل بطريقة الخوارزمي.

أما بالنسبة لتقريب حلول المعادلات الكثيرة الحدود أو المثلثاتية، فإن الرياضياتيين المسلمين قد استعملوا خوارزميات أكثر تطورا. لمزيد من التفصيل، انظر:

A.P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes (VIIIe-XVe siècles)*, Paris, Vrin, 1976, pp. 160-163 ; R. Rashed : Résolution des équations numériques et algèbre : Sharaf al-Din al-Tusi, Viète, *Archive for History of Exacts Sciences*, vol. 12, n° 3, 1974, pp. 244-290 ; A. Djebbar : *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIIIe-XIVe siècles*, Paris, Publications mathématiques d'Orsay, 1981, n° 81-02, pp. 34-37.

[1] ترجع هذه القضايا، بعد تجبيرها، إلى معادلات من الدرجة الثالثة. أنظر:

A. Anbouba : Construction de l'heptagone régulier par les Arabes au IVe siècle de l'Hégire, *Journal for the History of Arabic Science*, 1978, vol. 2, n° 2, pp. 264-269 ; A. P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp. 93-94 ; R. Rashed : La construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham, *Journal for the History of Arabic Science*, 1979, vol. 3, n° 2, pp. 309-386.

إذا نحن انطلقنا من المخطوطات المعروفة التي تم تحليلها فإننا سنلاحظ أن الأبحاث التي أنجزت في نظرية الأعداد تمحورت في اتجاهات ثلاث: الاتجاه الأول يخص نوعا من الأعداد الطبيعية وقد ابتدأ مع أعمال ثابت بن قرة (ت901م) حول الأعداد المتحابة واستمر بعد ذلك على يد ابن الهيثم (ت 1039م) والفارسي (ت 1320م) في الشرق وعلى يد المؤتمن بن هود (ت 1085م) بالأندلس[1].

أما الاتجاه الثاني فقد استوجبته القراءة الجبرية لكتاب **الأرثماطيقى** لديوفنطس وأثارت ظهور نوعين من الأعمال. يختص أولهما بحل سلسلة المعادلات غير المحدودة كما جاءت في كتاب **طرائف الحساب** لأبي كامل (ت 930) وفي **الكتاب الفخري** للكرجي (ت 1023)، وثانيهما تناول البحث في المثلثات العددية القائمة الزاوية وفي الأعداد المتكافئة. ونذكر من بين الباحثين الذين ساهموا في هذه الأبحاث أبا الجود (ق 10م) والخازن (ت 970م) والسِّجزي (ق 10م) وابن الهيثم[2].

أما الاتجاه الثالث، فقد أظهرته جزئيا الأبحاث المتعلقة بالتحديدات اللامتناهية في الصغر وهو يخصّ دراسة المتتاليات والمتسلسلات العددية المنتهية. وقد بدأت هذه الأبحاث بتقدير صنف من أصناف متسلسلات الأعداد الطبيعية التي تدخل في تقييم مساحة المخروطات السطحية والمُجسّمة، باستعمال طريقة أرخميدس (ت 212 ق.م.)[3]، ثم تتابعت بدراسة المتتاليات العددية والهندسية لذاتها.

أما بالنسبة للأبحاث الهندسية فإنها كانت، أكثر مما كان عليه الحال في علم العدد، جوابا في آن واحد عن الحاجيات المادية الملموسة للمجتمعات العربية الإسلامية وجوابا كذلك عن المتطلبات الداخلية لتطور الرياضيات نفسها.

فعلى المستوى التطبيقي نستطيع أن نذكر مثلا مؤلفات ابن الهيثم والفارسي في علم المناظر[4]، والاخوة بني موسى (ق 9م) والجزري (ت 1206م) وابن معروف (ت 1585م) والمُرادي (ق

---

[1] F. Woepcke : Notice sur une théorie ajoutée par Thabit ben Korrah à l'arithmétique spéculative des Grecs, *Journal Asiatique*, 4e série, vol. 20 (1852), pp. 420-429 ; R. Rashed, Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés aux XIII^{e}-XIV^{e} siècles, *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. 28, n° 2, (1983), pp. 107-147 ; A. Djebbar : Les livres arithmétiques des *Eléments* d'Euclide dans une rédaction du XI^{e} siècle : le *Kitab al-istikmal* d'al-Mu'taman (m. 1085), Revue *Lull*, Saragosse, Vol. 22, n° 45 (1999), pp. 589-653.

[2] A. P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp. 69-66.

[3] يتعلق الأمر بمتسلسلات من الشكل التالي $1^p + 2^p + ... + n^p$، $1 \leq p \leq 4$، التي تظهر في عملية قياس سطح القطع المكافئ أو حجم الكرة والمجسم المكافئ، وذلك حسب طريقة مجموعات داربو [Darboux]. انظر:

A.P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp. 124-129.

[4] مصطفى نظيف: **الحسن بن الهيثم بحوثه وكشوفه البصرية**، القاهرة، 1942-1943.

11م) في علم الحيل[1]، ومقالات أبي الوفاء (ت 997م) والكاشي (ت 1429م) في الهندسة المعمارية[i2] وأخيرا أعمال البيروني والحسن المراكشي (ق 13م) في هندسة الآلات الفلكية[3].

أما على المستوى النظري فمن الممكن استخراج ثلاث تيارات أساسية لا تخص الهندسة وحدها بل إنها ظهرت ضمن هذه المادة ثم استفادت من التقدم الذي تم في ميدان الجبر.

الاتجاه الأول من هذه التيارات الثلاثة انطلق من القضايا التي أثارها رجال العلم اليونانيون والخاصة بإنشاء النقط والأشكال بعد أن اكتشفوا العديد من المسائل التي يستحيل حلها بواسطة الخطوط والدوائر فقط. لذا أرغِم الرياضيون على توسيع مفهوم الوجود الهندسي أو الجبري لحل مسألة معطاة، وذلك باستعمال القطوع المخروطية. الشيء الذي أدى بصفة خاصة إلى الأعمال الهامة التي بدأ أبو الجود بالخوض فيها قبل أن يتمّمها وينسّقها عمر الخيام الذي أسس نظرية هندسية لحل جميع معادلات الدرجة الثالثة[4].

أما الاتجاه الثاني فقد كان يهدف إلى دراسة المنحنيات لنفسها وذلك لمعرفة الخواص السهلة المنال لهذه المنحنيات انطلاقا من الأدوات النظرية المعروفة آنذاك.

إن هذا الجانب من الأبحاث الهندسية العربية هو المجهول أكثر اليوم وذلك نتيجة لفقداننا لكثير من الأعمال الأساسية في هذا المجال. لكن عدم معرفة المصادر أدى ببعض المختصين في تاريخ العلوم إلى الادِّعاء بأن العرب لم يحققوا أي تقدم يذكر في الهندسة بل إنهم ضلوا دون المستوى الذي وصل إليه اليونانيون في هذا المجال[5].

---

[1] الاخوة بنو موسى : **كتاب الحِيل**، تحقيق أحمد يوسف الحسن، حلب، مطبوعات جامعة حلب، 1979. الجزري : **الجامع بين العلم والعمل النافع في صناعة الحيل**، تحقيق أحمد يوسف الحسن، حلب، مطبوعات جامعة حلب، 1981. ابن معروف: **الطرق السَّنِية في الآلات الروحانية**، تحقيق أحمد يوسف الحسن، حلب، مطبوعات جامعة حلب، 1976.

D. R. Hill: *The Book of Ingenious Devices*, Dordrecht, D. Reidel, 1979; D. R. Hill : *The Book of Knowledge of Ingenious Mechanical Devices*, Dordrecht, D. Reidel, 1974 ; D. R. Hill : A Treatise on Machines, *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, n° 1 (1977), pp. 33-44.

[2] الكاشي : **مفتاح الحساب**، تحقيق أحمد سعيد الدمرداش ومحمد حمدي الحفني الشيخ، القاهرة، دار الكتاب العربي، 1967، ص 176-188.

أبو الوفاء : **ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة**، تحقيق صالح أحمد العلي، مركز إحياء التراث العلمي العربي، 1979.

J. Aghayani Chavoshi : *L'œuvre scientifique d'Abou al-Wafa al-Buzjani*, Thèse de Doctorat, Paris, 1997.

[3] البيروني : **كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الأسطرلاب**، مخطوط استنبول أيا صفيا، رقم 2576. الحسن المُراكشي : **جامع المبادئ والغايات في علم الميقات**، طبعة مصورة، فؤاد سزكين، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية الإسلامية، 1984.

[4] A. Djebbar & R. Rashed : *L'œuvre algébrique d'al-Khayyam*, Alep, I. H. A. S., 1981.

[5] G. Arnaldez & L. Massignon : *La science arabe*. In R. Taton (édit.) : *Histoire générale des sciences*, Paris, 1957, pp. 455-456.

لكننا، وانطلاقا من النصوص المتوفرة اليوم، كعمل ثابت بن قرة حول القطوع الناقصة أو أعمال السجزي حول القطوع الزائدة، وبصفة خاصة إذا نحن اعتمدنا على شهادات بعض العلماء كعمر الخيام الذي تحدث عن أعمال ابن الهيثم الهندسية، أو الفيلسوف ابن باجة الذي درس الأبحاث الهندسية الجديدة لابن سيد الأندلسي (ق 11م)، يتبين لنا بالقطع أن تقدما هاما حققه علماء العرب و المسلمون في هذا المجال.

إلا أن العوامل الخارجة عن الرياضيات هي التي أحدثت انقطاعا داخل هذا التقليد الهندسي الثري مما أدى إلى بقائه جامدا إلى حدود القرن السابع عشر، قبل أن يعاد النظر فيه من جديد في أوربا في ضل ظروف مغايرة[1]

أما الاتجاه الثالث الذي سلكته الأبحاث الهندسية العربية فهو الاتجاه الذي هدف إلى حل مسائل القياس بوسائل تقنية مستفيدة جزئيا من كتابات أرخميدس. ولقد ابتدأت الأبحاث العربية في هذا المجال بأعمال الاخوة بني موسى حول تقدير مساحة الأشكال السطحية والكروية[2]. ثم تابع خطواتهم ثابت بن قرة في دراساته حول القطوع المكافئة والمجسمات المكافئة[3]. ثم تُبعت أعماله من قبل حفيده إبراهيم بن سنان (ت940م) الذي حسّن طرق البحث في تقديره لمساحة القطع المكافئ[4]. وأخيرا درس ابن الهيثم نوعا جديدا من المجسمات المكافئة باستعمال نتائج عددية حول متتاليات مربعات الأعداد ومكعباتها ومربعات مربعاتها .إن النتائج التي توصل إليها ابن الهيثم هي التي سيعيد البرهنة عليها من جديد الرياضياتيون الأوربيون في القرن السابع عشر[5].

---

[1] L. Karpova & B. Rosenfeld : The treatise of Thabit Ibn Qurra on section of cylinder and on its surface, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, n° 94 (1974), pp. 66-72 ; A. Djebbar : *Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XIe siècle : al-Mu'taman et Ibn Sayyid*. In M. Folkerts et J. P. Hogendijk (édit.): *Vestigia Mathematica, Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H. L. L. Busard*, Amsterdam-Atlanta, GA 1993, pp. 79-91.

جمال الدين العلوي : مقالة في إبانة فضل عبد الرحمن بن سَيِّد المهندس لابن باجة، **مجلة كلية الآداب والعلوم الإنسانية**، فاس، العدد 8، 1986 , ص 149-160.

[2] H. Suter: Über die Geometrie der Söhne des Mûsâ ben Schâkir, *Bibiotheca Mathematica*, 3, Folge 3 (1902), pp. 259-272.

[3] A. P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp. 123-131.

[4] B. Rosenfeld : *Geometrical Transformations in the medieval East*, XIIe Congrès International d'Histoire des Sciences, III, A, 1971, pp. 129-131.

[5] رشدي راشد: ابن الهيثم وحجم المجسم المكافئ، **مجلة معهد التراث العلمي العربي**، المجلد 5، رقم 1 و2، 1981، ص 3-55.

وكخاتمة لهذا العرض السريع، لملامح الإبداع العربي في المجالات الرياضياتية التقليدية، نتحدث قليلا عن الأبحاث التي تناولت أصول الرياضيات وتناولت بالبحث والتمحيص الأدوات والمفاهيم الرياضية التي استعملت ابتداء من القرن التاسع.

إن التعامل النقدي الذي نهجه العلماء العرب والمسلمون في دراستهم للتراث الرياضي اليوناني أدى بهم إلى التفكير في الأسس التي تقوم عليها الهندسة من جهة وطبيعة ودور الأدوات الرياضياتية من جهة ثانية. ففي مجال الهندسة، خلق العرب تقليدا جديدا قائم الذات حول المُسلّمة الخامسة من المقالة الأولى من **كتاب الأصول** لأقليدس (أي مسلمة المتوازيات) التي ترتكز عليها كل هندسة أقليدس. ومن بين العلماء الذين ساهموا في هذه الأعمال يمكننا أن نذكر حسب الترتيب الزمني: النَّيْريزي وثابت ابن قُرة، في القرن التاسع وابن الهيثم والخيام في القرن الحادي عشر ونصير الدين الطوسي ومحيي الدين المغربي في القرن الثالث عشر[1]. إلا أن هؤلاء العلماء ضلوا سجناء المناهج الأقليدسية والتصورات الفلسفية الأرسطِية، لذا، لي يكن بإمكان هذه الأبحاث أن تتجاوز حدود هندسة أقليدس. ولكن إذا أخذنا بعين الاعتبار السياق التاريخي لهذه المحاولات، فإنها تبدو لنا كمرحلة ضرورية لنشأة الهندسة اللاأقليدسية. وتؤكد هذا نوعية المساهمة التي أتى بها رياضياتيان أوربيان، لامبير (Lambert) (ت 1777م) وزاكيري (Saccheri) (ت 1733م) اللذان تابعا أعمال العلماء العرب والمسلمين في هذا الميدان[2].

أما بالنسبة للتفكير حول الأدوات والأشياء الرياضياتية، فإنه أدّى، حسب طبيعته، إلى نوعين من أنواع النشاط الفكري. فهناك، من جهة، النقاشات الفلسفية والكلامية التي تجاوزت دائرة الرياضياتيين لتكسب اهتمام الفلاسفة والمتكلمين. ومن بين المفاهيم الرياضياتية التي كانت محورا لهذه النقاشات هناك مفهوم "الواحد" ومفهوم "اللامتناهي" ومفهوم "النظام غير العشري"، التي شغلت بالخصوص علماء مغاربة كابن البنّا وابن هَيْدور (ت 1403م)[3]. وهناك، من جهة

---

[1] خليل جاويش: **نظرية المتوازيات في الهندسة الإسلامية**، تونس، بيت الحكمة، 1988.

K. Jaouiche : *La théorie des parallèles en pays d'Islam*, Paris, Vrin, 1986.

[2] لقد سبق لعُمر الخيام أن استعمل مربع زاكيري في رسالته **شرح ما أشكل من مصادرات كتاب أقليدس**. أنظر عبد الحميد صبرة : **عمر الخيام، مصادرات أقليدس**، نفس المرجع، ص 13-35.

[3] A. Djebbar : *Les mathématiques au Maghreb à l'époque d'Ibn al-Banna*, Actes du Colloque International sur « *Mathématiques et Philosophie* » (Rabat, 1-4 Avril 1982), Paris, Editions l'Harmattan – Rabat, Editions Okad, 1987, pp. 31-46.

أخرى، النقاش النظري الذي تم داخل الرياضيات والذي اعتمد على مقاييس وطرق هذه المادة. ويتعلق الأمر، بالخصوص، بأعمال إبراهيم بن سنان وابن الهيثم حول التحليل والتركيب[1] ومحاولات تصنيف القضايا الرياضياتية التي بدأها الكرجي (ق 10م)، ثم تابع عمله السموأل المغربي (ت 1175م) في كتابه **الباهر في الجبر**[2]

لقد حاولنا في كل ما سبق القيام بعرض موجز للجوانب الأساسية التي تبرز مساهمة علماء دار الإسلام في المجالات الرياضياتية التقليدية. إلا أن حيوية نشاط علمي ما يقاس أيضا، وبالدرجة الأولى، بمدى قدرته على اكتشاف ميادين علمية جديدة واستغلالها. إن هذا الجانب من الرياضيات هو الذي سنكرس له ما تبقى من هذه المقالة محاولين مرة أخرى أن نُذكّر بإيجاز بالخطوات الأولى لتاريخ الجبر وحساب المثلثات والتحليل التوافقي، هذه المواد الثلاثة التي بالرغم من كونها لم تصل إلى نفس الدرجة من التقدم الذي وصلته المواد الأخرى إلا أنها كسبت استقلاليتها في إطار التقليد العلمي العربي.

المواد الجديدة

الجبر

اعتُبِر **الكتاب المختصر في الجبر والمقابلة** للخوارزمي من لدن العلماء اللاحقين على هذا الأخير بمثابة الحجر الأساسي للجبر العربي[3]. ويبدو في الواقع، حسب بعض الإشارات البيبليوغرافية، أن هذا المشروع كان موجودا منذ نهاية القرن الثامن وأن مؤلفات أخرى حققته في نفس الفترة التي عاش فيها الخوارزمي. ومن بين هذه المؤلفات كتاب ابن تُرك الذي لم يصل إلينا منه إلا جزء قصير[4]. ويبدو من المستحيل تتبع تطور الجبر منذ خطواته الأولى، أي منذ الفترة التي اقتصر فيها على حل معادلات الدرجة الأولى والثانية فقط. إلا أن دراسة بعض

---

[1] أحمد سليم سعيدان: رسائل ابن سنان، الكويت، 1987، ص 67-143.

[2] عادل أنبوبا : السموأل بن يحيى المغربي، **مجلة المشرق**، يناير- فبراير 1961. صالح أحمد ورشدي راشد : **الباهر في الجبر**، دمشق، 1972، ص 227-251.

[3] على مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد: **كتاب الجبر والمقابلة**، القاهرة، 1968.

[4] A. Sayili : *Logical Necessities in Mixed Equations by cAbd al-Hamid Ibn Turk and the algebra of his time*, Ankara, 1962

المخطوطات المتوفرة لدينا حاليا أتاحت لنا إمكانية الكشف عن الخطوات الأساسية التي مرّت بها هذه المادة وعن التقدم الذي أحرزته (والذي أكسبها استقلاليتها عن الحساب والهندسة) وعن الأهمية التي حظي بها، نتيجةَ توسيع مجاله وتدخله المتزايد في حل المسائل التطبيقية والنظرية. وبصفة أكثر دقة نرى، مع أعمال أبي كامل ولاحقيه، استعمال مستمر للأعداد الحقيقية الموجبة كمُعاملات وجذور في حل المعادلات. كما نشاهد تمديد العمليات الحسابية إلى المجهولات وإلى وحيدات الحد من أية درجة كانت. مما هيأ الطريق أمام تأسيس جبر كثيرات الحدود على يد الجبريين الذين جاءوا بعد أبي كامل كالكرجي والسموأل المغربي[1]. وبفضل هذه الأدوات الجديدة، التي سرعان ما أدْمِجت في التعليم العالي لذلك الوقت، ظهرت أبحاث واتجاهات جديدة كنظرية الأعداد والتحليل غير المحدد، للكرجي ولاحقيه، ونظرية المعادلات من الدرجة الثالثة لأبي الجود (ق10م) وعمر الخيام (ت 1131م) وشرف الدين الطوسي (ت 1231م) والحساب التقريبي لابن لبّان والطوسي والكاشي.

وبشكل مواز لهذه الأبحاث نلاحظ، داخل الجبر التقليدي هذه المرة، نزعة نحو التحرر من نفوذ الهندسة التي شكلت عائقا كبيرا في وجه توسيع مجال استعمال العمليات الجبرية. إن البذور الأولى لمحاولة التحرر هذه توجد عند أبي كامل الذي لم يعد يأخذ بعين الاعتبار التجانس في معالجة المقادير الهندسية المختلفة الأبعاد. ثم أدخل الكرجي بدوره براهين جبرية جديدة مع الحفاظ على البراهين الهندسية. وتابع شرف الدين الطوسي هذا الجهد باستعماله مفهوم الحد الأقصى لكثيرة الحدود وذلك للبحث عن الشروط اللازمة لحل المعادلات من الدرجة الثالثة[2].

وبالرغم من المقاومة القوية للنزعة التقليدية التي تربط بين الهندسة والجبر والتي كانت مدعومة بالتعليم، فإن هذا الاتجاه الجديد الذي أصبح يتناول المسائل الجبرية انطلاقا من عمليات حسابية قد فرض نفسه في النهاية. والدليل على ذلك هو ما نجده في مؤلفات مغاربية تعود للقرن الرابع عشر. نقصد **كتاب رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب** لابن البنّا (ت 1321م) **وكتاب الأصول**

---

[1] صالح أحمد ورشدي راشد : **الباهر في الجبر**، نفس المرجع، ص 17-71.

[2] Sharaf al-Din al-Tusi : *Œuvres mathématiques*, R. Rashed (édit.), Paris, Les Belles Lettres, 1986.

والمقدمات في الجبر والمقابلة لنفس المؤلف. فالبراهين المصاحبة لحل المعادلات ليس لها أي ارتكاز على الهندسة، بل يعبر عنها بلغة مجردة عامة يمكن نقلها مباشرة إلى رموز جبرية. وليس من قبيل الصدفة أن نجد في مؤلفات مغاربية، تنتمي للقرنين الرابع عشر والخامس عشر، استخداما لرموز متطورة نسبيا، ليس في الأبواب المتعلقة بالحساب (كتابة الأعداد الطبيعية، الكسور والجذور) فحسب، بل كذلك في الأبواب المتعلقة بالجبر (خوارزمية حل المعادلات والعمليات الجبرية لكثيرات الحدود). لذلك يبدو من الطبيعي جدا أن ننسب هذا الإبداع إلى رياضياتي الغرب الإسلامي ما دمنا لا نتوفر لحد الآن على دليل يعاكس هذا الرأي. وكيفما كان، فإنهم الوحيدون الذين استعملوه. إن هؤلاء الرياضياتيين قد فهموا بسرعة أهمية هذه الأدوات الجديدة لأنهم أدخلوها في جميع مستويات التعليم كما تثبت ذلك كتب ابن قنفذ القسنطيني (ت 1406م) وابن زكرياء الغرناطي (ق 14م) وابن غازي المِكناسي (ت 1513م) والقلصادي (ت 1486م)[1]. لكن، للأسف، إدخال الترميز في الرياضيات العربية لم يكن عاملا كافيا لإعادة تنشيط البحث في ميداني الحساب والجبر.

حساب المثلثات

لقد جاء حساب المثلثات نتيجة للأبحاث المتعددة التي تمت في إطار علم الهيئة. ووجدت هذه المادة عناصرها الأساسية في التراثين اليوناني والهندي. إلا أنها عرفت تطورا ملحوظا في ضل الحضارة العربية الإسلامية لأنها كانت ناتجة عن أسباب دينية واقتصادية وعلمية. ولأنها بصفة خاصة كانت مدعومة من قبل السلطة المركزية في بغداد، ثم من قبل السلطات الجهوية التي كانت ناتجة عن تفجر الحكم المركزي والتي بقيت سائرة على نهجه. وأهم المواضيع التي انشغل بها علم الهيئة هي : الأبحاث النظرية التي كانت تهدف إلى تبديل أو تحسين تصور بطلميوس لحركات الكواكب واختراع آلات فلكية جديدة وتشكيل أزياج تحتوي بصفة خاصة على قائمة الكواكب وتواريخ الأحداث المحلية وروزنامات مختلفة لهذه المجموعة البشرية أو تلك من الإمبراطورية الإسلامية حسب عاداتها ومعتقداتها. وإلى جانب هذه المعلومات التي يمكن أن تستخدم معطياتها مباشرة، هناك الجانب الرياضياتي للأزياج التي

---

[1] A. Djebbar : *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIIIe-XIVe siècles*, Paris, Publications Mathématiques d'Orsay, 1981, n° 81-02.

تتكون من جداول مُثلّثاتية ومناهج للحساب تتيح تحديد حركة الكواكب والتنبؤ ببعض الحوادث الطبيعية كالكسوفات والخسوفات[1].

إن بعض الفلكيين العرب والمسلمين، في أواخر القرن الثامن وبداية القرن التاسع، فضلوا استعمال الجداول الهندية المبنية على مفهوم **الجيب** وتركوا مفهوم **وتر ضعف الزاوية** المستعمل في الجداول اليونانية[2]. ثم، بعد ذلك، ولأجل اهتمامهم بدقة التقريب وتسهيل الحسابات بدءوا في تحسين جداول الجيوب وجيوب التمام بتوسيعها وتدقيق الحسابات. وفي مرحلة ثانية، أدخلوا خطوط مثلثاتية جديدة مثل الظل وظل التمام والقاطع وقاطع التمام. ويتبين من خلال **كتاب إصلاح المجسطي** للبَتّاني (ت 929م)[3] أن هذه الدالّات الجديدة، التي كان حَبَشْ الحاسب قد استعملها في النصف الثاني من القرن التاسع، ظهرت لها جداول متعددة منذ القرن العاشر.

أما المرحلة الثالثة فقد تم اجتيازها في النصف الأول من القرن الحادي عشر بالبرهنة على العلاقات الأساسية التي تربط هذه الدالات الستة بعضها ببعض وأشهرها هي :

$$\sin a/\sin A= (\sin b/\sin B)\times(\sin c/\sin C)$$

التي لقّبت **بالشكل المُغني** لأنها أغنت الفلكيين عن استعمال شكل مينِلاوس (ق 2م)، الذي اشتهر باسم **الشكل القَطّاع**، ووفّرت كثيرا من الوقت في الحسابات التي كانت تتطلبها إقامة الجداول المثلثاتية[4].

---

[1] E. S. Kennedy: Late Medieval Planetary Theory, *Isis*, vol. 57, 3, n° 189 (1966), pp. 365-378; D. A. King: Ibn Yunus very useful Tables for reckoning time by the sun, *Archive for the History of Exact Science*, vol. 10, n° 3-5 (1973), pp. 342-394; A. P. Youschkevitch : *L'Histoire des mathématiques arabes*, op. cit., pp. 141-150.

[2] يعبر عن مبرهنة مينلاوس هكذا :

$$\frac{Cord(2AE)}{Cord(2EB)}=\frac{Cord(2AF)}{Cord(2FD)}\times\frac{Cord(2DC)}{Cord(2CB)}$$

حيث أن الأوتار هي من دوائر عظام لكرة معينة.

[3] حبش الحاسب : **الزيج الدمشقي**، مخطوط استنبول، ياني جامع، رقم 784، ص 69-229.

C. A. Nallino : *Al-Battani sive Albattanii opus astronomicum*, Milano, 1899-1907.

[4] M. Th. Debarnot : *Les Clefs de l'Astronomie, La trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'Est à la fin du Xe siècle*, Damas, Institut français de Damas, 1985.

فمن بين الباحثين الذين ساهموا في هذا التقدم يجب أن نذكر أبا الوفاء وابن يونس (ت 1009م) في الشرق، والخُجَنْدي (ق 11م) وأبو نَصْر بن عِراق (ت 1036م) والبيروني (ت 1048م) في آسيا، وابن مُعاذ الجَيّاني وجابر بن أفلَح (ت 1145م) في الأندلس[1]. ويُظهر هذا التوزيع الجغرافي فعلا حيوية تلك الأبحاث والتساوي النسبي في المستوى الذي بلغته الأبحاث في كل الجهات كما يثبت السرعة الكبيرة لانتشار الأفكار والكتب والمراسلات وتنقلات أهل العلم أنفسهم.

أما المرحلة الرابعة والأخيرة من تاريخ حساب المثلثات عند العرب، فقد ابتدأت بظهور أبواب خاصة بحساب المثلثات في رسائل فلكية كرسالة القسي الفلكية لابن عراق أو كتاب المجسطي لأبي الوفاء. وتنتهي هذه المرحلة بتأليف كتب مخصصة بكاملها لهذه المادة، مثل كتاب مقاليد علم الهيئة للبيروني و**كتاب مجهولات قِسِي الكرة** لابن مُعاذ الجَيّاني (ق 11م) وبصفة أخص **كتاب الشكل القطاع** لنصير الدين الطوسي (ت 1274م)[2].

التحليل التوافقي

إن المؤلَّف الذي ظهر فيه، لأول مرة في تاريخ الرياضيات، باب مستقل حول التحليل التوافقي، هو، حسب معلوماتنا الحالية، **كتاب فقه الحساب** الذي نشر في بداية القرن الثالث عشر من قبل الرياضياتي الأندلسي ابن منعم (ت 1228م) الذي عاش فترة من حياته في مراكش، عاصمة المُوحِّدين[3].

ولكن، لكي يتأسس هذا الباب المستقل، كان من الضروري المرور بمرحلة أتّسمت بممارسة طويلة من قبل رجال العلم. مما أدى إلى ظهور محاولات لتبرير النتائج بطرق جديدة. ونجد مصدر هذه المادة، في التراث العربي الإسلامي، في مجالين إثنين: الأول رياضياتي من خلال أعمال فلكية وجبرية. ففي علم الفلك، هناك **رسالة الشكل القطّاع**، لثابت بن قرة (ت 901م)، عمّم فيها نظرية

---

[1] M. V. Villuendas : *La trigonometria europea en el siglo XI*, Barcelona, 1979 ; R. Lorch : The Astronomy of Jabir Ibn Aflah, *Centaurus*, vol. 19, n° 2 (1975), pp. 85-107.

[2] M. Th. Debarnot : *Les Clefs de l'Astronomie*, op. cit. ; M. V. Villuendas : *La trigonometria europea en el siglo XI*, op. cit. ; A. Pacha Caratheodory, *Traité du quadrilatère*, Constantinople, 1891.

[3] A. Djebbar : *L'analyse combinatoire dans l'enseignement* d'Ibn Muncim, Paris, Publications Mathématiques d'Orsay, 1985, n° 85-01.

تحتوي هذه المقالة على تحقيق وترجمة فرنسية وتحليل للباب الحادي عشر لكتاب **فقه الحساب** المخصص بكامله للتحليل التوافقي.

مينلاوس، وكذلك كتاب **مقاليد علم الهيئة** للبيروني. نجد، في الكتابين، عَدّاً صحيحاً للعناصر المجهولة من المثلث الكروي، انطلاقا من عناصره المعروفة [1]. لكن أيا منهما لا يشير إلى عملية أو صيغة رياضياتية من النوع التوافقي.

أما في الجبر، فهناك كتابان يحتويان على بعض المظاهر التوافقية: **الطرائف في الحساب** لأبي كامل (ت 910م) و**الباهر في الجبر** للسموأل (ت 1175م). يعالج الأول حل معادلات سيّالة معطاة على شكل مسائل الطيور (شراء عدد من الطيور من ثلاثة أو أربعة أنواع). ولحل هذه المسائل، يستعمل، زيادة على تقنيات الجبر، طريقة الجدول لعَدّ طيور كل نوع. لكن وسائل أبي كامل لم ترق إلى مستوى صِيَغ توافقية سهلة المنال.

أما كتاب السموأل، فإننا نجد فيه نتائج توافقية يستعملها المؤلف في إطار تفكيره حول أدوات الجبر. لكن الطريقة التي تؤدّي إلى النتيجة، لا تستعمل صِيَغ توافُقية [2].

إذا انطلقنا من المعطيات السابقة، فإننا لا نتوفر، إلى الآن، على عناصر ملموسة تتيح لنا أن نؤكد أن استعمال التحليل التوافقي، الذي استجوبته بعض المسائل الرياضياتية، قد أدّى إلى بحث مستقل في هذا المجال قبل القرن الثاني عشر. فربما هناك محاولات رياضياتيين شرقيين في هذا المجال (لأنها كانت ممكنة تقنيا) لكننا لا نعرف النتائج التي توصلت إليها.

أما فيما يخص الغرب الإسلامي، وبالخصوص المغرب الكبير، فإن المجال الثاني في التراث العربي الإسلامي هو الذي كان مصدرا للصيغ وللطرق التوافقية التي ظهرت لأول مرة في مؤلف رياضياتي. إن هذا المجال هو مجموع الدراسات المتعلقة باللغة العربية، أعني اللسانيات والنحو والعروض وتأليف المعاجم. وقد كانت أبحاث الخليل بن أحمد (ت حول 786م) في اللغة والعروض بمثابة الخطوات الأولى في مجال الدراسات العربية ثم تبعتها أبحاث نحاة ولغويين بارزين مثل سيبويه والأخفش وابن دُرَيْد وابن جِنّي [3]. وعلى أية حال، فإن هذا المجال هو الذي يحيل عليه

---

[1] A. Djebbar : *Enseignement et recherche mathématiques ...*, op. cit., pp. 56-60.

[2] Op. cit., pp. 60-66.

[3] حسب معلوماتنا الراهنة، إن ابن دُرَيْد هو أول من حاول، لكن ببراهين غير صحيحة، تعليل عدّ التوافيق المرتّبة وغير المرتّبة للأحرف الأبجدية. أنظر:

A. Djebbar : *L'analyse combinatoire dans l'enseignement d'Ibn Mun'im*, op. cit., pp. 13-14.

$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^p a^{n-p} b^p + \cdots + b^n$

الرياضياتي الأندلسي، ابن مُنعِم العبدري (ت 1228م)، قبل أن يعرض بشكل دقيق للقواعد العامة التي تُمَكِّن من عدّ كلمات لغة ما وليس فقط كلمات اللغة العربية .

ففي المسألة الأولى برهن المؤلف، انطلاقا من مجموعة من ألوان لعبت دور نموذج مجرد، على قاعدة أولى تُعين على تحديد عدد التوافقات الممكنة لمجموعة من الأشياء عددها معلوم. ولأجل ذلك أنشأ ابن منعم جدولا عدديا مثلثا استعان به لاستخراج الصيغة التالية:

$$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-2}^{p-1} + \ldots + C_{p-1}^{p-1}$$

لقد أعطى ابن منعم بعمله هذا، لأول مرة على ما أعتقد وبطريقة توافقية محضة، كيفية إنشاء المثلث الحسابي الشهير الذي ظل لفترة طويلة منسوبا للرياضياتي الفرنسي باسكال (Pascal) (ت 1662م) ثم للرياضياتي الإيطالي كاردانو (Cardan) (ت 1576م)، والذي كان الجبريون في الشرق الإسلامي، مثل الكرجي (ق 10م)، قد استخرجوه بطريقة حسابية لاستعماله من أجل حساب معاملات ذوات الحدّين.

ثم استمرّت دراسة ابن منعم باستخراج وإثبات صيغ ترجع إلى عمليات قلب، بتكرار أو بدون تكرار، لمجموعة من الحروف. وتمكّن كذلك من استقراء عدد القراءات الممكنة لكلمة تتوفر على عدد معين من الحروف مع الأخذ بعين الاعتبار لجميع خصوصيات اللغة المدروسة (كالحركات الثلاث والسكون بالنسبة للغة العربية). إن هذه النتائج وغيرها حول الترتيبات والتأليفات هي التي أتاحت لابن منعم تكوين جداول سمحت له عدّ جميع كلمات اللغة العربية.

وفي النصف الثاني من القرن الثالث عشر انطلق رياضياتي مغاربي آخر، هو ابن البنّا المرّاكشي، (ت 1321م) من بعض هذه النتائج وزاد عليها الصيغة التالية التي ينسبها لنفسه:

$$C_n^p = \frac{n-p+1}{p} C_n^{p-1}$$

والتي تمكن من عدّ التأليفات الممكنة بدون استقراء وبدون استعمال المثلث الحسابي[1].

وانطلاقا من ذلك نلاحظ في المؤلفات المغاربية تقدما مزدوجا ملحوظا ستكون له أهمية كبرى في تاريخ هذه المادة: أولهما توسيع مجال تطبيق الصّيَغ المعروفة والبراهين التوافقية. ثانيهما

[1] A. Djebbar : *Enseignement et recherche mathématiques ...*, op. cit., 90-92.

الأخذ بعين الاعتبار لمسائل توافُقِية بصفة عامة وذلك في مجالات متنوعة ليست دائما رياضياتة [1] .لكنه، رغم وجود هذه النتائج التي تدل بوضوح على أن مادة جديدة بدأت تتكون، فإننا نجهل مدى وعي أولئك الذين ساهموا في نشأتها. على أية حال فإنهم لم يطلقوا على هذه المادة اسما يميزها عن علم الحساب.

عوائق في وجه الإبداع

ختاما لهذا العرض السريع والجزئي للملامح الأساسية للإبداع داخل الرياضيات عند العرب والمسلمين، نرى من الضروري أن نثير موضوعا لم يحظ بالأهمية اللائقة به، والذي قد يبدو كالوجه السيئ للنتائج الأولية التي توصلنا إليها فيما سبق ولكنها في الواقع تدخل في صميم الممارسة العلمية، نعني بذلك العوائق المتعددة الجوانب التي اعترضت الرياضياتيين العرب والمسلمين والإخفاقات الناتجة عن تلك العوائق والمتمثلة في فرضيات خاطئة، أو حُكِم عليها أنها كذلك، وفي محاولات غير مكتملة لحل بعض المسائل، الخ. ويمكن أيضا لهذه الأنواع من الفشل، إذا ما وضعت في إطارها العلمي والثقافي، أن تفسر لنا العوائق التقنية والاجتماعية التي واجهت البحث العلمي. كما تستوجب ضرورة القيام بتحليل مزدوج للعوامل الداخلية والخارجية التي تحكمت في البحث العلمي حتى نتمكن من تحاشي الأحكام الجزئية والافتراضات الأيدلوجية كالتي ترافق عادة مفهوم الأزمة ومفهوم الانحطاط.

يبدو أن الباحثين العرب والمسلمين القدماء، كغيرهم من الباحثين، ينفرون من التصريح بإخفاقاتهم إلا في حالتين اثنتين: إذا كانت العادة قد رسخت الصفة المفتوحة لمسألة معينة. وهذا هو الحال، على سبيل المثال، لرياضياتي من القرن الثالث عشر وهو ابن الخَوّام (ت 1325م) الذي أنهى كتابه **الفوائد البهائية في القواعد الحسابية** بلائحة تتكون من اثنين وثلاثين مسألة جبرية أو ديوفانطية غير محلولة. ولقد ذكر بحذر أنه لم يستطع حل هذه المسائل ولكنه لم يستطع البرهنة على استحالتها. وهو، في نفس الوقت، لم يستبعد أن يأتي من بعده رياضياتيون آخرون أكثر تأهيلا منه لحل هذه المسائل[2]. والشيء الذي يجعلنا نقدّر هذا الرأي هو أن المعادلتين رقم 3 و23 من هذه اللائحة هما أولى حالات المسألة الشهيرة التي تُعرَف بـ " **تنبؤ فيرما** " التي شغلت الرياضياتيين العرب والمسلمين منذ القرن العاشر الميلادي على الأقل، حيث كان يشار إليها بانتظام في مؤلفات

---

[1] Op. cit., pp. 67-75

[2] ابن الخوام : **الفوائد البهائية في القواعد الحسابية**، مخطوط تونس، المكتبة الوطنية، رقم 8607، 28و-29.

علمية نذكر منها **كتاب الشفاء** لابن سينا (ت 1037م) و**عُمدة الحُسّاب** للزّنجاني (ق 13م) و**الفوائد البهائية** لابن الخَوّام (ت 1325م) وحتى في القرن السادس عشر على يد بهاء الدين العامِلي (ت 1622م) في كتابه **"خلاصة الحساب"**[1]. وقد وصلتنا محاولة عربية لبرهنة استحالة هذا التنبؤ في حالة ن = 3 [2].

السبب الثاني الذي دفع بالباحثين إلى الحديث عن العوائق التي تعترض طريق أبحاثهم هي الفُرص التي أتيحت لهم لتبيين قيمة مساهمتهم الشخصية ونجاحهم في مبادرة علمية ما. وكمثال على ذلك نجد أن عمر الخيام، قبل عرضه لطريقته الهندسية في حل معادلات الدرجة الثالثة، ذكّر بعجز الماهاني (ق 9م) عن حل معادلة من الدرجة الثالثة بعد أن استخرجها من مسألة لأرخميدس. وتعرض الخيام، بالتفصيل، للأخطاء المرتكبة من قبل أبي الجود في دراسته لمسألة من نفس الدرجة [3] ولكن، بعرضه لإخفاقات هذا الرياضياتي أو ذاك، لقد كشف لنا عمر الخيام، في الواقع، عن حدود نمط من الرياضيات التي ارتكزت أساسا على المفاهيم والوسائل العلمية اليونانية والتي تطورت في مناخ نظري خاص كانت تُأثّر عليه التصورات الفلسفية السائدة في ذلك العهد.

إلا أنه كانت هناك فترات اختُرقت فيها الحدود المرسومة للرياضيات التقليدية، مدشنة بذلك بداية اكتشاف طرق جديدة وغنية ونتائج أصيلة إلا أنها لم يكتب لها أن تزدهر. فهذا هو الحال على سبيل المثال لمحاولة ثابت بن قرة في إخراج اللامتناهي من القوة إلى الفعل وذلك بالمقارنة بين مجموعات لا متناهية من الأعداد الصحيحة[4] ، أو في محاولة أبي سعيد السجزي، في القرن العاشر، لإقامة نموذج فلكي جديد انطلاقا من فرضية دوران الأرض على محورها[5] . ويظهر أن هذه الجرأة النظرية لم تؤد إلى المحاكمات التي تعرض لها العلماء في الغرب المسيحي، مثل

---

[1] ابن سينا : **كتاب الشفاء**، الجزء الخامس، القاهرة، 1956، ص 194-195. الزنجاني: **عُمدة الحُسّاب**، مخطوط استنبول، توب كابي سَراي، رقم 3457، ص 84و. بهاء الدين العاملي: **خلاصة الحساب**، تحقيق جلال شوقي، القاهرة، 1981.

[2] R. Rashed : L'analyse diophantienne au Xe siècle : l'exemple d'al-Khazin, *Revue d'Histoire des Sciences*, tome XXXII, n° 3 (1979), pp. 221-222.

[3] A. Djebbar & R. Rashed : *L'œuvre algébrique d'al-Khayyam*, Op. cit.

[4] S. Pines : *Thabit Ibn Qurra's conception of number and theory of mathematical infinite*, Actes du XIe Congrès International d'Histoire des Sciences, Varsovie, 1965, III, pp. 160-166.

[5] الحسن المُراكشي: **جامع المبادئ والغايات في علم الميقات**، نفس المرجع، ص 49و.

جيوردانو برونو (Giordano Bruno) (ت 1600م) وجاليليو (Galileo) (ت 1642م) في القرن السابع عشر الميلادي. ولكن هذا لا يمنع من القول بفشل تلك المحاولات وذلك لأسباب قد تبدو مستمدة أساسا من المحيط الاجتماعي والثقافي ومن التصور الكوسملوجي السائد آنذاك في كل المجتمعات.

وهناك مظهر آخر أدى إلى وضع حد لديناميكية النشاط الرياضي عند العرب وهو الذي يرتبط بنوعين من الاضطرابات التي عرفتها المجتمعات الإسلامية . فهناك، من جهة، الأزمات السياسية والأيديولوجية الداخلية ومن جهة أخرى، ابتداء من القرن الحادي عشر، المواجهات الخارجية التي أدت إلى تقليص الرقعة الجغرافية التي كانت خاضعة للنفوذ الإسلامي وإلى فقدان هذا الأخير للسيطرة على الطرق التجارية الدّوَلية[1].

إن الأثر غير المباشر لهذه الظواهر على النشاط الرياضياتي تَمَثّل في توقف ديناميكية البحث العلمي وفي انخفاض حيوية المواد الجديدة التي توصل إليها العرب والتي لم تعش الوقت الكافي لكسب قوة التقاليد الرياضية القديمة. فهذا ما حصل لأعمال ابن سَيِّد (ق 11م) حول نظرية المنحنيات الفضائية غير السطحية والتي يظهر أن الرياضياتيين تغافلوها بعده[2] . إن هذه المحاولات وهذه النتائج التي تمخضت عن صيرورة طويلة ناضجة ظهرت في حقب كانت فيها مجتمعات الفضاء الإسلامي غير مؤهلة (للأسباب التاريخية المذكورة) أن تتيح لها الظروف الملائمة للنشاط العلمي البناء.

أما على المدى البعيد، فإن انعكاسات الأزمات السياسية على البحث العلمي كانت أكثر خطورة لأننا نلاحظ انخفاضا كبيرا للنشاط العلمي في جميع المجالات مصاحبا لانخفاض نسبي لمستوى التعليم. وهذا ما يُظهِره جليا محتوى المؤلفات الرياضياتية المصرية والمغاربية في القرنين الخامس عشر والسادس عشر. إلا أن مصدر هذه الظاهرة يرجع إلى ما قبل تلك الفترة بكثير. فعلى سبيل المثال، نذكر ما صرّح به الرياضياتي المغاربي ابن البنّا المرّاكشي في مؤلفه **"رفع الحجاب عن**

---

[1] A. Djebbar : *Une histoire de la science arabe*, Paris, Editions du Seuil, 2001.

[2] A. Djebbar : *Abu Bakr Ibn Bajja et les mathématiques de son temps*. In *Études philosophiques et sociologiques dédiées à Jamal ed-Dine Alaoui*, Publications de l'Université de Fès, Département de Philosophie, Sociologie et Psychologie, n° spécial 14, Fès, Infoprint, 1998, pp. 5-26.

وجوه أعمال الحساب"، معللا إهماله لبعض الأبواب الرياضياتية بالعبارات التالية: " وأخذ ضلع المكعب طويل العمل قليل الجدوى ولأجل هذا تركنا أخذ ضلع المكعب (...) وتركت من هذا الباب أعداد الوفق والأعداد المتحابة فإنه لا جدوى لها في العلوم مع طولها واختلاف أعمالها"[1].

[1] محمد أبلاغ: **رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب لابن البنّا المُراكشي**، فاس، منشورات كلية الآداب والعلوم الإنسانية، 1994، ص 230، 242.

الأراجيز الحسابيّة في كتاب "مختصر في المعاملات والحساب" لمحمد ابن داوود (تـ. بعد 1204)

حميدة الهادفي ومهدي عبد الجواد

المقدمة

يُعتبر أبو عبد الله محمد ابن داوود أحد الرياضيين العرب القلائل الذين ألفوا كتابا كاملا خصّصه لمسائل مختلفة في المعاملات والحساب، وهي مسائل فرضت نفسها تبعا للمبادلات التجاريّة ومسك الحسابات وتوزيع الأرباح وقسمة المواريث ومسائل الألغاز. وتتميّز هذه المسائل بإيصال المفهوم الرياضي للمتعلّم وحلّ المسائل المعيشية.

واحتوت عديد المؤلفات الرياضية، وخاصّة منها الحسابية والجبرية، عددا من هذه المسائل، التي تُحلّ، عادة، باستعمال الأعداد المتناسبة، أو طريقة الخطأين، أو الجبر أو خوارزميات حسابية أخرى.

وقد جاءت بعض هذه المسائل ضمن منظومات "حسابية أو جبرية أو هندسية"، تسمّى أراجيز، أغراضها، أساسا، تعليمية، لأنّ الشعر سهل الحفظ والتعلّم والتذكر والاستخدام، وهي على نوعين :

الأولى تكون "متكاملة" أي تحتوي، بعد البسملة، على مقدمة (إهداء، مدح، غزل ...) وجوهر (المحتوى، التحليل، الأمثلة، الحلول ...) وخاتمة (التنصيص على النهاية، التاريخ، ...)، وتُدرس كنصّ نثري. وكمثال لذلك نذكر**الأرجوزة الياسمينيّة** لعبد الله بن محمد ابن الياسمين (1204/600)، و**الاكسير في المبتغى من صناعة التّكسير** لعثمان سعيد ابن ليون التجيبي (1349/750)، و**لامية ابن الهائم** لأبي العباس أحمد ابن الهائم (1412/815)، و**منية الحسّاب** لمحمد بن أحمد ابن غازي (1513/910)، و**شرح الأكسير في علم التكسير** لأبي عبد الله محمد ابن القاضي (1613/1040).

أمّا الثانية فتكون قصيرة، لأسباب ترفيهية، وتأتي في صيغة ألغاز، وتحتاج لحلّها فطنة وإحكام العقل. ومن أشهر من أضاف، في هذا المجال، إلى ديوان الشعر العربي زرقاء اليمامة[1]، وهي شخصية تاريخية أسطورية من العصر الجاهلي، والشاعر أبو نواس الحسن بن هاني (تـ 815/198)[2].

سنقدم في هذا المقال في القسم الأوّل ما نعرفه عن محمد ابن داوود ومحتوى كتابه "**مختصر في المعاملات والحساب**"، ثم نقدم في القسم الثاني، الأراجيز الحسابية لابن داوودالواردة في مختصره، وأمّا القسم الثالث، فنخصّصه لتحليلها.

القسم الأول: ابن داوود وكتابه "مختصر في المعاملات والحساب"

لم نتعرّف على شخصية ابن داوود من خلال المصادر والمراجع المتوفّرة لدينا[3] وفهارس المكتبات الكبرى، وسنكتفي بالمعلومة الوحيدة التي استقيناها من مختصره.

أورد ابن داوود في باب الفكاهة أو ظرائف الشعر عدّة أراجيز، ذاكرا في نفس الوقت اسم مؤلفها وهو الفقيه الفرضي أبو الحسن علي بن محمد بن فرحون القيسي القرطبي[4]، وأضاف بعد

---

[1] انظر عبد الله بن محمد السايع، زرقاء اليمامة بين الحقيقة والخيال. بمجلة الدّارة، العدد الثالث، رجب 1429 هـ، السنة 34، ص ص 9 – 52.

[2] **ديوان أبي نواس**، تحقيق غريغورشولر، طبعة خاصة، دار المدى، دمشق 2003، مج 4، ص 119.

[3] مثل: حاجي خليفة، **كشف الضنون عن أسامي الكتب والفنون**، تحقيق إبراهيم ونشر وغوستاف فلوجل، لندن 1997.

قدري حافظ طوقان، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك**، مطبعة لجنة التأليف والطبع، القاهرة 1954.

محمد محفوظ، **تراجم المؤلفين التونسيين**، دار الغرب الإسلامي، بيروت 1982.

حسن حسني عبد الوهاب، **كتاب العمر في المصنفات والمؤلفين التونسيين**، دار الغرب الإسلامي،بيروت 2005.

محمد حجّي (تنسيق وتحقيق)، **موسوعة أعلام المغرب**، دار الغرب الإسلامي، ط 2، بيروت 2008.

Brockelmann C. 1949. *Geschichte der arabischenLitteratur*, 2e edition, volume 2, Leiden :Brill.

Djebbar A. 2005. Les mathématiques dans le Maghreb impérial du XII XIII s. In *Actes du VII Colloque Maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes* ,Marrakech : ENS.

Djebbar A. 1998. Les activités mathématiques dans les villes du Maghreb Central (IX – XVe. s.), in *Actes du troisième Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes*, Tipaza, 2décembre 1990.

Lamrabet D.1999. *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*, Rabat.

Rosenfeld B.A. &Ihsanoglu E. 2003. *Mathematiciens, Astonomers& other scholars of Islamic Civilisation*. Istanbul : IRCICA.

Sezgin Fuat, *Geschichte des arabischenSchrittums*, Band 7 (Leiden/ E. J. Brill, 1967).

[4] المسألة 80، مخطوط دار الكتب الوطنية بتونس، رقم 7/13057، ص 92.

ذلك عبارة "رحمه الله"[1]، وذكر دريس لمرابط[2] أنّ ابن فرحون توفي سنة 1204/601 وأكّد أنّه عالم بالحساب من أهل قرطبة، وأقام بفاس أين درّس سنة 1191/587 كتابه المفقود **لبّ اللباب في بيان مسائل الحساب**، وتوفي بمكّة. وتبعا لذلك يكون ابن داوود حيّا بعد سنة 1204/601، وكتب مختصره بعد هذا التاريخ[3].

وجاء أيضا في مختصر ابن داوود:

"... باب في القنطار والأرطال والأواقي، اعلم أنّ القنطار... فهذه أوزان الأندلس وأمّا أوزان مكة والمدينة حرسهما الله وما يليهما الى إفريقية والى تاهرت وهذا الإقليم هو الإقليم الرابع ... وسيأتي الكلام عليه في باب الصرف ... باب فيما عليه القنطار والرطل والأوقية الآن بتونس حماها الله تعالى..."[4]

ونميل، اعتمادا على هذه المعلومة الواردة عرضا، إلى فرضية معرفة ابن داوود للأندلس ولتونس أوحتّى الإقامة بأحدهما.

نصّ **"مختصر في المعاملات والحساب"**

توجد ثمانية نسخ من هذا المخطوط محفوظة بدار الكتب الوطنية بتونس (سبعة كاملة، أرقامها: 7/13053 - 16452 – 16454 - 5/4804 - 7/7771 - 1/8856 - 1/23466، وواحدة مبتورة الأوّل والآخر رقمها: 7/4199)[5]. وقد انفردت دار الكتب الوطنية بامتلاك هذا النصّ، إذ لم يُذكر عنوانه في فهارس المكتبات العالميّة التي استطعنا مراجعتها، مع العلم أنه لم يرد أيضا في المراجع الببليوغرافية ولا ضمن أي دراسة سابقة[6].

---

[1] المسألة 82، مخطوط دار الكتب الوطنية بتونس، رقم 7/13057، ص 93.

[2] دريس لمرابط [M523 ، 263]

[3] انتقينا من المصادر: أبو عبد الله محمد بن عبدالله بن داوود الصنهاجي ابن آجروم (تـ 1323/723)، وهو فقيه وأديب ورياضي وقاض، عاش بين الأندلس وتاهرت وتلمسان. فهل يكون هذا الأخير هو ابن داوود صاحب كتاب **مختصر في المعاملات والحساب**؟

[4] مخطوطدار الكتب الوطنية بتونس، رقم 7/13057، ص 65.

[5] اختلفت العناوين المسندة له في الفهرس العام لدار الكتب الوطنية: المخطوطان 5/4804 و7/13053 غير مذكورين بالفهرس، أما عنوان مخ 7/7771 هو "رسالة في الحساب" وعنوان مخ 16454 هو "كتاب في أعمال الحساب والجبر والهندسة" مع عدم ذكر المؤلف للاثنين، و"مختصر في المعاملات والحساب" (16452)، و "تقييد على مختصر في المعاملات الحسابية "(1/23466) و"تقييد على مختصر في المعاملات" (1/8859)، مع ذكر المؤلف للثلاثة.

[6] إذا استثنينا ما ذكرناه عنه في: المهدي عبد الجواد وحميدة الهادفي، **مخطوطات علميّة بالمكتبة الأحمدية**، تونس 2018، ص ص 145 – 147.

جاء محتوى المخطوطات الكاملة السبعة متقاربا بصفة عامة مع بعض الاختلافات الطفيفة التي لا تؤثّر على المحتوى، وكذلك أوّله وآخره:

أوّله: باسم الله الرحمن الرحيم صلى الله على سيدنا ومولانا محمد وسلّم.

وبعد فإني قيدت في هذا الكتاب ما اختصره الشيخ الفقيه الجليل أبو عبد الله محمد بن داوود، ﷺ، في المعاملات وابتداؤه بهذه المسألة ...

آخره: ... تكن خمسماية وهو العدد الذي أضمر لك والسلام. وصلى الله على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه وسلم تسليما كثيرا إلى يوم الدين والحمد لله رب العالمين.

ورد اسم الناسخ (مع صعوبة قراءته) وسنة النسخ 1220 هـ في مخطوط واحد (رقم 16452)، كما جاء في الورقة الأولى من مخطوط (1/8856) ما يلي : "من نعم اللّه على عبده علي بن أحمد الحداد" و "انتقل لنوبة كاتبه محمد الحنفي...".

لم يعط المصنّف أيّ معلومة عن محتوى الكتاب أو ظروف تأليفه أو فهرسته أو حتّى عنوانه كاملا.

كتاب **مختصر في المعاملات والحساب** هو تسلسل لحوالي مائة مسألة، كل واحدة متبوعة بحلها، وخصصنا، حسب ترتيبها الأصلي، لكل واحدة رقما لتمييزها عن غيرها. وبوّب ابن داوود هذه المسائل في مجموعات صغرى حسب مواضيعها، وأسند لكلّ واحدة منها عنوانا. كما استعمل عبارة "باب منه آخر" للتفريق بين المسائل ذاتها في نفس النوع. واكتفى، في المسائل الجبريّة، بكلمة "الشيء" لتسمية المجهول و"المال" لمضروب الشيء في نفسه و"الدرهم" للعدد المجّرد دون استعمال الرموز.

كما اعتمد عند كتابة الأعداد الصحيحة والكسور الأرقام والطريقة المعتمدتين في الغرب الإسلامي.

وقدّم في بعض الوضعيات قانونا عاما أو طريقة تُتّبع للوصول إلى حلّ بعض من المسائل، ومن ذلك:

..."إنّ جميع البيع والشراء إنّما هو مبنيّ على فصلين

أحدهما إن قيل كم ثمن، ضربت الثاني في الثالث وقسمت على الأول.

فإن قال كم لي، ضربت الأول في الثالث وقسمت على الثاني وهو الأوسع.

وذلك قولهم: فاقسم على الأوسط في كم لنا واقسم على الأول في كم ثمن ..."[1]

واعتمد ابن داوود في عديد الحالات على هذه القاعدة وهي خاصية التناسب، دون إعادة توضيحها.

ونورد فيما يلي قائمة في نوعية المسائل وعددها وطرق حلّها.

نوعيّة المسائل وعددها في كل نوع

1- مسائل البيع والشراء: 15
2- مسائل الصرف: 4
3- مسائل التفّاح: 2
4- مسائل اللحم والحوت: 3
5- مسائل الصهاريج: 4
6- مسائل الأوزان: 2
7- مسائل الهندسة: 15
8- مسائل الطيور: 3
9- مسائل الحمّام: 2
10- مسائل الإيجارات: 5
11- مسائل الليل والحيّة: 9
12- مسائل في التلاقي: 2
13-مسائل البريد: 1
14-مسائل الثياب (متتاليات عددية): 2
15- مسائل سيالة في الأموال: 3
16-مسائل الفكاهة (أحوال الحبيبة): 10
17- مسائل الإضمار : 15

طرق حلّ مسائل ابن داوود

تقسم هذه المسائل إلى مجموعات عامّة حسب طرق حلّها، ومنها المسائل الواقعية (المجموعة عدد 1 و3 و10 و13 وجزء من 2)، وتحلّ بقاعدة الأعداد المتناسبة، ويمكن اعتبار مسائل المجموعة 7 من المسائل الواقعية أيضا ولكنّها تحلّ إمّا باعتماد حساب قيس الأحجام أو بنظريّة فيتاغوراس. وتتعلق مسائل المجموعة 15 وقسم من مجموعة 18 بالحساب العددي، والمجموعة 14 بالجبر السيال وتحل باتباع طرق حسابية بحتة. وتندرج مسائل المجموعة 8 في باب مسائل الطيور وخصّها الباحثون بالدراسة.

[1] مخطوط دار الكتب الوطنية بتونس، رقم 7/13057، ص 63.

ونظيف أنّ عددا من هذه المسائل وردت، كما هي أو مع تغيير طفيف في النصّ، في أكثر من كتاب رياضي. ولكن تجميعها بهذه الصيغة من طرف ابن داوود ملفت للنظر. وهذا التّمشّي من شأنه أن يساعد على معرفة الواقع الاقتصادي والثقافي للفترة التاريخية التي كتبت فيها. ومن ذلك نستنتج أنّ تقاليد الأكل تعتمد على لحم الخرفان والبقر والسّمك، وامتلاك العبيد أمر عادي مع إمكانية مناداة العبد ليلا من طرف سيده لسؤاله، كما يحصل أن يعتقه لأنه حلّ مسألة حسابية. وينمّ ربط سعر دخول الحمّام بالدّيانة (نصف درهم للمسلم ودرهم للمسيحي ودرهمان لليهودي) عن العلاقة المتوتّرة بين متبعي هذه الديانات رغم تعايشهم.

القسم الثاني : الأراجيز الحسابيّة لابن داوود

لم يؤلّف ابن داوود هذه الأراجيز، بل أخذها عن شعراء مختلفين، مكتفيا في بداية كلّ أرجوزة بعبارة "قول الشاعر" أو "لبعض الشعراء"، وأسند اثنتين لصالح بن عبد القدوس، وهو شاعر عراقي توفّي سنة 783/167، ومثليهما لعبد الحليم بن عبد الواحد. وهو أبو محمد عبد الحليم (عوضا عن عبد الحكيم مثل ما جاء في المخطوط) بن عبد الواحد السوسي (نسبة لمدينة سوسة) هاجر لصقلية صغيرا وتوفي في الأندلس سنة 1127/520، أورد له العماد الإصفهاني بعض الأشعار نقلها عن ابن بشرون [الخريدة، شعراء المغرب، 21/1][1]. كما لاحظ محققو الخريدة أنّ اسمه جاء عبد الحليم في أحد المخطوطين المعتمدين، ولاحظنا أنّ اسمه في أغلب مخطوطات تونس أقرب منه لعبد الحليم من عبد الحكيم، إذ جاء حرف "ك" وكأنّه حرف "ل"مع سطر صغير في وسطه.مع العلم أنّنا لم نعثر على اسم عبد الحكيم بن عبد الواحد في أيّ مصدر أو دراسة سابقة.

فسعينا في هذا العمل إلى تحديد بعض مصادر ابن داوود المحتملة، أو التي احتوت على أراجيز من بين التي ذكرها.

1. زرقاء اليمامة

وهي امرأة من عصر الجاهليّة عُرفت بحدّة بصرها ودقّة بصيرتها، وأُسندت لها البيتين:

[1] العماد الإصبهاني، خريدة القصر وجريدة العصر، قسم شعراء المغرب، تحقيق محمد المرزوقي – محمد العروسي المطوي – الجيلاني بن الحاج يحيى، تونس 1985، ص 21 رقم 5.

لـيـت الحمام لـيـه ** إلـى حـمـامـتـيـه
ونـصـفـه قـديـه ** تـمّ الـحمام مـيـه[1]

وتفيد أنّ سربا من الحمام، مارّا في السماء، تمكنت زرقاء اليمامة من حسابه، وقدمت ذلك ضمن مسألة حسابيّة في شكل أرجوزة معناها، إذا أضيف إلى عدد الحمام نصفه وحمامتها بلغ مائة، ويكون عدده 66.

ولقد أعاد الشاعر زيادة بن معاوية بن ضباب المعروف بالنّابغة الذّبياني (535 – 604 م)[2] صياغة بيتي زرقاء اليمامة ضمن ديوانه، كما يلي:

قالت: ألا ليتما هذا الحمام لنا ** إلى حمامتنا ونصفه، فَقَدِ
فحسبوه، فألفوه، كما حسبت ** تسعا وتسعين لم تنقص ولم تزدِ
فكملت مائة فيها حمامتها ** وأسرعت حسبة في ذلك العددِ

وهذا يؤكّد تداول نوعية هذه الأراجيز منذ عهد الجاهليّة.

2. أبو الفضل صالح بن عبد القدوس (ت. 783/167 م)

ذكره ابن داوود، وهو شاعر عاش في نهاية عصر الأمويين وبداية العباسيين له ديوان شعر[3].

3. أبو نواس الحسن بن هاني (ت. 815/198 م)

جاءت هذه الأبيات في ديوان أبي نواس[4]:

جـنـان حـصّلت قـلـبي ** فما إن فـيـه مـن بـاق
لـهـا الـثـلـثـان مـن قـلـبي ** وثلثا ثلثه الباقي
وثلثا ثلث ما يبقي وثلث الثلث للساقي
فـتـبـقى أسـهم سـتّة ** تـجـزّأُ بـيـن عـشـاقـي

[1] عبد الله بن محمد السايع، زرقاء اليمامة ... ص 26.

[2] زيادة بن معاوية بن ضباب المعروف بالنابغة الذبياني، ديوان النابغة الذبياني، اعتنى به وشرحه حمدو طمّاس، دار المعرفة (ط. ثانية)، بيروت 2009. (ص 36).

[3] راجع عن حياته: **صالح بن عبد القدوس البصري**، تأليف وجمع وتحقيق عبد الله الخطيب، دار منشورات البصري، البصرة، 1967. نجلاء بنت محمد الوذيناني، الحكمة في شعر صالح بن عبد القدوس، جامعة أمّ القرى، 2007.

[4] **ديوان أبي نواس**، تحقيق غريغور شولر، طبعة خاصة، دار المدى، دمشق 2003، مج 4، ص 119.

وقع دمج هذه الأبيات، ما عدى الأوّل، ضمن أرجوزة[1] ذكرها ابن داوود وأسندها لصالح ابن عبد القدوس، ولكنّنا لم نعثر عليها ضمن أشعار هذا الأخير، كما أوردها لوحدها[2] ثانية وأسندها لمجهول، وسنعود إليها.

4. أبو الحسن علي بن محمد ابن فرحون القيسي القرطبي (ت. 1204/601)

أشار إليه ابن داوود، عند تعرضه للألغاز الحسابية في باب الفكاهة، ومن الممكن أن يكون لكتابه الضائع في الحساب، المشار إليه أعلاه، علاقة ما بمحتوى نصّ **مختصر في المعاملات والحساب**.

5. أبو محمد عبد الله بن الحجّاج ابن الياسمين(ت. 1204/601)

ذكر ابن داوود أرجوزتين لابن الياسمين، وردتا في كتابه **تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار**[3] مع العلم أنّ إحداهما هي نفس أرجوزة أبي نواس المذكورة أعلاه دون البيت الأوّل.

6. أبو العبّاس أحمد ابن البنا المراكشي (ت. 1321/750)

أشار الباحثان أحمد جبار ومحمد أبلاغ إلى أنّ ابن البنّا جمّع في كتابه **تنبيه الألباب على مسائل الحساب**[4] "*مسائل مختلفة تشترك كلّها في أنّها تحتاج إلى طرق حسابيّة وتوافقيّة وبصفة عامة رياضيّة لحلّها*". وقدّما قائمة في مسائل القسم الأوّل منه، وأضافا : "أمّا القسم الثاني فيتضمن ألغازا حسابية في أمور مختلفة منظومة في أشعار".

كما أكّد الأستاذ أحمد جبّار على أهمّية هذا القسم ضمن مقال حول الفنّ – الثقافة والرياضيات في الفضاء الإسلامي بين القرنين التاسع والخامس عشر ميلادي[5]، واستشهد بمجموعة من الأراجيز الواردة به ومن بينها أرجوزة مشتركة[6] بين ابن داوود وابن البنّا، وأخرى[7] متقاربة في المحتوى مع اختلاف في النصّ.

---

[1] مسألة 74، مخطوط 7/13053، ص 87.

[2] مسألة 87، مخطوط 7/13053، ص 100.

[3] أبو محمد عبد الله بن الحجّاج ابن الياسمين، **تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار**، تحقيق التوهامي الزمولي، أطروحة ماجيستار، المدرسة العليا للأساتذة بالجزائر، 1993، ص 302.

[4] أحمد جبّار و محمد أبلاغ، **حياة ومؤلفات ابن البنا المراكشي**، الرباط 2001، ص 140

[5] A. Djebbar. Art, culture et mathématiques en pays d'Islam (IX – XV s.) in *Actes de la rencontre annuelle 2008 du Groupe Canadien d'Etude en Didactique des Mathématiques*, édité par CMESG/GCEDM, Burnaby, BC. 2009. (pp 3 -19).

[6] مسألة 76، مخطوط 7/13053، ص 89

[7] مسألة 78، مخطوط 7/13053، ص 90

وبعد مراجعة نصّ **تنبيه الألباب لابن البنّا**[1] اتضح أنّه يشترك في قسمه الثاني، مع نصّ ابن داوود في ستّ أراجيز حسابيّة، سنشير لها لاحقا. ولقد وردت في نصّ ابن البنّا أراجيز لم يذكرها ابن داوود، كما احتوى نصّ هذا الأخير على أراجيز غير مذكورة عند الأوّل، مع تغيير بعض الكلمات بمرادف لها وهو ما يجعلنا نعتقد أنّ المؤلّفَيْن اعتمدا على روايات مختلفة.

القسم الثالث : تحليل الأراجيز الحسابية لابن داوود

توجد في كتاب ابن داوود إحدى عشرة أرجوزة حسابيّة، تتكوّن جميعها من قصائد قصيرة. ويبدأ ابن داوود بذكر النصّ، ثمّ يقدمه في صيغة مسألة حسابية تحت عنوان "سؤالها"، قبل أن يحلّها عن طريق التناسب أو الجبر والمقابلة أو عن طريقهما الاثنين الواحدة تلو الأخرى، ويختم ذلك باختبار صحّة الجواب. وأضاف في حالة واحدة[2] قراءة ثانية للأرجوزة تؤدي إلى مسألة أخرى لنفس النصّ.

نورد، فيما يلي، تحليلا رياضيا لهذه الأراجيز تباعا، بتقديم موجز لكل واحدة منها، ثمّ نشرح حلّ ابن داوود لها، مع العلم أنّ أوّل أرجوزة ظهرت في المرتبة 59 من مسائل الكتاب، إذ قمنا بترتيب مسائل ابن داوود لتسهيل دراستها.

لقد خيرنا إدراج نصوص الأراجيز في آخر المقال.

تحليل [المسألة 59]

من باب مسائل الليل

هذه الأرجوزة من باب مسائل الليل، ولا نعرف مصدرها، سوى أنها موجودة في باب **المقامة الحسابية لبعض أدباء فاس**ضمن كتاب **النبوغ المغربي في الأدب العربي**[3]، أين قُدّم لها حلاّن، أوّلهما بالأرقام الهندية والثاني باستعمال حساب الجمّل.

أما في كتاب ابن داوود، فيوجد لها أربعة حلول: الحلّ الأول يستعمل الجبر والمقابلة، وهو منقول في كل النسخ التي اطلعنا عليها، أمّا البقيّة فقد وردت فقط في المخطوط رقم 16452.

---

[1] مخطوط رقم 3/613، المكتبة الوطنية الجزائرية. كما نشير إلى وجود نسخة بالمكتبة البريطانية رقم: ADD 9625/8

[2] مسألة 74، مخطوط 7/13053، ص 87.

[3] عبد الله كنّون، **النبوغ المغربي في الأدب العربي**، ط2، ج 1 – 3، ص 529. وتبتدأ المقامة الحسابية كما يلي: "أخبر الراغب بن عبد الوارث قال خرجت إلى وادي فاس ..." (ص 527). ثمّ تظهر شخصية أبو العباس أحمد بن شعيب الجزنائي الفاسي، وهو شاعر وله نظر في صناعة الطبّ والحساب. ويدور حوار ثنائي، يشارك فيه الراوي وجليسه من جانب وأبو العباس وتلميذه في الحساب من الجانب الثاني، حول الأراجيز التي أثّثت المقامة الحسابية. وكان أبو العبّاس كاتبا في ديوان الإنشاء عند أبي الحسن المريني، وسافر معه إلى تونس أين توفّي سنة 749 هـ [عبد الله كنّون، أحمد بن شعيب الجزنائي، مجلة المناهل، العدد رقم 2، 1 مارس 1975، ص ص 15 – 33].

ويمكن صياغة المسألة هكذا :

نعلم أنّ ما بقي من الليل هو ثلاثة أسباع وتسع ما مضي من الليل، وأنّ مدة الليل 12 ساعة. كم مضى من الليل وكم بقي منه؟

حل ابن داوود الجبري

أجعل الماضي X والباقي(X- 12) (القراءة من اليسار إلى اليمين)

لاحظ أنّ :

$$\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{9}\right)=\left(\frac{4}{9}+\frac{6}{63}\right)$$

واستنتج :

$$\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{9}\right)X=\left(\frac{4}{9}+\frac{6}{63}\right)X$$

$$\Rightarrow 12-X=\left(\frac{4}{9}+\frac{6}{63}\right)X\Rightarrow\left(\frac{4}{9}+\frac{6}{63}\right)X+X=12\Rightarrow\frac{97}{63}X=12$$

$$\Rightarrow X=\frac{12\times 63}{97}=\frac{756}{97}=7+\frac{77}{97}$$

وبالتالي فإن جزء الماضي من الليل هو 7ساعات و $\frac{77}{97}$ جزء من الساعة، وأما بقية الليل فهي 4 ساعات و $\frac{20}{97}$ جزء من الساعة.

ثم يبرهن ابن داود على صحة النتيجة هكذا:

$$\frac{3}{7}\times\left(7+\frac{77}{97}\right)=3+\frac{33}{97};\frac{1}{9}\times\left(7+\frac{77}{97}\right)=\frac{84}{97}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{9}\right)\times\left(7+\frac{77}{97}\right)=4+\frac{20}{97}.$$

"أن تأخذ ثلاثة أسباع الماضي، وذلك: 3$\frac{33}{97}$، وتسعه، وذلك: $\frac{84}{97}$، وتجمع ذلك يكن 4 $\frac{20}{97}$، وهو الباقي من الليل".[1]

[1] نجد في **المقامة الحسابية** (ص. 530) حلا مختلفا تماما عن الحلول السابقة، حيث ينص الكاتب: "انه تجزأ دُجاه وانتشر، إلى خمسمائة وستّة عشر، أربعمائة واثنان وثلاثون لماضيه، وأربعة وثمانون لباقيه، تُسُع الماضي ثمانيةٌ وأربعون، وثلاثةُ أسباع الباقي، ستةٌ وثلاثُون، ومجموع هذين هما الباقي. فإن يمضيا بلغت روح الدّجى التّراقي".

حل ابن داوود بطريقة التناسب

يقدم ابن داوود هنا طريقة ثانية لحل المسألة المطروحة في الأرجوزة. وهي تنبثق من قسمة الليل إلى 63 قسمة، علما أن هذا العدد هو أقلّ عدد له سبع وتسع. ثم يستعمل التناسب في آخر مرحلة من العمل بما أنّ الليل يتكون من 12 ساعة.

في هذا الحل نقسم الجزء المنقضي E من الليل إلى 63 جزءًا، علمًا أن 63 هو أصغر عدد يقبل القسمة على 7 وعلى 9. ونرمز بحرف R إلى فترة الليل المتبقية.

$R = (\frac{3}{7}+\frac{1}{9})\times E = (\frac{3}{7}+\frac{1}{9})\times 63 = 34.$

وبما أن ساعات الليل بأكمله قد تمّ تقسيمهما إلى $34 + 63 = 97$،

نرمز بحرف m إلى الوقت المنقضي من الليل، فتحصل النسبة التالية:

$m \therefore 12 \therefore\therefore 63 \therefore 97$

$\Rightarrow m\times 97 = 63 \times 12 = 756$

$\Rightarrow m = \frac{756}{97} = 7 + \frac{77}{97}$

نرمز بحرف b لما بقي من الليل، فتحصل النسبة التالية:

$b \therefore 12 \therefore\therefore 34 \therefore 97$

$\Rightarrow b\times 97 = 34\times 12 = 408$

$\Rightarrow b = \frac{408}{97} = 4 + \frac{20}{97}.$

قراءة ثانية للمسألة

يقدم ابن داوود في نسخة واحدة[1] قرائة ثانية للمسألة نفسها مختلفة عن الأولى. وهي تنبثق من قسمة مختلفة لليل. فيقول : "*وإن فرضنا أن الثلاثة أسباع من الباقي من الليل من الماضي وبمجموع ذلك يتم الليل*". ثم يستعمل التناسب في آخر مرحلة من العمل لأن الليل يتكون من 12 ساعة.

---

[1] مخطوط رقم 16452 16 ظ -

وفي هذا الحل نفترض أن الباقي من الليل هو ثلاثة أسباع ما مضى من الليل. فنرمز بحرف m لفترة الليل الماضية ونرمز بحرف b لفترة الليل الباقية.

- نفرض أن:

$b = \frac{3}{7} \times m$.

- نطلب أقل عدد له سبع، وذلك:7. (أي7 = m).

- فنأخذ ثلاثة أسباعها، فيكون : (3 =b)

- وقد فرضنا أن بتمام السبعة يتم الليل، وهو تسع الماضي:

فوصلنا إلى علاقتي التناسب هذه :

$m \therefore 12 \therefore \therefore 36 \therefore 43$

$\Rightarrow m \times 43 = 36 \times 12 = 432$

$\Rightarrow m = \frac{432}{43} = 10 + \frac{2}{43}.$

$b \therefore 12 \therefore \therefore 7 \therefore 43$

$\Rightarrow b \times 43 = 7 \times 12 = 84$

$\Rightarrow b = \frac{84}{43} = 1 + \frac{41}{43}.$

فالجواب: الماضي من الليل: 10 ساعات و $\frac{2}{43}$ أجزاء الساعة، والباقي من الليل: ساعة واحدة و $\frac{41}{43}$ أجزاء الساعة.

حل خاطئ للمسألة بطريقة التناسب

لاحظنا حلا خاطئا في بعض النسخ، وهو اعتبار الماضي m = 36، وأخذ "ثلاثة أرباعه وتُسعه 31"، أي:

$. b = (\frac{3}{4} + \frac{1}{9}) \times E = (\frac{3}{4} + \frac{1}{9}) \times 36 = 31.$

فنحصل على m باعتبار النسبة التالية:

$m \therefore 12 \therefore \therefore 34 \therefore 63$

$\Rightarrow m \times 63 = 34 \times 12 = 408$

$\Rightarrow m = \frac{408}{63} = 6 + \frac{30}{63}$

ونحصل على b باعتبار النسبة التالية:

$b \therefore 12 \therefore \therefore 31 \therefore 63$

$\Rightarrow b \times 63 = 31 \times 12 = 372$

$\Rightarrow b = \frac{372}{63} = 5 + \frac{57}{63}.$

وجواب ابن داوود بالرموز المغاربية : ما مضى من الليل 6 ساعات و $\frac{6 \quad 0}{7 \quad 9}$ جزء من الليل، وباقي الليل 5 ساعات و $\frac{1 \quad 8}{7 \quad 9}$ جزء من الليل.

من باب الفكاهة في أنواع ضرايف الشعر

[مسألة 74]

ينسب ابن داوود هذه الأرجوزة إلى صالح ابن عبد القدوس، ومن الواضح أنّ هذا الأخير كتبها بالاعتماد على أبيات أبي النوّاس التي تحمل المسألة الحسابيّة. لكن أشرنا أعلاه إلى غياب الأرجوزة من أشعار ابن عبد القدوس. وقدّم ابن داوود حلا كاملا لها.

نصّ المسألة : "مال طرحت منه ثلثيه وثلثي ثلث ما يبقى، وثلثي ثلث وثلث ثلث الباقي، وبقي منه ستة، كم أصل المال؟"[1]

لم يستعمل ابن داوود الجبر والمقابلة، بل استعمل طريقة الاستقراء، حيث يبحث عن العدد الصحيح الذي يمكن قسمته عل ثلاثة أربعة مرات، فيجده 81. ويعمل عليه عمليات المسألة :

[1] بالرموز العصرية (القراءة من اليسار إلى اليمين):

$$\left(X - \frac{2X}{3}\right) - \frac{2}{3}\left(X - \frac{2X}{3}\right) - \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{9}\right)\left[\left(X - \frac{2X}{3}\right) - \frac{2}{3}\left(X - \frac{2X}{3}\right)\right] = 6$$

$$\Rightarrow \frac{X}{3} - \frac{2X}{9} - \frac{1}{3} \times \frac{X}{9} = 6 \Rightarrow \frac{9X - 6X - X}{27} = 6 \Rightarrow \frac{2X}{27} = 6 \Rightarrow X = 81.$$

$$81-\frac{2}{3}\times 81=81-54=27\Rightarrow 27-\frac{2}{3}\times 27=27-18=9$$
$$\Rightarrow 9-(\frac{2}{9}+\frac{1}{9})\times 9=9-3=6$$

فالجواب: 81.

ثم يثبت صحة الجواب قائلا : "فاذا جمعت أربعة وخمسين وثمانية عشر وثلاثة، كان خمسة وسبعين. فتحمل عليها الستة الباقية، تكن واحدا وثمانين ".

لاحظنا أن ابن داوود قدّم الجواب في صيغة أبيات شعر وامتنع عن شرح هذه الأبيات وتحليل هذه المسألة.

[المسالة75]

يسند ابن داوود هذه القصيدة لعبد الحليم بن عبد الواحد، مضيفا "رحمه الله تعالى".

ووردت أيضا هذه القصيدة عند ابن البنّا[1] الذي يعطي لها نتيجة "بعبارة عددها 320" دون أن يقدم تفاصيل الطريقة التي اتبعها، كما تغيّرت بعض الكلمات مثل "الهايم" مكان المغرم، دون المساس بالجانب الحسابي.

أما ابن داوود فقد قدّم حلا كاملا مستعملا طريقة التناسب أوصلته إلى نفس النتيجة التي ذكرها ابن البنا.

نصّ المسألة : "مال طرحت سبعة أعشاره، ونصف ما بقي، وسدس ما بقي، وخمس ما بقي، ونصف ما بقي، وتبقى منه ثمانية".[2]

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نص المسألة، وهي: 20، 6، 5 و2. فيأخذ جذاءها، وهو 1200. ثم يعمل على العدد جميع عمليات نص المسألة: (القراءة من اليسار إلى اليمين)

$$1200\times(1-\frac{7}{10})=1200-840=360\ \rightarrow 360-\frac{1}{2}\times 360=360-180=180$$

---

[1] مخطوط **تنبيه الألباب**، ص 262و

[2] الحل العصري بالجبر: نعتبرX المجهول، فتكون المعادلة :

$$.\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}X=8\rightarrow X=\frac{19200}{60}=320$$

$$\rightarrow 180-\frac{1}{2}\times 180=180-90=90\rightarrow\ 90-\frac{1}{6}\times 90=90-15=75$$

$$\rightarrow\ 75-\frac{1}{5}\times 75=75-15=60\rightarrow\ 60-\frac{1}{2}\times 60=60-30=30$$

فيحصل 30. ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$$d \therefore\ 1200\ \therefore\ \therefore\ 8\ \therefore\ 30$$

$$\Rightarrow d\times 30=8\times 1200=9600\Rightarrow d=\frac{9600}{30}=320$$

والجواب: 320. "وهو المال الذي خبا في عشرة."

ثم يقوم ابن داوود بالتثبت بأن الجواب صحيح:

$$320-\frac{7}{10}\times 320=96\rightarrow\ 96-\frac{1}{2}\times 96=48\ \rightarrow\ 48-\frac{1}{6}\times 48=24\rightarrow 40-\frac{1}{5}\times 8=32$$

$$\rightarrow\ 32-\frac{1}{2}\times 32=16\ \rightarrow\ 16-\frac{1}{2}\times 16=8$$

"فاطرح منها سهم المغرم المبتلي تبقى سبعة كما شرط".

[المسألة 76]

يسند ابن داوود هذه القصيدة لعبد الحليم بن عبد الواحد. ووردت أيضا هذه القصيدة عند ابن البنّا[1] الذي يعطي لها نتيجة "بعبارة عددها 168" دون أن يقدم تفاصيل الطريقة التي اتبعها.

أما ابن داوود فقد قدّم حلا كاملا مستعملا طريقة التناسب أوصله إلى نفس النتيجة التي ذكرها ابن البنّا.

نصّ المسألة : "مال طرحت ستة أسباعه وثلاثة أرباع سبعه وسدس ما بقي من سبعه، وتبقى منه خمسة دراهم".[2]

---

[1] مخطوط **تنبيه الألباب**، ص 262 -

[2] الحل العصري بالجبر: نعتبر X المجهول، فتكون المعادلة :

$$(X-\frac{6}{7}\times X)-(\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{7})\times X=5\Rightarrow\frac{X}{7}-\frac{19X}{168}=\frac{5X}{168}=5\Rightarrow X=168.$$

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نص المسألة، وهي: 6، 7، و 4. فيأخذ جذاءها، وهو 168. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نص المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو العدد المطلوب:

$$168-\frac{6}{7}\times168=168-144=24\longrightarrow(\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{7})\times168=\frac{19}{168}\times168=19$$

$$\rightarrow\quad 24-19=5$$

[المسألة 77]

وردت أيضا هذه القصيدة عند ابن البنّا[1] ويعطي لها نتيجة "بعبارة عددها 256" دون أن يقدم تفاصيل الطريقة التي اتبعها.

أما ابن داوود فقد استعمل طريقة التناسب ونتيجته صحيحة لكنها مختلفة عن نتيجة ابن البنا.

نصّ المسألة : "مال طرحت نصفه ونصف ما بقي وخمسة اثمان ما بقي وثمنا ما بقي، وبقي منه ثمانون. كم كان المال؟"[2]

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 2، 2، 8، و8. فيأخذ جذاذها، وهو 256. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 18.

$$256-\frac{1}{2}\times256=128\rightarrow\ 128-\frac{1}{2}\times128=64\rightarrow\ 64-\frac{5}{8}\times64=24\longrightarrow\ 24-\frac{2}{8}\times24=18$$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$$d \therefore 80 \therefore\therefore 256 \therefore 18$$

$$\Longrightarrow d=\frac{80\times256}{18}=\frac{20480}{18}=1137+\frac{7}{9}$$

---

[1] مخطوط **تنبيه الألباب**، ص 262 -

[2] للحل العصري بالجبر -X نعتبر المجهول، فتكون المعادلة :

$$X-\frac{X}{2}=\frac{X}{2}\rightarrow\frac{X}{2}-\frac{X}{4}=\frac{X}{4}\rightarrow\frac{X}{4}-\frac{5X}{32}=\frac{3X}{32}\rightarrow\frac{3X}{32}-\frac{6X}{256}=\frac{18X}{256}\rightarrow\frac{18X}{256}=80\Longrightarrow X=\frac{80\times256}{18}=1137+\frac{7}{9}.$$

ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نص المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو العدد المطلوب :

$$\frac{1}{2}(1137+\frac{7}{9}) = 566+\frac{8}{9} \longrightarrow \frac{1}{2}(566+\frac{8}{9}) = 284+\frac{4}{9}$$

$$\longrightarrow \frac{3}{8}(284+\frac{4}{9}) = 106+\frac{4}{6} \longrightarrow \frac{6}{8}(106+\frac{4}{6}) = 80.$$

[المسألة 78]

أسند ابن داوود هذه القصيدة لصالح بن عبد القدوس.

وقد وردت عند ابن البنّا[1] القصيدة التالية :

وهبت له ثلثا من العمر كاملا ** وربعا وسدسا ثم ثمنا فأعرضا

وقال قليل قلت عندي زيادة ** فزدت له ثلثين من سبع ما مضا

وأبقيت عشرين عاما أعيشها ** وذاك قليلا للفتى إن تمرضـــا

ويعطي ابن البنّا نتيجتها "480". والرجزان مختلفان في المعطيات الرياضية رغم التشابه الظاهري بينهما.

قدّم ابن داوود، تحليلا معتمدا على قاعدة التناسب ونتيجة حسابه صحيحة.

نصّ المسألة : "مال طرحت ثلثه وخمسه وسبعه وتسعه وثلثي ما طرحت من الأربعة كسور، وتبقى منه عشرون. كم كان المال؟"[2]

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 3، 5، 7، 9، و7. فيأخذ جذاءها، وهو 6615. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 911.

$$\frac{1}{3}\times 6615 = 2205\ ;\ \frac{1}{5}\times 6615 = 1323\ ;\ \frac{1}{9}\times 6615 = 735;\frac{1}{7}\times 6615 = 945.$$

---

[1] **تنبيه الألباب**، ص 262ظ

[2] الحل العصري بالجبر: نعتبر X المجهول، فتكون المعادلة:

$$[\frac{X}{3}+\frac{X}{5}+\frac{X}{9}+\frac{X}{7}]+\frac{2}{21}\times[\frac{X}{3}+\frac{X}{5}+\frac{X}{9}+\frac{X}{7}] = 20 \Rightarrow X-\frac{23}{21}\times[\frac{X}{3}+\frac{X}{5}+\frac{X}{9}+\frac{X}{7}] = X-\frac{23}{21}\times\frac{744X}{945} = \frac{2733X}{19845} = 20$$

$\rightarrow 2205+1323+945+735 = 5208$

$\rightarrow \frac{2}{21}\times 5208 = 496 \rightarrow 5208 + 496 = 5704 \rightarrow 6615 - 5704 = 911.$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$d \therefore 20 \;\therefore\; \therefore 6615 \therefore 911$

$d = \frac{20\times 6615}{911} = \frac{132300}{911} = 145 + \frac{205}{911}$

ثم يقوم ابن داوود بامتحان الجواب:

$\frac{1}{3}\times(145+\frac{200}{911}) = 48+\frac{372}{911};\frac{1}{5}\times(145+\frac{200}{911}) = 29+\frac{41}{911};\frac{1}{7}\times(145+\frac{200}{911}) = 20+\frac{680}{911};$

$\frac{1}{9}\times(145+\frac{200}{911}) = 16+\frac{124}{911};$

$\Rightarrow (48+\frac{372}{911})+(29+\frac{41}{911})+(20+\frac{680}{911})+(16+\frac{124}{911}) = 114+\frac{306}{911}.$

$\Rightarrow \frac{2}{21}\times(114+\frac{306}{911}) = 10+\frac{810}{911} \Rightarrow (10+\frac{810}{911})+(114+\frac{306}{911}) = 125+\frac{205}{911}.$

$\Rightarrow (145+\frac{205}{911}) - 125+\frac{205}{911} = 20.$

"الباقي 20، كما شرط.يخرج مائة وخمسة وأربعون ومائتا جزء وخمسة أجزاء من تسعمائة وإحدى عشر. فهو المال المطلوب".

لاحظنا أن استعمال طريقة التناسب أسهل بكثير من طريقة الجبر والمعادلة حيث تتطلّب عددا قليلا من العمليات الحسابية.

[المسألة 79]

وردت أيضا هذه القصيدة عند ابن البنّا[1]، ويعطي جوابها بعبارة عددها "1 و $\frac{4}{5}$" دون تقديم الطريقة المتّبعة، ونفس الجواب وصل إليه ابن داوود بعد تحليل المسألة واللجوء إلى قاعدة التناسب.

نصّ المسألة: " مال صار في ثلث ثلثه وفي ثلث ثلثي ثلثه ثلث درهم."[2]

---

[1] **تنبيه الألباب**، ص 261ظ -

[2] الحل العصري بالجبر: نعتبر X المجهول، فتكون المعادلة:

$(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3})\times X = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{27}\times X = \frac{1}{3} \Rightarrow X = \frac{27}{15} \Rightarrow X = 1+\frac{1}{4}.$

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 3، 3، 3. فيأخذ جذاذها، وهو27. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 5.

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times27=3\ ;\ \frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times27=2\longrightarrow 3+2=5.$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$d \therefore 27 \therefore \therefore \frac{1}{3} \therefore 5$

$d=\dfrac{27\times\frac{1}{3}}{5}=\frac{9}{5}=1+\frac{4}{5}.$

ثم يقوم ابن داوود بامتحان الجواب:

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{9}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{9}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2}{15}=\frac{1}{3}.$

[المسألة 84]

يحلّ ابن داوود هذه المسألة بالتناسب، ثم عن طريق الجبر.

نصّ المسألة: "مال هلك ربعه وسبعه وثلثه وتسعه، فبقي منه ستون".

الحلّ الأول بالتناسب

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 4، 7، 3 و9. فيأخذ جذاذها، وهو 756. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 123.

$\frac{1}{4}\times756=189\ ;\quad \frac{1}{3}\times756=252\ ;\quad \frac{1}{7}\times756=108\ ;\quad \frac{1}{9}\times756=84$

$\longrightarrow 189+252+108+84=633 \longrightarrow 756-633=123.$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$d \therefore 60 \therefore \therefore\ 756\ \therefore 123$

$\Longrightarrow d=\frac{756\times60}{123}=\frac{45360}{123}=368+\frac{96}{123}=368+\frac{32}{41}.$

ثم يقوم ابن داوود بامتحان الجواب :

$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9})\times45360=37980$$

$\rightarrow 45360 - 37980 = 7380 \rightarrow \frac{7380}{123} = 60.$

ملاحظة: فيما سبق قدم ابن داوود تحليلا أوّليا مبتورا للمسألة، حيث يعتبر بدون أي تفسير أن العدد الباقي بعد الطروح هو 60. ويمتنع عن ذكر البيت الأخير للقصيدة، الذي يوصي فيه الشاعر أن نكتفي بسدس النتيجة ونحتفظ بـ 1 فقط في النهاية. وهنا يبدأ المؤلف شرح البيتين الأخيرين. فتأخذ سدسها: 10، الذي قال: "واقنع بسدس ما بقي"، ثم تأخذ عشر العشرة بواحد، كما قال"يكفي عشرة"، فكان ذلك واحدا. وقد صحت المسألة.

$\frac{60}{6} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1.$

الحلّ الثاني بالجبر

يقول ابن داوود: "وعملها بطريق الجبر أن تجعل القلب شيئا. فتأخذ ثلثه وربعه وسبعه وتسعه، يعدل 60"[1]

يبقى منه[2]: $\frac{1\ \ 1\ \ 3\ \ 1}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 9}$".

$X - (\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9})\ X = -\ (\frac{252+189+108+84}{756})\ X = X - \frac{633}{756}X = \frac{123}{756}\ X$

فتأخذ ثلثه وربعه وسبعه وتسعه، يبقى منه[3]: $\frac{1\ \ 1\ \ 3\ \ 1}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 9}$، أي بالرموز العصرية:

$[1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9})]\times X = (\frac{1}{9}+\frac{3}{63}+\frac{1}{378}+\frac{1}{756}]\times X = \frac{123}{756}\times X$

فهذا يعدل ستين:

$\Rightarrow \frac{123}{756}\times X = 60$

فتقول بكم تجبر ذلك حتى يكون واحدا صحيحا؟ يكن 756.

$\Rightarrow 123\times X = 756\times 60$

---

[1] الحل العصري بالجبر: نعتبر X المجهول، فتكون المعادلة :

$X - (\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9})X = 60 \Rightarrow X - (\frac{252+189+108+84}{756})X = 60 \Rightarrow X - \frac{633}{756}X = \frac{123}{756}X = 60 \Rightarrow X = \frac{15120}{41} = 15120.$

[2] بالرموز العصرية: $\frac{1\ \ 1\ \ 3\ \ 1}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 9}$ تكتب هكذا: $\frac{123}{756} = \frac{1}{756}+\frac{1}{378}+\frac{3}{63}+\frac{1}{9}$

[3] بالرموز العصرية: $\frac{1\ \ 1\ \ 3\ \ 1}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 9}$ تكتب هكذا: $\frac{123}{756} = \frac{1}{756}+\frac{1}{378}+\frac{3}{63}+\frac{1}{9}$

ثم تقسم العدد الأول عليها، يخرج لك[1]: $6\frac{6}{41}\frac{0}{3}$.

$\frac{756}{123}=6+\frac{6}{41}$.

فتضرب ذلك في 60، تكن: 15120.

$\Rightarrow X=60\times(6+\frac{6}{41})=\frac{15120}{41}$

ثم يقوم ابن داوود بامتحان الجواب :

$(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9})\times 15120=5040+3780+2160+1680=12660.$

$\Rightarrow\frac{15120-12660}{41}=\frac{2460}{41}=60.$

[المسألة 85]

قدّم ابن الياسمين هذه الأرجوزة في كتابه **تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار**[2]، وصاغ له حلا مستعملا قاعدة التناسب وذلك بنفس الألفاظ والتحاليل والنتائج التي وردت في كتاب ابن داوود، لكن أضاف ابن داوود حلا آخر للمسألة يستعمل فيه طريقة الجبر والمقابلة.

نصّ المسألة : "مال هلك خمسه وسبعه وتسعه وثلثا سبع الذي هلك، فبقيت منه عشرون. كم كان المال؟"

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 5، 7، 9، و21. فيأخذ جذاذها، وهو 6615. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 3326.

$\frac{1}{5}\times 6615=1323\ ;\ \frac{1}{7}\times 6615=945\ ;\qquad \frac{1}{9}\times 6615=735$

$\rightarrow 1323+945+735=3003$ (هو الماضي من العمر) $\rightarrow$

$\rightarrow\frac{2}{21}\times 3003=286\rightarrow\ 286+3003=3289\rightarrow 6615-3289=3326$

---

[1] بالرموز العصرية: $6\frac{6}{41}\frac{0}{3}$ تكتب هكذا: $6+\frac{6}{41}$.

[2] ابن الياسمين، **تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار**، ص. 302.

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$d \therefore 20 \therefore \therefore 6615 \therefore 3326$

$$d=\frac{6615\times 20}{3326}=\frac{132300}{3326}=39+\frac{1293}{1663}$$

يخرج لك[1] $39\ \frac{0\quad 1293}{2\quad 1663}$.

ثم يقوم ابن داوود بامتحان الجواب:

$$\frac{1}{5}\times 132300=26460\ ;\ \frac{1}{7}\times 132300=18900\ ;\ \frac{1}{9}\times 132300=14700$$

$$\rightarrow 26460+18900+14700=60060.$$

$$\rightarrow 60060+\frac{2}{3}\times\frac{1}{7}\times 60060=65780.$$

$$\rightarrow 133300-65780=66520\rightarrow\frac{66520}{3326}=20.$$

يخرج: $20\ \frac{0\qquad 0}{2\quad 1663}$.

الحل بالجبر

"تجعل القلب شيئا وتأخذ خمسه وسبعه وتسعه وهو الماضي منه، فتأخذ ثلثي سبعه، فيكون 3289."

$$(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{2}{21})X=3289X$$

"فتحطها من 6615، يبقى 3326. فتقسمها على جميع الأيمة، يخرج[2] $\frac{2\quad 3\quad 4\quad 3\quad 4}{3\quad 5\quad 7\quad 7\quad 9}$."

$$\rightarrow X-\frac{3289}{6615}\times X=3326X$$

$$\rightarrow [\frac{6615-3289}{6615}]X=[\frac{3326}{6615}]X$$

"فهذا يعدل الذي قال أبقى يعيش به، فتجبر هذا، وتقابل ".

---

[1] يستخدم المؤلف هنا الكتابة المغاربية للكسور، حيث $3326 = 2\times 1663$

[2] الكسر المغربي هذا : $\frac{2\quad 3\quad 4\quad 3\quad 4}{3\quad 5\quad 7\quad 7\quad 9}$ الكسر العصري يساوي $\frac{4}{9}+\frac{3}{63}+\frac{4}{441}+\frac{3}{2205}+\frac{2}{6615}=\frac{3326}{6615}$

$$[\frac{3326}{6615}]X = 20 \Longrightarrow X = \frac{6615 \times 20}{3326} = \frac{132300}{3326} \Longrightarrow X = 39 + \frac{1393}{1663}.$$

"يخرج 39 $\frac{0 \quad 1293}{2 \quad 1663}$، وهو جميع العمر وقد صحت المسألة".

[المسألة 86]

وردت أيضا هذه القصيدة عند ابن البنّا[1]، وترك مكان حلّها فارغا.

نصّ المسألة: "مال هلك سدسه وخمس ما بقي وثلث الكل وربعا الثلث، فبقيت منه أربعة".

الحلّ الأول بالتناسب

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 6، 5، 3 و 12. فيأخذ أقل عدد ينقسم عليها، وهو 60. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 10.

$$\frac{1}{6}\times 60 = 10\ ;\quad \frac{1}{5}\times 50 = 10\ ;\quad \frac{1}{3}\times 60 = 20\ ;\quad \frac{2}{4}\times\frac{1}{3}\times 60 = 10$$

$$\rightarrow 10 + 10 + 20 + 10 = 50 \ \rightarrow\ 60 - 50 = 10.$$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$$d \therefore 60 \therefore \therefore 4 \therefore 10$$

$$\Longrightarrow d = \frac{4 \times 60}{10} = \frac{240}{10} = 24$$

"يخرج 24، وهو جميع القلب"

الحلّ الثاني بالجبر

"تجعل القلب شيئا، فتسقط سدسه، وخمس ما بقي منه، وثلثه، وربعي الثلث. فهذا السدس يعدل أربعة. فتجبر وتقابل، يكن أربعة وعشرين، وهو جميع القلب".

$$(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\times\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{4}\times\frac{1}{3})X = \frac{5}{6}\times X \Longrightarrow X(1 - \frac{5}{6}) = 4$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{6}\times X = 4 \ \Longrightarrow\ X = 24.$$

[1] تنبيه الألباب، ص 262و-

[المسألة 87]

ورد هذا الرجز كذلك عند ابن البنّا[1]، ويعطي حلّه بعبارة عددها81دون أن يعطي تفاصيل الحل. كما جاءت عنده كلمة"تجزّأ" عوضا عن "تقسم".وجاء هذا القصيد، أيضا، في كتاب **تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار** لابن الياسمين (ص. 303)، الذي قدّم له حلاّ باستعمال طريقة التناسب، وحلاّ ثانيا مستخدما الجبر والمقابلة، وهو ما قامبه ابن داوود، فتوصلا إلى نفس النتيجة (وهي أنّ للقلب الكامل81). ولكن نلاحظ اختلافا في التّمشّي المتّبع، وهو ما يدلّ على جهل كلّ منهما لتحليل الثاني. ويوجد هذا الرجز في**المعونة** لابن الهائم (ص. 336)، وكذلك في **كتاب الكافي** للشرزوري (ورقة 212) الذي استعمل طريقة جبرية لحل المسألة.

نصّ المسألة:"مال هلك ثلثاه وثلثا الثلث الباقي، وثلثا ثلث باقيه وثلث ثلثه الذي يبقى، وبقيت منه ستة أسهم".

الحلّ الأول بالتناسب

يبدأ ابن داوود بالبحث عن عدد ينقسم على مقامات الكسور الواردة في نصّ المسألة، وهي: 3، 3، 3 و3. فيأخذ جذاذها، وهو 81. ثم يعمل على هذا العدد جميع عمليات نصّ المسألة، ويكتشف أن هذا العدد هو خاطئ، حيث النتيجة 6.

$$\frac{2}{3}\times 81 = 54 \longrightarrow 81 - 54 = 27; \frac{2}{3}\times 27 = 18 \longrightarrow 27-18 = 9;\ \frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times 9 = 2; \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times 9 = 1.$$

$$.\longrightarrow 54 + 18 + 2 + 1 = 75 \longrightarrow 81 - 75 = 6$$

ثم يلتجأ إلى علاقة التناسب التالية، حيث d هو العدد المطلوب:

$$d \therefore 6 \therefore \therefore 81 \therefore 6$$

$$\Rightarrow \qquad d = \frac{81 \times 6}{6} = 81$$

"يخرج: 81، وهو جميع القلب. وقد صحت المسألة".

---

[1] تنبيه الألباب، ص 262و-

الحلّ الثاني بالجبر

"تجعل القلب شيئا. فتسقط ثلثيه بثلث شيء، وثلثي ثلث الباقي بثلثي ثلث شيء، وثلثي ثلث ما بقي بثلثي ثلث شيء، وثلث الثلث الباقي، يكون ذلك[1]: $\frac{8\quad 4}{9\quad 9}$".

$$X-\frac{2}{3}X=\frac{1}{3}X \rightarrow \frac{27}{81}X-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{27}{81}X=\frac{21}{81}X \rightarrow \frac{2}{3}\times\frac{1}{3}X=\frac{18}{81}X \rightarrow \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times X=\frac{9}{81}X$$

$$\rightarrow \left(\frac{27}{81}+\frac{21}{81}+\frac{18}{81}+\frac{9}{81}\right)X=\frac{75}{81}X$$

يبقى من القلب ستة أتساع التسع، فهي تعدل الستة،

$$\rightarrow \left(1-\frac{75}{81}\right)\times X=\frac{6}{81}\times X=6$$

"فتجبر وتقابل، تكن 81، وهو جميع القلب".

$$\Rightarrow X=\frac{81}{6}\times 6=\left(13+\frac{3}{6}\right)\times 6=81 \Rightarrow X=81.$$

الخاتمة

جمّع ابن داوود هذه الأراجيز، ثمّ قدّمها في أسلوب مسائل حسابيّة قبل أن يقوم بحلها مستعملا، أساسا، نظريّة الأعداد المتناسبة و/أو الجبر والمقابلة. ولقد أورد هذه الأراجيز ضمن ما سمّاه بباب الفكاهة في أنواع ضرائف الشعر. وذكر معها قصائد أخرى أسندها لابن فرحون، تتعلّق بالبحث عن اسم الله أو النبيّ محمد صلعم أو غيره من الأنبياء والصحابة. كما أضاف لها مجموعة أخرى متفرقة من الأراجيز حول الإضمار دون ذكر مصادرها، ويمكن أن يكون بعضها من تأليفه. وينمّ كلّ ذلك عن معرفة عميقة لابن داوود لهذا الجانب الأدبي الحسابي الطريف. كما نشير إلى أنّ نوعية هذه الأراجيز ظهرت في أكثر من كتاب بالشرق منذ العصر الجاهلي ثم مع بداية العهد الإسلامي، كما عرفت رواجا كبيرا بالغرب الإسلامي، ومن الأكيد مواصلة البحث في طرق انتشارها وتطور حلولها.

وننوي مواصلة التعمّق في دراسة كتاب ابن داوود بعد تحقيقه قصد نشره، زيادة عن تحديد هوية هذا العالم وفترة عيشه.

---

[1] $\frac{4}{9}+\frac{3}{81}=$ بالكتابة العصرية : $\frac{3\quad 4}{9\quad 9}$ يساوي $\frac{31}{81}$

[مسألة 59] (مخ 7/13053، ص. 82)[1]، (مخ 8856، 15و-16ظ)[2]، (مخ 16452، 15و)[3]، (مخ 7771، 127ظ)[4].

باب مسائل الليل

ومن غير[5] هذا التأليف قول الشاعر "من البحر الطويل":

وقالت فتاةُ المُنْحَنى ذاتَ ليلة	**	وقد سمحت من بعد صدّ وإعراضي
إذا مرّ ممّا قد تبقى من الدجى[6]	**	ثلاثةُ أسْباعٍ وتُسعٌ من الماضي
أتيتك لا يدري بذاك رقيبُنا	**	أجرُّ (حُلا مِرطًا)[7] على الأرض فضفاضي
فكان ذهابُ الليل عند مجيئها	**	فكم كان من ماضيه وباقيه يا قاضي[8]؟

جوابها ان تجعل الماضي شيئا والباقي اثنا عشر إلاّ شيء.

ثم تأخذ ثلاثة أسباع الماضي وتسعه بأربعة أتساع شيء وستة أسباع تسع شيء. وتحمل الناقص عليها. يكن شيئا وأربعة أتساع شيء وستة أسباع تسع شيء تعدل اثنى عشر عددا. ثم تقسم العدد على الأشياء، يخرج الماضي: سبع ساعات وسبعة وسبعون جزء من سبعة وتسعين جزء: $7\frac{77}{97}$. والباقي: أربع ساعات وعشرون جزء من سبعة وتسعين جزء: $4\frac{20}{97}$.

وبرهانه أن تأخذ ثلاثة أسباع الماضي، وذلك: $3\frac{33}{97}$، وتسعه، وذلك: $\frac{84}{97}$، وتجمع ذلك يكن $4\frac{20}{97}$، وهو الباقي من الليل.[9]

---

[1] نرمز لهذا المخطوط بحرف "أ".

[2] نرمز لهذا المخطوط بحرف "ب".

[3] نرمز لهذا المخطوط بحرف "ج".

[4] نرمز لهذا المخطوط بحرف "د".

[5] في مخ 7771، 127ظ، سقطت كلمة "غير".

[6] نفس المصدر: "إذا ما مضى مما تبقى من الدجا"

[7] في "ج": "حلا مرطا." وفي المقامة الحسابية: "رداء مرطٍ."

[8] نفس المصدر: "فكم كان باقيه ومَاضِيه يا قاض؟ "

[9] نجد في **المقامة الحسابية** حلا مختلفا تماما عن الحلول السابقة، حيث ينص الكاتب: "انه تجزأ دُجاه وانتشر، إلى خمسمائة وستّة عشر، أربعمائة واثنان وثلاثون لماضيه، وأربعة وثمانون لباقيه، تُسُع الماضي ثمانيةٌ وأربعون، وثلاثةُ أسباع الباقي، ستةٌ وثلاثُون، ومجموع هذين هما الباقي. فإن يمضيا بلغت روح الدّجى التّراقي." (ص. 530).

وإن شئت فاطلب أقل عدد له سبع وتسع، وهو 63. فتأخذ ثلاثة أسباعها وتسعها[1]، وذلك 34، وتزيد [على ذلك: 63، يكن جملة الليل 97، والماضي 63، والباقي 34. فإذا ضربت 63 في 12 عدد ساعات الليل، يبلغ ذلك: 756. فإذا قسمت على جملة أجزاء الليل: وهو 97، يخرج الماضي ساعات $7\frac{77}{97}$ وإذا ضربت الباقي من الليل وهو 34، في 12، عدد ساعات الليل، يبلغ ذلك: 408. فإذا قسمتها على جملة أجزاء الليل، يخرج ساعات: $4\frac{20}{97}$، والله الموفق.

وإن فرضنا أن الثلاثة أسباع من الباقي من الليل من الماضي وبمجموع ذلك يتم الليل، فوجه العمل أن يطلب أقلّ عدد له سبع، وذلك سبعة. فتأخذ ثلاثة أسباعها، وهو ثلاثة وقد فرض أن بتمام السبعة يتم الليل، وهو تسع الماضي. فتمام السبعة أربعة، وهي تسع الماضي. فتضرب الأربعة في تسعة بستة وثلاثين. يحصل الماضي من الليل. والباقي منه سبعة. وجملة أجزاء الليل : 43 جزء. فإذا جمع تسع الماضي إلى ثلاثة أسباع الباقي، كان ذلك سبعة، وهو قدر الباقي من الليل. فإذا ضرب 36 في 12، عدد ساعات الليل، وقسم على جملة أجزاء الليل، يخرج: ساعات $10\frac{20}{43}$، وهو الماضي من الليل. وإذا ضرب سبعة في أحد عشر وقسم على اجزاء الليل، يخرج ساعات: $1\frac{41}{43}$، وهو الباقي من الليل.

وإن فرضنا أن الثلاثة أسباع من الليل كلّه، والتسع وحده من الماضي، فيطلب أقل عدد له سبع وتسع، وذلك 63. فثلاثة أسباعها: 27، والباقي من أجزاء الليل: 36.][2] فإذا أضيف ذلك إلى الثلاثة أسباع الماضية من الليل كله، يبلغ ذلك 31. فإذا ضرب ذلك في 12، أعداد ساعات الليل، وقسم على 63، يخرج[3] من القسم، ساعات: $5\frac{1}{7}\frac{8}{9}$. وإذا ضرب 32، الثمانية أتساع الباقية من الماضي، في 12، عدد ساعات الليل، وقسم ذلك على 63، أجزاء الليل، يخرج في القسم: ساعات: $6\frac{6}{7}\frac{0}{9}$، ومجموع الخارجين 12 ساعة. وبالله تعالى التوفيق.

[مسألة 74] (مخ13053/7، ص. 87)، (مخ16452، ص. 13ظ)

---

[1] في "ب" وفي "د": "سبعها"، وذلك خطأ.

[2] في "أ" وفي "ب" وفي "د": سقطت الفقرات. "على ذلك: 63، يكن جملة الليل 97،..." إلى "والباقي من أجزاء الليل: 36.".

[3] "ب": سقطت العبارة "يخرج".

باب الفكاهة في أنواع ظرائف الشعر

فمن ذلك قول صالح بن عبد القدوس[1]:

تحـــدر دمـــع أمـــاقي	**	فـــأظهر ســـرّ أشـــواقي
عـــزيزي مـــن قـــيان	**	قـــد ملكن عـــنان أشـــواقي
يـــدرن عـــلى صـــافية	**	عـــقارًا ذات أشـــواقـــي
فـــمـــن ســـكر يا قداحو	**	مـــن ســـكر بأحـــداق
وان حـــركـــن أوتـــارا	**	تـــحرك فـــرط قـــلاقـــي
فحُـــرُفُ العـــود قـــائمـــة	**	مـــع الســـاقـــي عـــلى ســـاقـــي
فـــلا منـــهن واحـــدة	**	تـــوافـــق حـــسـن أخـــلاقي
لـــها الثـــلثـــان مـــن قلـــبي	**	وثـــلثـــا ثلثـــه[2] البـــاقـــي
وثلـــثا ثلـــث مـــا بقـــي	**	وثـــلـــث الثلـــث للســـاقي
وتبـــقى أســـهـــم ســـتّ	**	تـــقسم بـــين عـــشـــاقي

هذا سؤال من الحساب وذلك مال طرحت منه ثلثيه وثلثي ثلث ما بقي وثلثي ثلث[3] وثلث ثلثه الباقي، وبقي منه ستة. كم أصل ذلك المال؟

العمل أن تضرب مقام الثلث في مقام الثلث أربع مرات. فيكون أحدا وثمانين. فتطرح ثلثيها بأربعة وخمسين. الباقي سبعة وعشرون. ثم تطرح منها ثلثيها، الباقي تسعة. ثم تطرح ثلثي ثلث التسعة وثلث ثلث التسعة، وذلك ثلاثة، الباقي ستة. فإذا جمعت أربعة وخمسين وثمانية عشر وثلاثة، كان خمسة وسبعين. فتحمل عليها الستة الباقية، تكن واحدا وثمانين، كما ذكر. فافهم.

---

[1] جاء عند أبي نوّاس: [ديوان أبي نواس، تحقيق غريغور شولر، طبعة خاصة، دار المدى، دمشق 2003، م 4 ، ص. 119] -

حنان حصّلت قلبي	**	فما إن فيه من باق
لها الثلثان من قلبي	**	وثلثا ثلثه الباقي
وثلثا ثلث ما يبقي	**	وثلث الثلث للساقي
فتبقى أسهم ستّ	**	تجزّا بين عشاقي

[2] في "أ" وفي "ب": "ثلث".

[3] سقطت في النص.

جوابها[1] بالشعر:

ألا[2] أيّها الـفطن الــذي ** درس الـــدواويــــنــا
وقفــت علــى الخـير بـما[3] ** قـــد كـنـت تـعـنينا
فـثلـثا مالـك المقـسوم ** أربـــعـــة وخـــمســـون[4]
وثـــلـثا عــشريــن إلاّ ** عـــشر عـــشـــريـنـــا
وثـلثا[5] ثلـث مـا باقـينـا ** بـقـى وثـلـث الثـــلث
ثـلاثة أسـهم فـاجمع ** تـكن خـمسا وسبـعيـن
وتـبـقا سـتـة تـوفي ** بـــواحـــدها ثـــمـــانين

[المسألة 75] (مخطوط تونس 7/13053، ص. 88)

ولعبد الحليم بن عبد الواحد، (رحمه الله تعلى)[6]:

سبعة أعشار الفؤاد لـها ** وجملة الباقي لها نـصفه
ونصف ما يبقي[7] يحـيا به ** من لم[8] يخشى في الهوى حتفه
وسدس باقيه وخمس الذي ** يبقى لمبعوث شفا لطــفه
ونصف ما بقي لمستحفظ ** كاتم سرّ يُتّـقا كشــفه
ثم سهام سبعة تـتقا ** سهم رقيب قايم لهـــفه
وواحد للمغرم المبتلي ** لو لم يغادر لدنا حتــفه
يا عجبا من رمق[9] بعد ذا ** يبقى لمن محنته طـــرفه

فالسؤال عن هذه المسألة مال طرحت سبعة أعشاره ونصف ما بقي وسدس ما بقي وخمس ما بقي ونصف ما بقي، وتبقى منه ثمانية.

---

[1] في "ب": سقطت الكلمة.
[2] في "ج": سقطت "ألا".
[3] في النص: "بماية"، وذلك ليس له معنى.
[4] في ""أ" و"ب": "خمسين".
[5] في "أ" و"ب": "ثلثا".
[6] في "أ" وفي "د": سقطت العبارة. تأكدنا أنّ اسم الشاعر هو عبد الحليم عوضا عن عبد الحكيم
[7] في "أ" و"ب": "بقي"
[8] في "أ" و"ب": "لم".
[9] في "ب" وفي "د": "زمن".

العمل في ذلك أن تنظر من حيثما يقوم النصف ونصف العشر، وذلك من عشرين. فتضربها في ستة، مقام السدس، يكنماية وعشرين، ثم في خمسة، مقام الخمس، بستماية. ثم في اثنين، مقام النصف، بألف ومايتين. فاطرح منها سبعة أعشارها بثمانماية وأربعين، الباقي ثلاثماية وستون. فاطرح منها نصفها، الباقي ماية وثمانون. فتطرح منها نصفها، الباقي تسعون[1]. فتطرح منها سدسها، الباقي خمسة وسبعون. فتطرح منها خمسها، الباقي ستون. فتطرح منها (نصفها، الباقي)[2] ثلاثون، وهو الامام الذي عليه القسم. ثم تضرب الثمانية في[3]الف ومايتين، مقام الكسور، بتسعة الاف وستماية. فتقسم ذلك على الامام، يخرج ثلاثماية وعشرون، وهو المال الذي خفا في شعره.

فإذا طرحت منه سبعة أعشاره بماتين وأربعة وعشرين، الباقي ستة وتسعون[4]. فتطرح نصفها أيضا، الباقي ثمانية وأربعون. فتطرح نصفها أيضا، الباقي أربعة وعشرون. فتطرح منها (سدسها، الباقي عشرون. فتطرح منها)[5] خمسها، الباقي ستة عشر. فتطرح منها نصفها، الباقي ثمانية. فاطرح منها سهم المغرم المبتلي، يبقى سبعة، كما شرط.

[المسألة 76] (مخطوط رقم 13053، ص 89)، (مخطوط رقم 8856)، (مخ رقم 16542، 21ظ)، (مخطوط رقم 7771، 133و)،

ولعبد الحليم أيضا شعر:

ثلاثة أسباع الفؤاد للحضـــها[6] ** وسبع لورد الوجنتين مــوزع
وسبع ونصف السبع والربع حازه ** لها فرق ثغر مطمع مــتمنع[7]
وسبع وسدس الربع حصة نـاهد ** يمانع لثمي في العناق ويـدفع[8]
وحاز البقايا وهي خمسة أسـهم ** حديث لها يُشفى به حيث يُسمع[1]
فها أنا صــبّ للصبابة والضنا ** وفي يدها القلب المقسم أجـمع

---

[1] في "أ" وفي "ب" وفي "د": "خمسة وتسعون"، وذلك خطأ.
[2] في ""ج": سقطت الكلمتين.
[3] في ""ج": سقطت "في".
[4] في "أ" وفي "ب": "ستون"، وذلك خطأ.
[5] في "أ" وفي "ب" وفي "د": سقطت الجملة.
[6] في ""ج": "لها".
[7]في "أ" : " لها فرق شعر قطع متمتع ". وفي "ب" وفي "د": "لها فرق ثغر قطع متمنع "
[8] في "أ" : " ممانع لثمي في العناق ومدفع ".
[1] في "أ" وفي "ب" وفي "د": "حديث بها يُشفى حيث يُسمع ".

سؤال هذه المسالة مال طرحت ستة أسباعه وثلاثة أرباع سبعه وسدس ما بقي من سبعه، وتبقى منه خمسة دراهم.

العمل في ذلك (أن تنظر)[1] من حيث يقوم السدس والسبع، وذلك من اثنين وأربعين. فتضربها في أربعة، مقام الربع، بماية وثمانية وستين. وهو المال المطلوب.

فإذا طرحت منه ستة أسباعه، بماية وأربعة وأربعين، الباقي أربعة وعشرون، وهو السبع. فتأخذ ثلاثة أرباعها وسدس ربعها، تسعة عشر، الباقي خمسة، كما قال.

[مسألة 77] (مخطوط تونس رقم 130537، ص. 89)

ولبعض الشعراء في هذا النوع :

فها أنا صبّ * وفي يدها القلب

لها النصف من مالي * ونصف الذي يبقى

إلى كل مهضوم * الحشا متناعم

وخمسة أثمان * لوجه يحمد

وثُمُنان من باقي * الحساب لقاسم[2]

وتبقى إذا تمت * ثمانون درهما

لخشف غزال الريم / عيسى ابن حاتم

سؤاله مال طرحت نصفه ونصف مابقي وخمسة أثمان مابقي وثمنا [3]مابقي، وبقي منه ثمانون. كم كان المال؟

العمل أن تنظر من حيث يقوم النصف ونصفه والثمن وثمنه، وذلك من ماتين وستة وخمسين. فتطرح نصفها وذلك ماية وثمانية وعشرون. وتطرح نصفها أيضا، وذلك أربعة وستون. فتطرح خمسة أثمانها، الباقي أربعة وعشرون. فتطرح منها ثُمُنيها، الستة، الباقي (ثمانية عشر)[1]،

---

[1] في "ج": سقطت العبارة.

[2] في "ج": "تقاسم".

[3] في النص: "عشر"، وذلك خطأ.

[1] في "أ" وفي "ب" وفي "د": سقطت العبارة.

وهو الامام الذي عليه القسم. ثم تضرب الثمانين في مايتين وستة وخمسين، التي هي مقام الكسور. تكن عشرين الفا وأربعة ماية وثمانين مقسومة على الامام، يخرج الف وماية وسبعة وثلاثون وسبعة أتساع، وهو المال المطلوب.

فتطرح منها نصفها، تبقى خمسماية وستة وستون وثمانية أتساع. ثم تطرح نصفها أيضا، الباقي مايتان وأربعة وثمانون وأربعة أتساع. فتطرح منها خمسة أثمانها، وذلك ماية وسبعة وسبعون وسبعة أتساع، الباقي ماية وستة أتساع. فتطرح ثُمُنها، وذلك ستة وعشرون وستة أتساع، يبقى ثمانون، كما ذكر.

[مسألة 78](مخطوط تونس رقم 13053، ص 90)

ولصالح بن عبد القدوس:

وهَبتُ له[1] ثلثا من العمر كـاملا ** وخمسا وسبعا ثم تسعا فأعرضا

وقال قليل قلت عندي زيــادة ** فزدت له ثلثي سبع الذي مـضا

وأبقيت لي عشرين عاما أعيشها ** وذلك كثير للفتى إن تمــرّضا

سؤال هذه المسألة مال طرحت ثلثه وخمسه وسبعه وتسعه وثلثي ماطرحت من الأربعة كسور، وتبقى منه عشرون. كم كان المال؟

حساب ذلك أن تقيم الثلث والخمس والسبع والتسع والسبع الأخير من ستة الاف وستماية وخمسة عشر. فتأخذ ثلثها، وذلك الفان ومايتان وخمسة. وتأخذ خمسها، وذلك ألف وثلاثماية وثلاثة وعشرون. وتأخذ تسعها[2]، وذلك سبعماية[3] وخمسة وثلاثون. وتأخذ سبعها، وذلك تسعماية وخمسة وأربعون. وهي الجملة المطروحة من مقام الكسور، وذلك خمسة الاف ومايتان وثمانية. فتأخذ ثلثي سبعها، وذلك أربعماية وستة وتسعون. فتجمعها إلى الجملة المطروحة، التي هي خمسة الاف ومايتان وثمانية، يكن ذلك خمسة الاف وسبعماية وأربعة. فاطرحها من مقام الكسور، الباقي تسعماية وأحد عشر، وهو الامام الذي عليه القسم.

---

[1] في "ج": "لها".

[2] في النص: سقطت الكلمة.

[3] في النص: "سبعة"، وذلك خطأ..

ثم تضرب مقام الكسور، الذي هو ستة الاف وستماية وخمسة عشر، في العشرين الباقية من المال، يكن مائة ألف واثنين وثلاثين ألف وثلاثماية، مقسومة على الامام، يخرج ماية وخمسة وأربعون ومايتا جزء وخمسة أجزاء من تسعماية وأحد عشر، وهو المال المطلوب.

امتحان ذلك أن تأخذ ثلث المال، وهو: $48\ \frac{372}{911}$. وتأخذ خمسه، وذلك تسعة وعشرون وأحد وأربعون جزء. وتأخذ سُبعه، وذلك عشرون وستماية جزء وثمانون جزء. (وتأخذ تُسُعه، وذلك ستة عشر وماية جزء وأربعة وعشرون جزء)[1]. فتكون الجملة من الكسور ماية وأربعة عشر وثلاثماية جزء وستة أجزاء من تسعماية وأحد عشر. فتأخذ ثلثي سُبعها، وذلك عشرة وثمانماية جزء وعشرة أجزاء، مجموعة إلى الماية وأربعة عشر وثلاثماية وستة أجزاء، تكن ماية وخمسة وعشرين ومايتين جزء وخمسة أجزاء من تسعماية وأحد عشر، مطروحة من المال الذي هو ماية وخمسة وأربعون وماية جزء وخمسة أجزاء من تسعماية وأحد عشر، الباقي عشرون، كما شرط.

[مسألة 79] (مخطوط تونس رقم 13053، ص 91)

ولبعضهم أيضا شعر:

عجبا[2] لمال صار في ثلث ثلثه ** وفي ثلث[3] ثلثي ثلثه ثلث درهم
فقل لذوي الألباب هذي فريضة ** فكم كان هذا المال قبل التقسم

حساب ذلك أن تنظر من حيث يقوم الثلث، وذلك من ثلاثة. فتضربها في ثلاثة، ثم في ثلاثة، تكن سبعة وعشرين. فتأخذ ثلث ثلثها، وهو ثلاثة، ثم ثلث ثلثي الثلث، وذلك ثلث[4] ستة، وهو اثنان. فذلك خمسة، فهي الامام المقسوم عليه.

ثم تضرب السبعة والعشرين في ثلث، يخرج تسعة. فتقسمها على الامام، وذلك خمسة[1]، يخرج واحد صحيح وأربعة أخماس، وهو المال المطلوب.

---

[1] في "ج": سقطت الجملة.

[2] في "أ" وفي "ب" وفي "د": "عجبت".

[3] في "ب": سقطت كلمة "ثلث"

[4] في "ج": سقطت الكلمة "ثلث".

[1] في "أ": "ستة"، وذلك خطأ.

فإذا أخذت (ثلث ثلثيه)[1]، وذلك خمسان[2]، وثلث ثلثي ثلثه، وذلك ثلثا خمس. فخمس وثلثا خمس ثلث مال، وذلك ثلث خمسة عشر، التي هي أجزاء الدراهم.

[مسألة 84] (مخ 13053، ص. 98)

سَبـــا فـــؤادي قـــمـر ** فـحــاز مـنـه الـــربـعـا
تهــت لــم يـــرضـى بــه ** حــتى وهــبـت الـســبـعـا
فــقــال زدنـــي ثـلــثـا ** قـــسـرا وزدنـي تــســعـا
واقنــع بسـدس مــا بـقـي ** فـقلــت مـثــلـي قـنـعـا
فـــكـــان ذلــك واحــــدا ** مــن عــدد تجــمّـعـا

سؤال هذه المسألة مال هلك ربعه وسبعه وثلثه وتسعه، فبقي منه ستون.

وجه العمل في هذه المسئلة بطريقة العدد أن تقيم الثلث والربع والسبع والتسع من 756. فتأخذ ربعها: 189، وثلثها: 252، وسبعها: 108، وتسعها: 84. تجمع الجميع، يكن: 633. فتسقطها من 756، يبقى: 123. فهو الامام الذي يقسم عليه.

ثم تضرب أصل المسألة، وهو 756، في 60، يكن ذلك: 45360.

فتقسم ذلك على الامام، وهو ثلث الجزء من 45360. ثلثها وربعها وسبعها وتسعها، يكن الجميع 37980. فأسقطها من 45360، يبقى 7380. فاقسمها على الامام الأول، يخرج 60. فتأخذ سدسها: 10، الذي قال: "واقنع بسدس مابقي"، ثم تأخذ عشر العشرة بواحد، كما قال"يكفي عشرة"، فكان ذلك واحدا. وقد صحت المسألة.[3]

وعملها بطريق الجبر فتجعل القلب شيئا. فتأخذ ثلثه وربعهوسبعهوتسعه، يبقى منه: $\frac{1\ \ 1\ \ 3\ \ 1}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 9}$، وهو تسع شيء وثلاثة أسباع تسع شيء (وسدس سبع تسع شيء)[1]، ونصف سدس سبع تسع شيء، فهذا يعدل ستين.

---

[1] في كل النسخ: "ثلثه"، وذلك خطأ.

[2] في "ج": "خمس"، وذلك خطأ.

[3]يكن الخارج: $\frac{341}{032368}$. وان شيت فخذ من 45360 ثلثها وربعها وسبعها وتسعها يكن الجمع 31980 فاسقطها من 45368 يبقا 7380 فاقسمها على الامام الاول يخرج 60 فتاخذ سدسها 10 الذي قال "واقنع بسدس مابقي" ثم تاخذ عشر العشرة بواحد كما قال يكفي عشرة فكان ذلك واحدا وقد صحت المسئلة.

[1] في "أ" وفي "ب": سقطت الجملة.

فتقول بكم تجبر ذلك حتى يكون واحدا صحيحا؟ فتضرب واحدا في جميع المقامات، يكن 756. ثم تبسط أجزاء الخط، وهو $\frac{1\quad 1\quad 3\quad 1}{2\quad 6\quad 7\quad 9}$، يكن 123. فتقسم العدد الأول عليها، يخرج لك: 6 $\frac{1\quad 0}{3\quad 41}$، فتضرب ذلك في 60، تجبرها كما جبرت تلك الكسور بضربها في هذه. تكن: 15120. فتأخذ ثلثها وربعها وسبعها وتسعها، يكن 12660. فتسقطها من 15120، يبقى 2460. فتقسمها على 41، يخرج ستون، كما قال. وبالله التوفيق.

[مسألة 85] (مخ 13053، ص. 99)

وقال غيره:

وهبت له خمسا من العمر كـاملا ** وسبعا وتسعا ثم ولاّ وأعرضا

وقـــال قليل قلت عندي زيادة ** فزدت له ثلثي سبع الذي مضا

وابقيت لي عشرين عاما أعش بها ** وذاك قليل للفتى إن تمـرضا

سؤال هذه المسألة مال هلك خمسه وسبعه وتسعه وثلثا سبع الذي هلك، فبقيت منه عشرون.

وجه العمل في هذه المسألة بطريقة العدد أن تنظر من حيث يقوم الخمس والسبع والتسع. تجد: 3156. فتضربها في مقام ثلثي السبع، وهو: 21. يكن: 6615.

فتأخذ خمسه[1]: 1323، وسبعه: 945، وتسعه: 735. وتجمع الثلاثة يكن ذلك 3003. فهو الماضي من العمر. ثم تأخذ ثلثي سبع ذلك الماضي، وهو: 286. فتحمله على الماضي. يكون: 3289. فتسقطه من 6615. فيبقى: 3326، فهو الامام الذي تقسم عليه. ثم تضرب 6615 في العشرين، يكون ذلك: 132300. فتقسم ذلك على الامام. يخرج لك: 39 $\frac{0\quad 1\quad 2\quad 9\quad 3}{2\quad 1\quad 6\quad 6\quad 3}$.

فإن أردت أن تبسط، فتأخذ خمسها، وذلك: 26460، وسبعها: 18900، وتسعها: 14700. فتجمع الجميع. فيكون: 60060. فهو الماضي. فتحمل عليه ثلثي سبعه، وهو: 5720. يكن: 65780. فتسقطه من 133300. يبقى 66520. فتقسمها على الامام. يخرج 20 $\frac{1\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0}{2\quad 1\quad 6\quad 6\quad 3}$.

[1] في النص: "2323"، وذلك خطأ.

فإن أردت بطريق الجبر فإنك تجعل القلب شيئا، وتأخذ خمسه، وسبعه وتسعه، وهو الماضي منه. فتأخذ ثلثي سبعه. فيكون: 3289. فتحطها من 6615. يبقى 3326. فتقسمها على جميع الايمة. يخرج: $\frac{2\ \ 9\ \ 4\ \ 3\ \ 4}{3\ \ 5\ \ 7\ \ 7\ \ 9}$. فهذا يعدل الذي قال "ابقى يعيش بها".

فتجبر هذا وتقابل بضرب الكسور في 1 $\frac{1\ \ 1\ \ 6\ \ 4\ \ 0}{2\ \ 1\ \ 6\ \ 6\ \ 3}$.

وكذلك تضرب 20 في بسط هذا العدد. يكون الخارج: 132300، فتقسمه على الامام، يخرج:

39 $\frac{0\ \ 1\ \ 2\ \ 9\ \ 3}{2\ \ 1\ \ 6\ \ 6\ \ 3}$. وهو جميع العمر. وقد صحت المسألة.

[مسألة 86] (مخ 13053، ص. 100)

وقال غيره :

لها من قلبي السدس ** وفيما قد بقي الخمس

وثلث الكل يتبعه ** وربعاه لها حبس

ومالي غير أربعة ** بقيت بهن احتبس

سؤال هذه المسألة أيضا : مال هلك سدسه وخمس ما بقي وثلث الكل وربعا الثلث، فبقيت منه أربعة.

وجه العمل أن تنظر من حيث يقوم السدس والخمس والثلث والربع، تجد ذلك 60. فتأخذ سدسها: 10، وخمس ما بقي: 10، وثلث الكل: 20، وربعاه: 10. فتجمع الجميع، يكن خمسين، فتبقى عشرة، فهي الامام.

ثم تضرب 60 في الأربعة، التي قال بقيت، تكن: 240، فتقسمها على العشرة يخرج : 24، وهو جميع القلب.

وإن أردت ذلك بطريق الجبر فتجعل القلب شيئا، فتسقط سدسه، وخمس ما بقي منه، وثلثه، وربعي الثلث. يكن الجميع من القلب خمسة أسداسه، يبقى منه سدس. فهذا السدس يعدل أربعة. فتجبرها وتقابل، وذلك بضرب السدس في ستة، وتضرب أربعة في ستة وتقابل. يكن أربعة وعشرين، وهو جميع القلب.

[مسألة 87] (مخ 13053، ص. 101)

وقال غيره:

لها الثلثان من قلبي ** وثلثا ثلثه الباقي
وثلثا ثلث ما يبقى ** وثلث الثلث للساقي
وتبقا أسهم ست ** وتقسم بين عشاقي

سؤال هذه المسألة مال هلك ثلثاه وثلثا الثلث الباقي وثلثا ثلث باقيه وثلث ثلثه الذي يبقى، وبقيت منه ستة أسهم.

فوجه العمل في هذه أن تنظر من حيث يقوم الثلث، وهو ثلاثة. تم معك ذكر الثلث أربع مرات. فتضرب 3 في 3 في 3 في 3، تكن واحدا وثمانين. فتأخذ ثلثيها، [وذلك: 54، يبقى 27، فتأخذ ثلثيها: 18، يبقى: 9. تأخذ ثلثي ثلثها:][1] 2 وثلث ثلثها: 1. فتجمع الجميع، (يكن خمسة وسبعين. يبقى: ستة)[2]. فهو الامام. ثم تضرب الستة التي قال: "وتبقى أسهم ست في الأصل: 81"، تكن: 486. فتقسمها على الامام، يخرج: 81، وهو جميع القلب. وقد صحت المسألة.

وإن أردت بطريق الجبر، فتجعل القلب شيئا. فتسقط ثلثيه بثلث شيء، وثلثي ثلث الباقي بثلثي ثلث شيء، وثلثي ثلث ما بقي بثلثي ثلث ثلث شيء، وثلث الثلث الباقي، يكون ذلك: $\frac{8}{9}$ $\frac{3}{9}$. يبقى من القلب ستة أتساع التسع، فهي تعدل الستة، التي قال: "وتبقى أسهم ستّة"، فتجبر وتقابل، وتقسم 6581 على ستة، يخرج 13 $\frac{3}{6}$. فتضرب فيها الستة أتساع التسع، وذلك بان تضربها في الستة التي قال "بقيت"، تكن 81، وهو جميع القلب. فافهم.

---

[1] في "أ" وفي "د": سقطت الجملة.

[2] في "ب" وفي "د": "يكن: 75، يبقى:6".

تعليم وتعلّم الرّياضيات في تونس من 1840 الى 1940

رحيم الكوكي - جامعة تونس المنار وجامعة قرطاج

المهدي عبد الجواد - جامعة تونس

سليمان حسيون - الجامعة الافتراضية بتونس

المقدمـة

يندرج هذا المبحث ضمن مدارات اهتمامنا بتاريخ وأبستمولوجيا وتعلّمية الرياضيات في تونس، لما لهاته المادة التعليمية من مكانة في تعليم وتعلّم العلوم العصرية، ومن أثر في صقل المواهب والقدرات العقلية لدى المتعلمين.

وتعتبر ظروف تعليم الرياضيات في تونس خلال الفترة الممتدة بين ما قبل الحماية الفرنسية ونهاية الحرب العالمية الثانية إطارا ملائما لدراسة التأثيرات الاجتماعية والسياسية على تطور التعليم في تونس بصفة عامة وعلى تعليم العلوم العصرية والرياضيات بصفة خاصة.

في هذه المحاضرة تطرقنا بصفة ملخصة إلى عددمن المواضيع المدروسة بكل دقة في كتابنا الذي نشر من قبل مركز الدراسات والبحوث الاقتصادية والسياسية في ديسمبر من سنة 2024 والمتصلة بتعليم وتعلّم الرياضيات من حيث محتواه وطرائقه ووسائله، وخاصة الكتب المدرسية المستعملة في تدريس الرياضيات، المخطوط منها والمطبوع وذلكم خلال الفترة الممتدة بين 1840 و1940.

مخطط المحاضرة ينقسم الى أربعة اقسام رئيسية ففي القسم الأول من مبحثنا قدمنا لمحة عن الإطار السياسي والثقافي والاجتماعي بتونس. اما القسم الثاني فخصصناه لدراسة تطور تعليم وتعلّم الرياضيات في الفضاءات التعليمية التقليدية. بالنسبة للقسم الثالث استعرضنا من خلاله تطور تعليم الرياضيات في التعليم العصري اما القسم الرابع والأخير تطرقنا من خلاله الى تطور تعليم الرياضيات في نظام التعليم العمومي والخاص.

I. الإطار السّياسي والثّقافي والاجتماعي بتونس

أنموذجان تعليميان لفتا انتباهنا وحظيا باهتمامنا وهما على التوالي الأنموذج التقليدي الضارب في القدم والأنموذج العصري المتفتح على العلوم الحديثة. هذان الأنموذجان تلازما أحيانا في تكامل وتناغم وأحيانا أخرى تناقضا وتصادما معبرين عن الخصوصية الفريدة التي تميز بها تعليم وتعلّم الرياضيات في تونس.

ولتمثّل ظروف تعليم وتعلم الرياضيات في الفترة التاريخية التي تعنينا، سنعرض في الأقسام الثلاثة التالية مظاهر تطوره في أغلب الفضاءات التعليمية.

II. تطور تعليم وتعلّم الرّياضيات في الفضاءات التعليمية التقليدية

تميز التعليم في تونس خلال النصف الأول من القرن التاسع عشر بكونه ديني في أهدافه، تقليدي في طرائقه وغير نظامي في هيكلته، وكان يتألف من ثلاث مراحل: ابتدائية في الكتاتيب، ثانوية في فروع الجامع الأعظم في العاصمة وفي داخل البلاد، وعالي في جامع الزيتونة.

لم تتغير هاته الحالة أساسا بعد استيلاء فرنسا على القطر التونسي، بل استفحلت الوضعيات وأدّت إلى تفاقم النزاع القائم بين شيوخ الزيتونة المحافظين وزملاهم الحداثيين، واستمر هذا الصراع حتى نهاية الحرب العالمية.

تناولنا كل هذا بالوصف الدقيق في (عبد الجواد، الكوكي وحسيون، 2024)من خلال بابين حيث يعتني الأول منه بالتعليم الزيتوني بالجامع الأعظم والثاني بتطور التعليم بالكتاتيب.

III. بعث التعليم العصري وتطوره بتونس

في سنة 1838 أقر أحمد باي تعصير النظام العسكري التونسي بتأهيل الجيش النظامي وإنشاء أول أكاديمية عسكرية في شمال إفريقيا، سميت "مدرسة التقنيات"ثم "مدرسة المهندسين" بباردوحيث اتخذت قصر الباي مقرا لها، وفي سنة 1856 عوضها "المكتب الحربي" قبل أن يبعث محمد الصادق باي المدرسة الصادقية سنة 1875. وكان التعليم في كل هذه المدارس ينجز على الطريقة الأوروبية الحديثة محتوى وطرائقا ووسائلا.

حيث أقر لويجيكاليقاريس الذي أوكلت له مهمة تحديد المناهج التعليمية مراعاة المستجدات العلمية والتكنولوجية وتدريس الرياضيات والعلوم والفنون العصرية وكذلك اللغة العربية التي اضطلع بتدريسها شيخ زيتوني وهو الشيخ محمود قابادو إلى جانب اللغة الفرنسية

التي اعتمدت لتدريس المواد التقنية باعتبار أن أغلب الكتب والمراجع المستعملة في التدريس كانت مدونة باللسان الفرنسي.

بعد سنة من اعتلائه العرش، أقر محمد باي (1855-1859) بعث مدرسة عسكرية في المقر السابق لمدرسة المهندسين بباردو تحت اسم جديد : **مكتب الحرب بباردو**، وفي نوفمبر سنة 1855، عيّن الضابط الفرنسي إرناست دي تافارن لتسييرها وطلب منه إعادة هيكلتها وجعلها تقتصر على تكوين ضباط الصف. فقدم إرناست دي تافارن تقريره في 13 أكتوبر 1859[1]، وتمّ نقل مقرّ مكتب الحرب من السرايا إلى ثكنة عسكرية بباردو وذلك في سبتمبر1860.

ولقدقرّر المشير الصادق باي تدريس الرّياضيات والعلوم والفنون الحربية باللغة الفرنسية، حيث درّس مادة الرياضيات ضابطان فرنسيان: إيتيانسُويْيِي (Etienne Souiller) المنتدب للتدريس سنة 1861 وزيفيران أيمون (Zéphyrin Eymon) المنتدب للتدريس سنة 1858، وكلاهما انتدبا لاحقا لتدريس الرياضيات بالمدرسة الصّادقية عند انطلاق نشاطها سنة 1875.

في خريف سنة 1875 بعثت المؤسسة التعليمية الجديدة، أطلق عليها من بعد اسم "المدرسة الصّادقية" نسبة إلى محمد الصادق باي، وعيّن على رأسها أمير اللواء محمد العربي زروق رئيس بلدية تونس وأحد خريجي مدرسة المهندسين بباردو وعضو لجنة الإصلاح. فساهم في إرساء نظام تعليمي عصري يواكب التطورات العلمية العالمية ويتماشى مع تطلّعات النخبة المستنيرة بالبلاد.

نشات المدرسة الصادقية وهيكلت على نمط المدارس التحضيرية الفرنسية والعثمانية وهدفها يكمن في تكوين الإطارات الإدارية العصرية وتهيئة التلامذة إلى الدخول إلى معاهد التعليم العالي الفرنسية والعثمانية للتخصّص في الطب والهندسة والمحاماة.

احتجاجًا على دخول الجيوش الفرنسية سنة 1881 إلى تونس، غادر العربي زروق، المدير الأول للمدرسة الصادقية، التراب التونسي. وتعقبه فيما بعد العديد من المديرين، ولم يقع البت في مصير المدرسة إلا في أواخر سنة 1883 حيث بدأت الهيمنة الكاملة على سير المؤسّسة ونهب أملاكها وأموالها لفائدة مشاريع إدارة المعارف العمومية التي تكوّنت في شهر ماي وعيّن على رأسها لويس ماشوال (Louis Machuel).

---

[1] ارناست دو تافرن، (1819-1861) Ernest de Taverne ضابط سامي ألحقته الحكومة الفرنسية سنة 1847 في البعثة العسكرية القارة بتونس، ثم عيّنه المشير محمد صادق باي عام 1855، مديرا لمكتب الحرب بباردو حيث واصل عمله بهذه المؤسسة إلى وفاته بتونس في 20 نوفمبر 1861.

وسرعان ما حُوّلت المدرسة الى شبه فرع لمدرسة ترشيح المعلمين (التي أسِّست سنة 1884، وسُمّيت المدرسة العلوية) ونُقل عدد من تلامذة الصادقية إلى العلوية، والبعض الآخر إلى معهد سان شارل الذي أصبح معهدًا ثانويًا عموميًا في 1886. ولم يبق فيها إلا تلامذة التعليم الابتدائي.

نلخّص أهم المحطات التي مرت بها المدرسة الصادقية في بدايات الحماية في الجدول التالي مع ملخص لاهم القرارات :

جدول 10: أوامر وقرارات تخصّ المدرسة الصادقية من 1892 إلى 1911

التاريخ	نوعه	محتوياته
1 أكتوبر 1892	قرار	تعيين ماريوس دلماس مدير المدرسة الصادقية Marius Delmas
1 جانفي 1893	قرار	إقرار برنامج جديد للدراسة بالمدرسة الصادقية
1 أكتوبر 1897	-	انتقال المدرسة الصادقية إلى مقرّها الجديد والنهائي بالقصبة
28 مارس 1906	أمر علي	إعادة تنظيم المدرسة الصادقية وإحداث مجلس إصلاح
25 ماي 1911	أمر علي	انشاء شهادة ختم الدروس بالمدرسة الصادقية

بعد إنشاء شهادة ختم الدروس بالمعهد الصادقي إثر الحرب العلمية الاولى التي تتوّج ست سنوات من تعلّم اللغتين الفرنسية والعربية ظهر جليًا أن نيّة المشرّع مواصلة تكوين مترجمين وموظفين متوسّطين وأنّ مستوى برنامج العلوم أدنى بكثير مما يدرّس في أقسام المعاهد الثانوية الفرنسية ولا يؤهّل التلامذة إلى امتحان الجزء الأول من البكالوريا.

إثر الحرب العالمية الثانية ونظرا للضغوطات المسلطة على إدارة التعليم العمومي وتنامي عدد التلامذة بالمعهد الصادقي وقع إحداث "الشعبة التونسية" بالمعاهد الثانوية الحكومية، يكون برنامجها برنامج المعهد الصادقي. وصدر الأمر العلي المؤرخ في 26 جانفي 1950 ينظم بمقتضاه بكالوريا فرنسي – تونسي (سمي أيضا بكالوريا الصادقية) بجزأيه الأول والثاني. وامتازت هذه الشهادة بإعطائها اللغة العربية والأدب العربي مكانة محترمة. وكانت الاختبارات في الرياضيات والعلوم العصرية تقع باللغة الفرنسية وبرنامجها موازيا لنظيره الفرنسي.

اما الجمعية الخلدونية التي انشات سنة 1896 فقد كان الهدف الأسمى من انشائها هو البحث عن الوسائل المفضية إلى توسيع نطاق المعارف لدى المسلمين. وكانت الدروس التي وقع تقديمها بمقر الخلدونية في السنة الأولى بعد تكوينها متفرقة مثل الجغرافيا والتاريخ، الصحة والطب، الهندسة والحساب...

وفيما يخص تعليم الرياضيات، فقد بدأ تدريسها منذ افتتاح الدروس في ماي 1897، لكن عدد الحاضرين كان ضئيلا جدا. ثم تحسّن الوضع شيئا ما بعد قرار لجنة تنقيح تراتيب التعليم الزيتوني المعلن عنه في جوان 1898.

أهم ميزة لتعليم الرياضيات العصرية بالخلدونية هي أنها أوّل مؤسسة تونسية يقع فيها تدريس المواد العلمية الحديثة باللغة العربية من طرف أساتذة تخرج جلهم من المدرسة الصادقية وكانوا قد تمكنوا من طرق تعليمية ناجعة.

وبعد تخطي الصعوبات المادية والتنظيمية الأولية التي أثرت على استمرارية الدروس وجعلتها تأخذ صبغة اختيارية، بدأت المحاولات لإرساء تعلّمات منتظمة ومتواصلة إلى أن استقر الوضع وأصبحت المؤسسة تؤدي وظيفتها التربوية بانتظام، فبعد عزوف الطلبة على حضور دروس الحساب والهندسة –كان عددهم لا يتعدى العشرين عرفت أقسام المؤسسة في ثلاثينات القرن الماضي اكتظاظا كبيرا وأدرجت تعلّمات إضافية أخرى في مادة الجبر.

بعد الحرب العالمية الثانية، أسست إدارة الجمعية الخلدونية ثلاثة معاهد خاصة للتعليم العالي : معهد البحوث الإسلامية ومعهد الحقوق العربية ومعهد الفلسفة. وفي سنة 1947، قررت إنشاء شهادة " البكالوريا العربية " ونظمت تعليما ثانويا عصريا كاملا باللغة العربية ينتهي بالإحراز على هذه الشهادة التي مكنت بعض حامليها من الالتحاق بجامعات المشرق العربي لإتمام دراستهم العليا.

IV. تطور تعليم الرّياضيات في نظام التّعليم العمومي والخاص

قبل انتصاب الحماية بالتوازي تعايش نظامي التعليم التقليدي (كتاتيب، مدارس وفق النظام الزيتوني) والعصري (العسكري والصّادقي)، تواجدت مدارس أجنبية خاصة انتشرت في كافة أنحاء البلاد وقد أنشأها مستوطنون أجانب (فرنسيون، إيطاليون، مالطيون، ...) لغايات شخصية تربوية أو دينية تبشيرية وكان ذلك بتشجيع من بايات تونس الذين اعتبروا أن البلاد في حاجة ماسة إلى تكوين نخبة من المثقفين والإطارات التونسية لتولي الوظائف المتاحة في الدولة باعتماد الأساليب والوسائل المستجدّة في التربية والتعليم.ونذكر من هذه المدارس بصفة خاصة :

- المدرسة الابتدائية الإيطالية، أسست، سنة 1835
- المدرسة الابتدائية المالطية، أسستها، سنة 1831، الجالية المالطية بتونس.

- المدرسة الأنقليزية، أسستهاسنة 1831 الجالية الأنقليزية.

- المدرسة الإسرائيلية، أسسها إسرائيليون سنة 1840 وصارت بعد ذلك معهد الجمعية اليهودية.

- مدارس الرهبنة المسيحية في كل من تونس (1840) وحلق الوادي (1854) والمرسى (1843) وسوسة (1843) وصفاقس (1852).

- معهد سان لويس بتونس الذي أنشأه القس فرانسوا بورقاد(François Bourgade) سنة 1842، وتمّ إغلاق المعهد سنة 1863.

- معهد سان لويس بقرطاج الذي أنشأه الكردينال لافيجيري (Cardinal Lavigérie)سنة 1880، ثم سمي "معهد سان شارل" (Lycée Saint Charles) سنة 1886 قبل أن يصبح سنة 1894 معهدا حكوميا فرنسيا تحت مسمّى"معهد كارنو" (Lycée Carnot).

بعد عامين من احتلال البلاد، تأسست، في ماي 1883، إدارة التعليم العمومي وعيّن على رأسها المدير الفرنسي لويس ماشوال (Louis Machuel). وطلب منه تنظيم التعليم وتعميم التّمدرس لأكثر عدد ممكن من أبناء الفرنسيين والأجانب حيث أحدثت إدارة التعليم العمومي نظاما جديدا للتعليم الابتدائي في تونس يقلّد النظام الموجود بفرنسا ويحتوي على نوعين من المدارس :

- في المدن أساسًا، مدارس فرنسية، برامجها فرنسية صرفة.

- في المدن والقرى، المدارس الفرنسية –العربية (Écoles Franco-arabes)، مختلطة التلاميذ والتدريس فيها باللغتين العربية والفرنسية مع الأولوية للفرنسية.

الخاتمة

قدمنا من خلال المحاضرة صورة موجزة عن المؤسسات التعليمية بتونس خلال فترة ما قبل الحماية وفترة الاستعمار. وحاوانا تلخيص المستجدات التي طرأت آنذاك على تدريس الرياضيات. وتمكنّا من رسم صورة شبه متكاملة للظروف السياسية والاقتصادية والثقافية والمنظومة التربوية بتونس وإدخال تدريس الرياضيات والعلوم العصرية فيها.

هذا البحث المتكامل والمنشور من خلال كتاب من نشريات مركز الدراسات والبحوث الاقتصادية والاجتماعية السالف الذكر في بداية هذه المحاضرة فتح لنا افاق اخرى نأمل من خلالها مواصلة اهدافنا والقيام بدراسة في عمل قادم نهتم فيه بخصوصية تدريس الرياضيات قبيل الاستقلال وفي السنوات الأولى من بناء الدولة التونسية الحديثة.

المراجع

عبد الجواد، الكوكي وحسيون. (2024). قرن من تعليم الرياضيات وتعلمها في تونس صراع بين التقليد والحداثة 1840-1940. مركز الدراسات والبحوث الاقتصادية والاجتماعية.

ABDELJAOUAD M. 2018. "DISCOVERY OF AN UNKNOWN 1850 TUNISIAN GEOMETRY TEXTBOOK". IN *ACTES DU DOUZIÈME COLLOQUE MAGHRÉBIN SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ARABES, ALGER, 22-26 MAI 2016.* ALGER : PUBLICATION DE L'ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE. (PP. 10-24)

ABDELJAOUAD M. & JEFFREY OAKS. 2016, « DE LA DÉCOUVERTE *D'AL-LUBÂBFÎSHARH 'A^C MÂL AL-HISÂB* D'AL-HAWÂRÎ AL-MISRÂTÎ ». IN *ACTES DU ONZIÈME COLLOQUE MAGHRÉBIN SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ARABES, ALGER, 29-30-31 MAI 2013.* ALGER : PUBLICATION DE L'ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE. (PP. 15-34)

ABDELJAOUAD, MAHDI. 2013. «L'INTRODUCTION DES MATHÉMATIQUES EUROPÉENNES EN TUNISIE AU XIX^E SIÈCLE», IN *LES MATHÉMATIQUES MÉDITERRANÉENNES, D'UNE RIVE À L'AUTRE, COLLOQUE INTER-IREM, MARSEILLE 24-25 MAI 2013.*

ABDELJAOUAD, MAHDI. 1986. « L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU XIX^E SIÈCLE », IN *LES CAHIERS DE TUNISIE*, TOMES 41-42, N° 151-154. TUNIS.

KOUKI, RAHIM. 2013. « LES MANUELS MATHÉMATIQUES DANS LA TUNISIE AU XIXE SIÈCLE », IN *11^E COLLOQUE MAGHRÉBIN SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ARABES, ALGER 26-28 OCTOBRE 2013.*

- Kouki, R. (2025). Un ouvrage de géométrie élémentaire plane dédié au Premier ministre Kérédine Pacha en 1877. Al-Mukhatabat, 52. 83-96.
- Kouki , R. ., & Sammar, M. K. . (2024). Mathematics Education in Tunisia during the French Occupation Based On Cultural Historical Activity: A Historical-Analytical Study. Dirasat: Human and Social Sciences, 51(5), 263–283. https://doi.org/10.35516/hum.v51i5.8789

الرياضيات واستعمالاتها المعمارية في مدن الغرب الإسلامي: القيروان أنموذجا

سامي بنحسين

اعتبرت إفريقية خلال الفترة الوسيطة من أهم مناطق جنوب المتوسط تمدنا وتحضرا لما احتضنته من مدن كانت ولا زالت شاهدة على ما عرفته المنطقة من تعاقب لعدة حضارات، وقد مثلت القيروان فضاء جاذبا لا فقط للسكان والسكنى وإنما لكل أشكال العمارة وفن وهندسة البناء، مستفيدة في ذلك من موقعها كهمزة وصل بين شرق المتوسط وغربه وشماله وجنوبه. وقد مثلت معالمها التاريخية والتراثية صورة لما بلغته المعارف والعلوم الرياضية المتصلة بفن البناء من تطور. وتسعى هذه الورقة إلى بيان إسهامات هذه العلوم في بناء المدينة والمحافظة على أهم معالمها لا سيما الجامع الأعظم والفسقيات.

I. الاستقرار وبناء المدن

1. فتح افريقية وبناء القيروان

تعد القيروان أولى المدن التي أسسها العرب المسلمون بشمال إفريقيا واتخذوا منها عاصمة ومنطلقا لفتوحاتهم في اتجاه الغرب. فقد أمر عقبة أصحابه برسم الخطط واختط أولا المسجد الجامع ... وعمرت القيروان وشد الناس إليها المطايا من كل أفق وعظم قدرها» وصارت مع نهاية القرن الأول للهجرة من أعظم مدن الغرب الإسلام[1]. وفي نفس الإطار نشأت وعظمت مدن أخرى كان لها شأن يضاهي مكانة المدينة المقدسة، ومن أهمها العباسية ورقادة وصبرة المنصورية وقد اتخذها الأمراء ورجال الدولة مقرا لإقامتهم.

---

[1] ابن الأثير الجزري، *الكامل في التاريخ*، دار الفكر، 1978، ص. 31.

✓ المقومات

- دولة قوية واستقرار سياسي

مثلت القيروان المدينة المقدسة أو رابعة الثلاثة[1] نقطة انطلاق لحركة تعمير واسعة ونشطة منذ منتصف القرن الثاني وخاصة مع قيام الإمارة الأغلبية 184 -296/ 800-906 فقد اهتم زيادة الله الأول (ت837/223)ببناء القصر الكبير بسوسة وأعاد بناء جامع عقبة بالقيروان وقنطرة أبي الربيع وكذلك فعل أبو العباس محمد(ت 856/.242) بأن بنى جامع سوسة وقصبتها. وتعد ولاية أبي إبراهيم أحمد(ت 249/ 863)من أهم الفترات تعميرا، فقد قام بتحصين مدينة سوسة وصفاقس، وأقام شبكة من الرباطات والحصون، كما أعاد بناء جامع الزيتونة. وتعد الفسقية الكبرى التي احتفرها بالقيروان من أعظم ما تم تشييده خلال هذه الفترة. فقد شهدت البلاد على عهدهم نهضة اقتصادية وحركية عمرانية نشيطة، وما المبالغ الضخمة التي رصدت لإقامة بعض ما تم ذكره من معالم أو لترميمها إل دليل على هذا الرخاء. فقد ورد في المسالك أن زيادة الله هدم الجامع الأعظم وأعاد بناءه بالرخام. وأن جملة ما صرف لذلك بلغ مائة وست وثمانون مثقال. أما أبو إبراهيم أحمد فقد أنفق في ترميم هذا المعلم وتزويقة ثلاث مائة ألف مثقال.

لم يقتصر تعمير المدن بإفريقية على السلط القائمة، فقد كان للخواص دور كبير في هذا النشاط بمعالم بقيت إلى اليوم شاهدة على ذلك. ويعد مسجد ابن خيرون أحد أهم هذه المعالم بمدينة القيروان. كما ذكرت المصادر ما كان من الإمام الهسكوري[2]من بناء وترميم في الجامع الأعظم في نهاية القرن السابع للهجرة.

تواصل البناء والتشييد خلال الفترة العبيدية 296-362/ 908-973 وإن كان بوتيرة أقل. فقد بنى أبو عبيد الله المهدي المهدية واتخذها عاصمة لحكمه وبنى حولها المواجل والحصون وكذلك فعل الخلفاء من بعده.

خلال العهد الزيري 362-543/ 973-1157 والذي عرف بالعهد الذهبي الثاني لإفريقية[3]. شهدت جل المعالم التاريخية التي تم تشييدها خلال فترات سابقة عمليات ترميم واسعة وهامة[4].

---

[1] بن ناجي، *معالم الإيمان في معرفة أهل القيروان*، المكتبة العتيقة تونس، 1968. ج4، ص.96.

[2] بن ناجي، *معالم الإيمان في معرفة أهل القيروان*، المكتبة العتيقة تونس، 1968. ج4، ص.96.

[3] جدلة (إبراهيم)، *المجتمع الحضري بإفريقية في العهد الحفصي*، مطبعة قطيف، قفصة، 2010، ص. 29.

[4] بنحسين (سامي)، "ترميمات المعالم التاريخية بمدينة القيروان: الجامع الأعظم ومسجد الأبواب الثلاثة والفسقيات والأسوار نموذجا" أطروحة دكتوراه بإشراف لطفي عبد الجواد، جامعة تونس الأولى، كلية الآداب بمنوبة، 2023، ص 60.

وقد ترافق ذلك مع فترة ازدهار اقتصادي واستقرار سياسي، نمت وتطورت خلالها الحياة العمرانية بناء وصيانة وترميما. فقد شهدالجامع الأعظم بالقيروان وكذلك جامع صفاقس ترميمات كبرى، كما تم تحصين عديد المدن بترميم أسوارها وبناء أسوار جديدة كمدينة تونس والقيروان وصبرة المنصورية

- يد عاملة مختصة

لئن كانت السلط القائمة والبعض من الخواص هي الأطراف الآمرة بالأشغال والساهرة على حسن الإنجاز سواء بالأموال أو بالإشراف[1]، فإن الإنجاز تم بسواعد قيروانية وإفريقية، الأكيد أنها أيادي اختصت في مجال البناء والنقش والزخرفة وغيرها من الصنائع.

II. الحياة العلمية بإفريقية حتى القرن السادس هجري

1. الثورة العلمية :

لم تكن النهضة العمرانية بإفريقية وبالعالم الإسلامي عموما بمعزل عما كان يشهده هذا الفضاء الجغرافي الممتد من فارس شرقا إلى بحر الظلمات غربا من حركية معرفية شملت كل جوانب الحياة من فقه وحديث وتفسير ونحو وصرف وبلاغة وأدب وعلوم عقلية من طب وفلك وهندسة وبخاصة خلال العصر العباسي 750/ 1258. وقد لعبت حركة الترجمة دورا محوريا في هذا النشاط.

فقد تم نقل كم هائل من المعارف من الحضارات القديمة، مثل اليونانية والفارسية والهندية، إلى اللغة العربية، مما أدى إلى إثراء الفكر العربي وفتح آفاق جديدة للإبداع والابتكار.

بدأت حركة الترجمة في عهد الخليفة المنصور (775/159)، حيث تم ترجمة بعض الكتب في الطب والفلك والرياضيات لتنشط هذه الحركة في عهد الخليفة هارون الرشيد (171-809-786/193) وتبلغ ذروتها في عهد الخليفة المأمون 198-833-813/218.

مكنت هذه الحركة من نقل العلوم والمعارف من الحضارات القديمة إلى العالم الإسلامي مما ساهم في انبعاث نهضة علمية مثل العصر العباسي عهدها الذهبي.

---

[1] المرجع نفسه، ص .60.

2. الإشعاع العلمي لمدينة القيروان

مثلت القيروان عاصمة الغرب الإسلامي وبوابة الشرق إلى الغرب حاضنة لنشاط معرفي نشيط مكونة بذلك أولى المراكز العلمية في الغرب الإسلامي[1]. فاستقدم العلماء والفقهاء ورجال الدعوة من الشرق بالإضافة إلى ما تم تكوينه من حفاظ ومدرسين في شتى العلوم[2]. وقد اشتهر خلال هذه الفترة عديد الفقهاء والعلماء الذين ذاع صيتهم لا في افريقية فحسب بل صارت مدوناتهم عمدة التدريس في كامل الفضاء المغاربي وفي الأندلس، ونخص بالذكر في هذا المجال الإمام سحنون صاحب المدونة (160-240/777-855)، وكذلك شأن أبي زيد القيرواني(ت386/996)... ومثلت المكتبات المنتشرة بالمدينة والملحقة ببعض الجوامع والمساجد فضاءات نشطة للتدريس ومن أشهرها بيت الحكمة.

✓ ***بيت الحكمة***

مثلت مدينة القيروان والمدن المنتشرة في كامل الفضاء الإفريقي مجالا رحبا لبعث المكتبات التي ألحقت بالجوامع وبدور العلم. ومن أشهر هذه المكتبات التي ذاع صيتها في المشرق كما في المغرب مكتبة بيت الحكمة التي أسسها الأمير الأغلبي إبراهيم الثاني261-289/875 -902، في رقادة محاكاة لبيت الحكمة التي أسسها هارون الرشيد في بغداد والتي كانت نواة لمدرسة الطب القيروانية التي أثرت في الحركة العلمية في المغرب لزمن طويل[3].

زود إبراهيم بن أحمد الأغلبي المكتبة بالآلات الفلكية وكانيبعث كل عام بعثة إلى بغداد لاقتناء نفائس الكتب المشرقية مما لا نظير له في المغرب. ولقد كان بيت الحكمة فضاءمميزا للدرس والبحث العلمي والترجمة من اللاتينية وغيرها من اللغات، ومركزا لنسخ المصنفات، وقد تولى إدارة هذا الفضاء ناظر يعرف بصاحب بيت الحكمة[4]. وأول من تولى هذا المنصب عالم الرياضيات أبو اليسر إبراهيم بن محمد الشيباني الكاتب المعروف بأبي اليسر الرياضي[5]، وكان

---

[1] الشطشاط(علي حسين)، »مدرسة القيروان الطبية: ابن الجزار وطب العيون أنموذجا« مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان، أشغال ندوة علمية دولية، القيروان 2009، جمع النصوص وأعدها للنشر محمد الخبيب العلاني، ص. 140.

[2] قاسم محمد(محمود الحاج)،«الطب في القيروان نشأته وتأثيره على أوروبا» ، القيروان 2009.ص.46.

[3] عبد الوهاب (حسن حسني)، ورقات في الحضارة العربية بإفريقية التونسية، مكتبة المنار تونس 1964، ج1، ص 196.

[4] قاسم محمد(محمود الحاج)،«الطب في القيروان نشأته وتأثيره على أوروبا» ، القيروان 2009.ص.46.

[5] هو إبراهيم بن محمد الشيباني، يكنى بأبي اليسر، ويعرف بالرياضي الكاتب. أصله من بغداد، تولى نظارة بيت الحكمة في عهد إبراهيم الثاني (235 -289هـ/850 -904م)، فأكرمه ورأسّه ديوان الرسائل، وتوفي سنة 298هـ/910 - 911م

الأمير إبراهيم بن أحمد يعقد المجالس العلمية والمناظرات التي يحضرها العلماء والفقهاء وغيرهم في شتى المعارف.

ومن أعلام بيت الحكمة إلى جانب مؤسسها السابق الذكر والذي جمع بين الثقافة واتقان اللغة اللاتينية التي تعلمها أثناء إقامته بصقلية[1] نذكر الأمير الأغلبي عبد الله « ت902/290 وكذلك زيادة الله الثالث.

3. الفكر الرياضي بالغرب الإسلامي وأبرز المشتغلين به

لم تكن افريقية والقيروان تحديدا في معزل عما كان يحدث من ثورة معرفية خاصة في مجال العلوم العقلية والرياضيات تحديدا على قلة المشتغلين في هذا الحقل[2]. فقد برزت عديد الأسماء منذ القرن الثاني ومنها أبو علي شقران بن علي الذي كتب في علم الفرائض (ت 186/.814) وأبو زكريا يحيى بن سلمان الخراز الحفري (ت سنة237/. 851) والذي كان عالما بالفرائض والحساب[3] وأبو اليسر إبراهيم بن احمد الشيباني (ت 298/ 911).

ومن أعلام القرن الرابع نذكر أبو سهل دونش بن تميم الشفلجي المعاصر للدولة العبيدية (ت .360/.971) طبيب فلكي يهودي خدم كل من المنصور الفاطمي، والمعز لدين الله الفاطمي وألف كتابا في الرياضيات.

أما في صقلية التي فتحها أسد ابن الفرات سنة 213هـ في عهد زيادة الله الأول (201-223 /817-838). فقد لمعت أسماء بارزة مثل أبو عبد الله محمد بن عيسى بن عبد المنعم الصقلي في الهندسة وأبو عبد الله محمد بن الحسن الفرني الصقلي في الحساب، والمهندس الفلكي أبو محمد عبد الكريم الصقلي[4].

خلال العهد الزيري ورغم ما شهده من نهضة شملت جميع جوانب الحياة بإفريقية علمية كانت أو اقتصادية فإن الصورة المتواضعة للرياضيات لم تتغير. ومن الأسماء البارزة في هذا المجال

---

[1] الباجي (محمود)، «دور القيروان في ازدهار الحضارة العربية الإسلامية »، القيروان دراسات حضارية، منشورات مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان، مطبعة تونس قرطاج، 1990، ص.48.

[2] ورقات في الحضارة التونسية، مصدر سابق، ج1، ص.193.

[3] أبو العرب (أحمد بن تميم القيرواني)، *طبقات علماء افريقية وتونس*، تقديم علي الشابي ونعيم حسن اليافي، الدار التونسية للنشر، ط2، تونس، 1985. ص.194.

[4] رسلان(عبد المنعم) الحضارة الإسلامية في صقلبة وجنوب إيطاليا،دار تهامة، جدة السعودية، ط1، 1980، ص.87.

ذكرت كتب التراث الفقيه أبو الطيب عبد المنعم بن محمد بن إبراهيم الكندي(ت435/ 1042) فقد ذكر الدباغ[1] أنه كان عالما بفنون من العلم منها الفقه والحديث والنحو واللغة وعلم الكلام والحساب والهندسة. وقد ورد في شجرة النور الزكية أن الكندي دبر جلب مياه البحر من ساحل تونس إلى القيروان ويسوقه خليجا من هناك بنظر هندسي ظهر له. ولكن المنية عاجلته دون أن يحقق مشروعه.

✓ ***التعليم***

مثلت المساجد والجوامع فضاءات للتدريس وطلب العلم، ويعد الجامع الأعظم من أهم هذه المدارس. وفي علاقة بموضوع هذه الورقة فقد كان للمعارف العلمية مكانة هامة في مناهج التعليم بإفريقية. فقد أشار محمد بن سحنون إلى ذلك بالقول «وينبغي (على المعلم) أن يعلمهم الحساب». وهو ما يعني أن الحساب وآلياته لم تكن بالأمر الغريب عن أهل المغرب. وهو ما يفسر البراعة التي كان عليها الصنايعية وأرباب العمل. فقد كان لأهل المغرب دراية بالمعارف الرياضية مما يسر تطبيقاتها في مجالات حياتية عدة كالبناء والزخرفة والحرف ...

III. تخطيط المدن : القيروان أنموذجا

رغم الصورة المتواضعة لأهم فروع العلوم التي تعد عماد التمدن ودونها العشوائية. فقد بينت الدراسات أن المدن العربية الإسلامية بتخطيطها وبهندسة معالمها العامة والخاصة بنيت عن دراية ووعي كبيرن. وهو ما يعني أن هذه المدن هي تعبير عن مجموعة من الأفكار والقيم التي أراد صاحبها أن ينقلها من عالم التصور إلى العالم الملموس.

تعد مدينة القيروان في هذا المجال أحد أهم هذه النماذج. فقد ورد في كتب التراث أنها خطت ورسمت قبل أن تنجز على أرض الواقع. فقد ورد في **المسالك** أنها في بساط من الأرض مديد بينها وبين البحر مسيرة يوم وبينها وبين الجبل مسيرة يوم وبينها وبين سواد الزيتون المعروف بالساحل مسيرة يوم[2]. تتقاطع عندها أهم الأودية – زرود ومرق الليل. كما ورد في الطبقات عن عيسى ابن مسكين نقلا عن الواقدي عن يزيد ابن حبيب أن عقبة بن نافع اختط القيروان وقطعها للناس مساكن ودورا وبنى مسجدها[3].

---

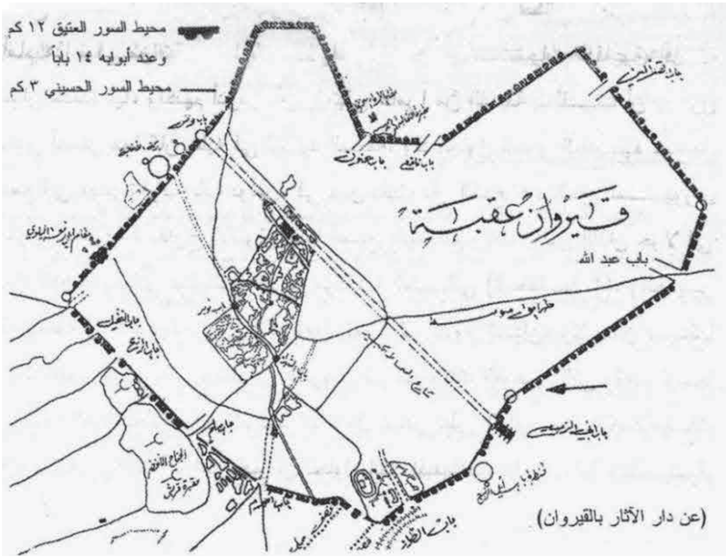
[1] أنظر: معالم الإيمان، 1968، ص.160/ وشجرة النور الزكية في طبقات المالكية، ج2، ط1، 2002.

[2] البكري، 1992، ص. 675.

[3] الواقدي، *طبقات علماء افريقية*، مصدر سابق، ص.8.

فقد استجاب بناء القيروان منذ البداية إلى جملة الشروط والتي حددها ابن الربيع[1](ت 688/ 1289) في ست نقاط: توفر المياه / اعتدال الهواء / القرب من المرعى / تحصين المنازل من الاعتداء / إقامة سور يعين أهلها. كما استجاب هذا التخطيط إلى الثماني شروط الواجبة على السلطة توفيرها للدلالة على الحكم وحسن التدبير وأهمها أن يسوق الحاكم الماء العذب إلى المدينة وأن يقدر طرقاتها وشوارعها ويصرف المياه عبر شبابيك محكمة قياساتها[2]، وان يبني مسجدها...

وهو ما يعني أن المدينة ليست فعلا عشوائيا بقدر ما هي صورة لعلم ومعرفة وسعة تصور لماهية كل عنصر من العناصر المكونة للفضاء الحضري وللعلاقات التي تربط بينها. وصارت القيروان بذلك من أعظم مدن الغرب الإسلامي،أو على مستوى ما احتوته من قصور ومساجد وجوامع ومرافق جعلت منها فضاء جاذبا للسكان والسكنى[3].



مخطط لحدود قيروان عقبة (المصدر: عثمان (ن،)، **مساجد القيروان**، ص. 52)

1. معالم مدينة القيروان

أما على مستوى المعالم التي تؤثث الفضاء الحضري فقد كشفت معالم مدينة القيروان والتي لا يزال جزء كبير منها ماثلا إلى يومنا هذا عن قدرة فنية فائقة وعن مدى تمرس البنائين

[1] عزب (محمد)، ***تخطيط وعمارة المدن الإسلامية***، وزارة الأوقاف والشؤون الإسلامية، قطر، ط1، 1997، ص79.

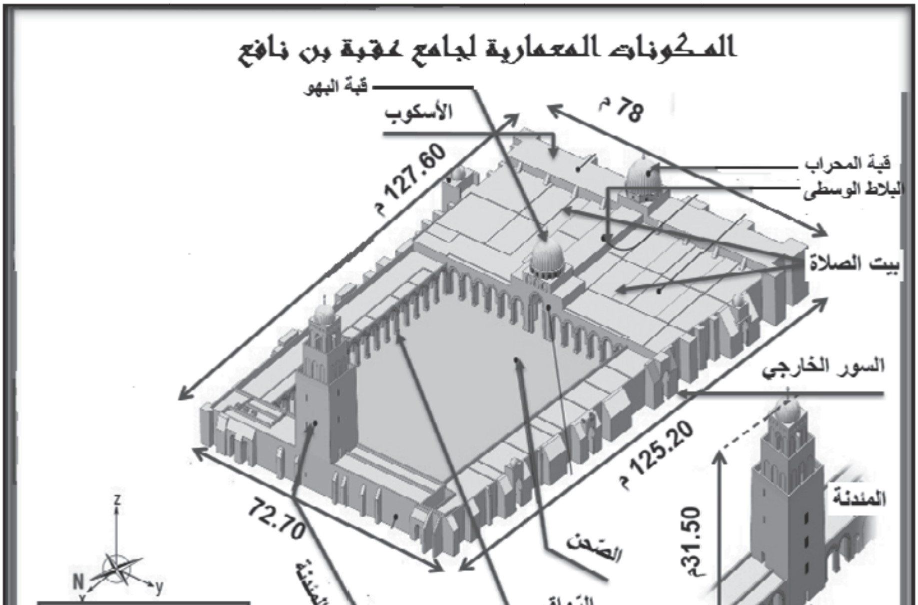
[2] ابن ناجي، معالم الإيمان، 1968، ص. 20.

[3] GUERIN (Victor), *voyage archéologique dans la régence de Tunis,* Paris, 1862, t1.

القيروانيين وسيطرتهم على ما بلغته المعرف والتقنيات المتصلة بأهم صنائع العمران البشري، مكونة بذلك ما أشرنا إليه سابقا نواة مدرسة معمارية قيروانية متميزة قادرة على استيعاب ما انتقل من معارف وتقنيات مع الفاتحين الجدد ومع ما رافق الثورة المعرفية في مجال الهندسة المعمارية مما أكسبها القدرة على الخلق والإبداع والإضافة[1].

أ- الجامع الأعظم

يعتبر الجامع الأعظم بالقيروان من أشهر المعالم الدينية بالبلاد التونسية. فقد أسس منذ ما يزيد عن ثلاثة عشر قرنا ولا يزال قائما يؤدي وظيفته الدينية والاجتماعية إلى يومنا هذا. ويعتبر من أضخم المساجد بالغرب الإسلامي بمساحة إجمالية تقارب 9700 متر مربع. وبأبعاد 126م طولا و77م عرضا. إلى جانب هذه الضخامة يعد الجامع تحفة معمارية فريدة في العالم الإسلامي، إلى جانب احتوائه على أقدم مئذنة ومنبر معلومي التاريخ إلى حد الآن.

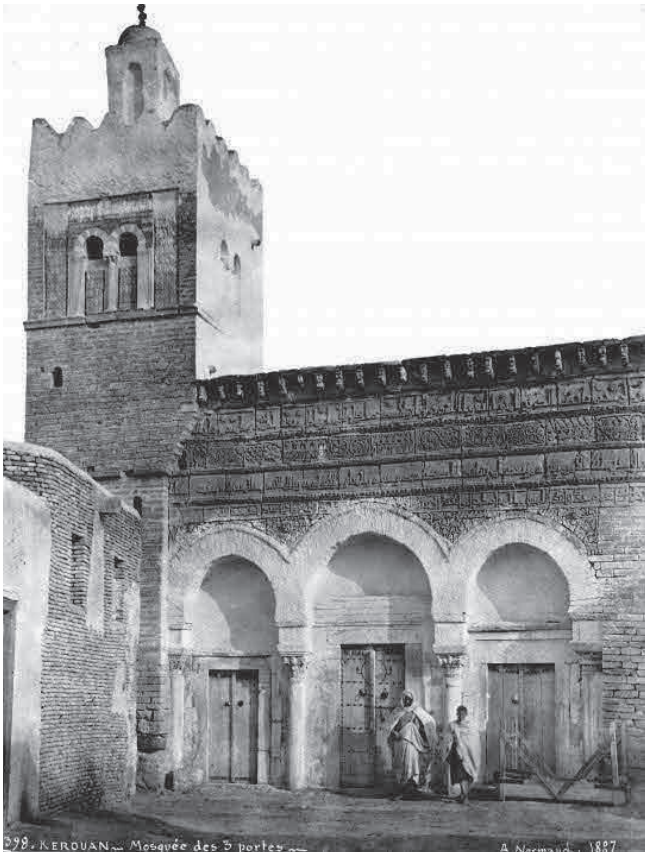


مخطط بمكونات وأبعاد الجامع الأعظم

[1] El Salm Hadef, « Le Rôle De La Géométrie Mathématique Islamique Dans La Création De La Géométrie Et L'architecture Organique », 2020 مجلة العمارة والفنون الإسلامية

ب - مسجد الأبواب الثلاثة

يعتبرالأبواب الثلاثة من أشهر المساجد الباقية بأكثر خواصها المعمارية والفنية التي تتصل بعصر مؤسسها ابن خيرون المعافري الأندلسي (ت301/914) وهو المسجد الوحيد الذي عبرت واجهته الصغيرة عن مستوى فني وهندسي رفيع. يكفي أن نذكر بأن عمر هذا المسجد هو من عمر الجامع الأعظم أي اثنا عشرة قرنا ونيف ولا يزال قائما، في حين اندثرت عديد المساجد والجوامع والتي لا يزيد عمر البعض منها عشرات السنين.



مسجد الأبواب الثلاثة سنة 1887، (المصدر: (pintrest.com)

ج - فسقية الأغالبة

تعد الفسقية من أبرز الرموز المعمارية لمدينة القيروان، فكما هي قيروان عقبة بجامعها الأعظم، فهي كذلك مدينة المنشآت المائية العملاقة التي لازال جزء منها قائما، يشهد على بديع

صناعتها وعجيب شأنها وغرابة بنيانها وهو أمر أجمعت على وصفه جل المصادر التاريخية. ذكر البكري[1] أن عدد ما يحيط بمدينة القيروان من فسقيات خمسة عشرة وأعظمها شأنا الحفير الذي بباب تونس ويقصد به بركة أبي إبراهيم احمد والتي تتسع لما يقارب الستون ألف متر مكعب من الماء. في حين توفر بقية المواجل ما يقارب المائتان وستون ألف متر مكعب. هذه المياه هي صورة لما كانت عليه مدينة القيروان وما تحويه من سكانها، وهو ما دليل على حسن التدبير. من الواضح أن هذه المنشآت المائية هي استجابة لمعطيات إحصائية يقع تحيينها بصفة دورية لتحديد حاجيات السكان من مأوى وماء وغذاء وغير ذلك من متطلبات الحياة. فعظمة المواجل وامتداد الأسوار دلالة على ما بلغته المدينة من تمدد ومن كثافة سكانية.

فسقية أبو إبراهيم بن الأغلب وفسقية الدهماني(المصدر: معهد التراث بالقيروان)

مثلت الفسقيات ثورة معرفية في مجال تجميع المياه ومعالجتها وخزنها. فالشكل الدائري والحجم الصغير نسبيا لوحدة التجميع يسمح بحركة دائرية متسارعة للمياه وهو ما من شأنه أن يساعد على تحلل الأتربة وكل ما تحمله معها أثناء سيرها من منطقة الصبيب إلى القنوات العظام. لتنساب فيما بعد عبر نافذة تسمى السرح إلى الماجل الكبير فتتباطأ حركتها وهو ما يسمح بتجميع ما تبقي مما حملته المياه معها. وفي مرحلة أخيرة تنساب المياه العذبة بعد أن تكون قد تخلصت مما

[1] البكري، 1992، ص. 678

علق بها من »منجوس» إلى مواجل مستطيلة الشكل مغطات بأقبية طولية. فالشكل الدائري الذي ابتدعه أهل القيروان في بناء المواجل منذ بداية القرن الثاني الهجري ينم عن براعة هندسية وعن عمق دراسة ودراية بالمعطيات المناخية والطبوغرافية، وهو ما منحها قوة ومتانة مكنتها من الصمود أمام امتحان الزمن.

2. المواد وتقنيات البناء

أما على مستوى الآليات المستعملة في البناء فقد اجتهد المهندسون والتقنيون على تطبيق معارفهم النظرية للإستفادة منها في كل ما يخدم الدين ويحقق مظاهر المدنية والإعمار. فقد طور المهندسون ما يعرف بعلم الميكانيكا أو علم الحيل النافعة. وقد جعلوا الغاية من هذا العلم هي الحصول على الفعل الكبير من الجهد اليسير. كان من نتائج هذه المعارف تمكن البنائين من إقامة المعالم الشاهقة كالصوامع والأسقف المرتفعة ورفع أعمدتها ذات المقاسات الكبيرة دون الحاجة إلى ما كانت تسخره الأمم السابقة من عبيد وسخرة لمثل هذه الأشغال الشاقة.

IV. العناصر الإنشائية وأبعادها الهندسية

مثلت افريقية بما احتوته من مدن والقيروان تحيدا بمعالمها العامة والخاصة نموذجا متميزا في المجال المعماري خاصة خلال العهد الأغلبي مما دفع بعض الدارسين على اعتبار هذه الحقبة الزمنية فترة نضج لما أسموه مدرسة القيروان المعمارية[1].

من أهم مميزات هذه المدرسة اعتمادها على العقود النصف دائرية المتجاوزة والأقباء المتقاطعة بالإضافة إلى السقوف الخشبية. لم تكن هذه العناصر الإنشائية حسب تعبير نجوى عثمان[2] من قبيل الصدف أو الإتباع لما كان سائدا خلال الحقب الزمنية السابقة وإنما كان ذلك نتيجة حسابات هندسية دقيقة فرضتها المعطيان الطبوغرافية وطبيعة البناءات المزمع بناؤها.

- العقود

لعب الإنشاء باستخدام العقود دورًا كبيرًا في تشكيل العمارة الإسلامية، حيث أصبح نظام الأعمدة والعقود التي تحمل السقف هو الأسلوب السائد في مختلف أرجاء العالم الإسلامي وهي مسألة مرتبطة بقياسات هندسية وفنية دقيقة ولها ثلاثة مزايا.

---

[1] الرماح (مراد)، «مدرسة القيروان المعمارية»، القيروان دراسات حضارية، منشورات مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان (جامعة الوسط)، 1990، ص.7- 20.

[2] عثمان (نجوى)، ***مساجدالقيروان***، دمشق، 2000، ص. 24.

الأولى : تمكنها من تحمل الأوزان

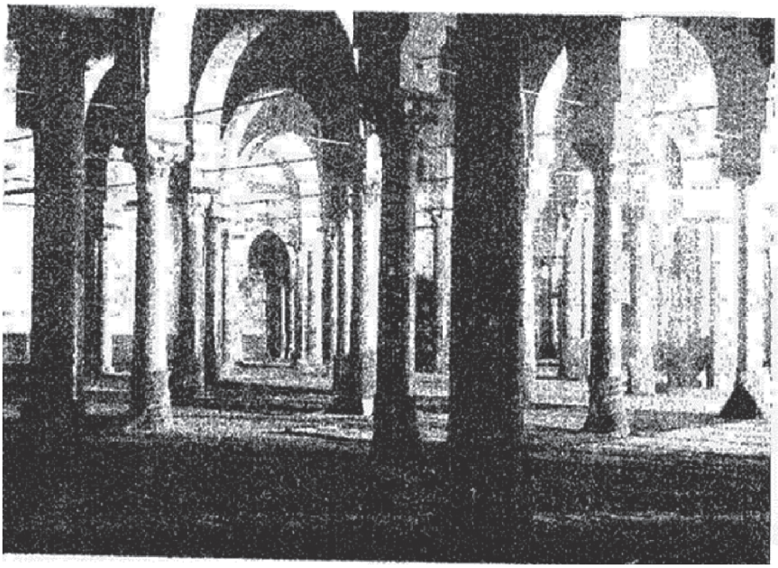
الثانية : والوصول إلى الأسقف المرتفعة

الثالثة : تأمين نسبة أكبر من الإضاءة والتهوية للمكان.

يرى فكري[1] أن الضوء لا يشع إلى داخل بيت الصلاة من غير صحن المسجد. إذ أن جدران هذا البيت وسقوفه تخلو من طاقات ونوافذ، فكلما اتسعت فتحات العقود المطلة على هذا الصحن والممتدة داخل المسجد وكلما زاد ارتفاعها زادت إضاءة بيت الصلاة

- الأعمدة

تبلغ مساحة بيت الصلاة ما يعادل ثلث المساحة الجملية للجامع وتحمل الأسقف أعمدة رخامية يعود جلها إلى الفترات الرومانية والبيزنطية. ذكر البكري أن أعمدة الجامع الأعظم كانت بزهاء أربعمائة وأربعة عشر عمودا. وتنتظم في سبعة عشر بلاطة. وهو إبداع هندسي بني على حسابات دقيقة الهدف منه تيسير عملية الصيانة والترميم والتي كانت تتم بصفة دورية. فقد كان بتم ترميم الأجزاء التالفة دون المساس بالأجزاء الأخرى.



تسرب الضوء إلى بيت الصلاة عبر الأبواب والأروقة.(المصدر: فكري، 1936.)

[1] فكري (أحمد)، ***مسجدالقيروان***، مطبعة المعارف، مصر 1936، ص73-74.

رغم التميز الواضح لكل عنصر من عناصر الإنشائية المكونة للمعالم الإسلامية، فإنها لا تعمل بصفة منفردة وإنما تنتظم وفق آليات دقيقة لتحقق الوحدة والترابط... ومن أهم هذه الآليات نذكر التناظر والتدرج الهرمي والتناسب.

- التناظر

هو التساوي الهندسي والفيزيائي للأجزاء من خلال وجود عناصر متماثلة على طرفي محور وسطي (خط التناظر) وإن اختلفا في بعض الخصائص الظاهرية فإننا لا ندرك ذلك الاختلاف ويكون الإدراك العام هو الوحدة. يعد فضاء الجامع الأعظم بمكوناته مثالا متميزا لهذا التناظر الأفقي والعودي. فقد انتظمت الأوقة السبعة عشر وفق خط عمودي مع حائط المحراب فيما انتظمت الأساكيب وقبة المحراب وفق خط متوازي مع المحراب لتمتد إلى قبة البهو.

التدرج الهرمي

عند تباين أحجام العناصر وأبعادها يمثل التدرج الهرمي أهم خاصية تربط هذه المكونات. فالمعلم يتكون من مكونات عدة متباينة الأحجام وإن وجود هذا التدرج الهرمي يحقق الترابط بين الأجزاء الكبيرة والصغيرة وفق قياسات رياضية دقيقة تعرف بالسلم.

- التناسب وأبعاده الرياضية والجمالية

هو وسيلة لجمع عناصر مختلفة ومتنوعة مع بعضها وفق وحدة قياس تحقق تناسبا بين العناصر المرئية، وهي علاقة رياضية بين أبعاد التكوينات الأفقية والعمودية. قد بينت عديد الدراسات أن العمارة الإسلامية قامت على مقاييس كونية للتناسب على قاعدة ما يعرف بالنسبة الذهبية والتي تساوي 2/(5+1) = 1.618033 وتسمى (فاي)، وهي عبارة عن تناسب لأطوال بين قيمتين عدديتين تحققان تلك النسبة

بينت الدراسات التي أجراها سعيد مازوز وكنزة بوسورا[1] أن بناء الجامع الأعظم بالقيروان وتشكيل عناصره الإنشائية الكبرى قام وفق قاعدة النسبة الذهبية، فقد أظهرت التحليلات أن المسقط الأفقي بني على هذه القاعدة وكذلك بيت الصلاة والفناء الكبير وكذلك شأن المئذنة.

[1] Boussora (Kenza), Azouz (Saïd), « the use of the golden section in the Great mosque at Kairouan, Nexus network journal- vol 6, n1 ; 2004.

خاتمة

لئن ارتبط قيام المدن بمعالمها العامة والخاصة بناءا وترميما بإرادة صاحب السلطة، وذاك ما دونته المصادر التاريخية المكتوبة أو ما نقش على لوحات تخليدية، فإن ذلك لا يحجب ما كان للعلوم الرياضية والهندسية من دور في إقامتها وتطويرها سواء كان ذلك من زاوية تطوير المواد المستعملة أو تطوير وسائل البناء وتوفير أيسر الطرق لإقامة البناءات العملاقة على غرار الجامع الأعظم بالقيروان.

المصادروالمراجع

البكري (أبو عبيد الله)، المسالك والممالك، جزءان، حققه وقدم له فان ليوفن وأندري فيري، بيت الحكمة والدار العربية للكتاب، تونس، 1992، ص. 678.

ابن الأثير الجزري، الكامل في التاريخ، دار الفكر، 1978،

أبو العرب (أحمد بن تميم القيرواني)، طبقات علماء افريقية وتونس، تقديم علي الشابي ونعيم حسن اليافي، الدار التونسية للنشر، ط2، تونس، 1985.

مجمد بن يوسف الخوارزمي، الجبر والمقابلة، تحقيق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي احمد، ط3، دار الكتاب العربي للطباعة والنشر، مصر 1968.

الدباغ (ابو زيد عبد الرحمان الاسيدي) وابن ناجي (ابو الفضل ابو القاسم عيسى)، معالم الايمان في معرفة اهل القيروان، مكتبة الخانجي بمصر، ط. 2، 1968. (4 أجزاء)

ابن خلدون، (عبد الرحمان)، مقدمة ابن خلدون وهي الجزء الأول من كتاب العبر وديوان المبتدأ والخبر من أيام العرب والعجم والبربر ومن عاصرهم من ذوي السلطان الأكبر، دار الفكر، بيروت، 2001.

ابن عذاري(أبو عبد الله) البيان المغرب في أخبار المغرب، مكتبة صادر، بيروت 1950، ج1،

فكري(أحمد)مسجد القيروان، مطبعة المعارف، مصر 1936،

عبد الوهاب (حسن حسني)، ورقات في الحضارة العربية بإفريقية التونسية، مكتبة المنار تونس 1964، ج1،

جدلة (إبراهيم)، المجتمع الحضري بإفريقية في العهد الحفصي، مطبعة قطيف، قفصة، 2010.

عبد الجواد (لطفي)، «الجامع الكبير بالقيروان»، الموسوعة القيروانية، وزارة الثقافة والمحافظة على التراث، الدار العربية للكتاب، تونس، ديسمبر2009.

سبع العيش (سرى)، «عندما تكلم الطب بالعربية »، دار ناشر للنشر الإلكتروني، بحوث وأوراق ندوة التأليف والترجمة في الحضارة العربية الإسلامية ص ص.40-53، عمان 2012.

شياع (عبد عون)،«»، أبرز المترجمين في العصر العباسي الأول، مجلة التربية«» ، العدد 39، الجزء3، 2002،

عزب (محمد)، «تخطيط وعمارة المدن الإسلامية» ، وزارة الأوقاف والشؤون الإسلامية، قطر، ط1، 1997.

الباجي (محمود)، «دور القيروان في ازدهار الحضارة العربية الإسلامية » ، القيروان دراسات حضارية ، منشورات مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان، مطبعة تونس قرطاج، 1990.

عثمان (نجوى)، مساجدالقيروان، دمشق، 2000.

فكري (أحمد)، مسجد القيروان، مطبعة المعارف، مصر 1936.

الرماح (مراد)، «مدرسة القيروان المعمارية»، القيروان دراسات حضارية، منشورات مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان (جامعة الوسط)، 1990، ص.7- 20.

الطاهر (حامد)، نظرية تصنيف العلوم عند الفارابي، حولية كلية الشريعة والدراسات الإسلامية، العدد التاسع، 1412هـ/ 1991.

قاسم محمد(محمود الحاج)، «الطب في القيروان نشأته وتأثيره على أوروبا» ، القيروان 2009.

عزب(محمد)، «تخطيط وعمارة المدن الإسلامية» ، وزارة الأوقاف والشؤون الإسلامية، قطر، ط1، 1997.

بوعلام (صاحي)، الحياة العلمية بإغريقية في عصر الدولة الأغلبية-184-296هـ/ 800-909م-أطروحة دكتورا بإشراف خالد كبير علال، جامعة يوسف بن خدة الجزائر، 2009، ص.194.

الشطشاط(علي حسين)، »مدرسة القيروان الطبية: ابن الجزار وطب العيون أنموذجا« مركز الدراسات الإسلامية بالقيروان، أشغال ندوة علمية دولية، القيروان 2009، جمع النصوص وأعدها للنشر محمد الخبيب العلاني.

أنور (مشعل) ورمزي (العمري)،»آليات تحقيق الوحدة الشكلية في العمارة الإسلامية«. www.uqu.edu.sa/jea

رسلان(عبد المنعم) الحضارة الإسلامية في صقلبة وجنوب إيطاليا ، دار تهامة، جدة السعودية، ط1، 1980،

بنحسين (سامي)، "ترميمات المعالم التاريخية بمدينة القيروان: الجامع الأعظم ومسجد الأبواب الثلاثة والفسقيات والأسوار نموذجا" أطروحة دكتوراه بإشراف لطفي عبد الجواد، جامعة تونس الأولى، كلية الآداب بمنوبة، 2023.

El Salm (Hadef), « Le Rôle De La Géométrie Mathématique Islamique Dans La Création De La Géométrie Et L'architecture Organique », 2020 مجلة العمارة والفنون الإسلامية.

Boussora (Kenza), Azouz (Saïd), « the use of the golden section in the Great mosquée at Kairouan », Nexus network journal- vol 6, n1 ; 2004.

GARIN (Victor),Voyage archéologique dans la régence de Tunis, t2 1962.

نماذج من تطبيقات الرياضيات : حساب الميراث والوصايا والديون، ومواقيت الصلاة وتصميم الأشكال الهندسية المعمارية وزخرفتها.

الدكتور عبد الرحمان الحفيان
باحث بجامعة الزيتونة تونس

ملخص البحث:

اهتم علماء العرب والمسلمين في عصر الحضارة الإسلامية بعلوم الرياضيات لحاجتهم إليها في تسيير حياتهم، فأسهموا في تطويره وابتكار قواعده، ومنهم علماء الغرب الإسلامي، ومن نماذج تطبيقات الرياضيات، حساب الوصايا والديون وزكاة المال باعتماد علم الجبر والمقابلة، وحساب المساحات الهندسية وأبعادها وفنّ زخرفتها والمواقيت باعتماد علم المثلثات.

توصلت في هذا البحث إلى حلّ مسائل في حساب الوصايا والديون والميراث بطريقة الجبر والمقابلة.

ومن تطبيقات علم المثلثات ابتكار الساعة الشمسية كما رسمها ابن الرقام في مخطوطته الساعات الشمسية، وحساب أبعاد الأشكال الهندسة المعمارية ومساحاتها وما يظهر في العمارة الإسلامية في بناء القباب والأعمدة والأشكال المختلفة، ومثال لرسم الزخرفة بطريقة النجمة الثمانية.

الكلمات المفاتيح : الرياضيات،الجبر، المقابلة، المثلثات، الهندسة، المعمار، الزخرفة، الحساب، الوصايا.

المقدمة

الحمد لله رب العالمين خالق السماوات السبع والأرضين، والكائنات الحية والإنسان علّمه البيان، فعلم عدد السنين والحساب، والصلاة والسلام على المبعوث رحمة للعالمين، إمام المرسلين وخاتم النبيئين.

أمّا بعد فإن علم الرياضيات هو علم الأرقام والحساب (علم الجبر) والمخططات الهندسية (علم المثلثات)، ويعتبر من العلوم النظرية، وهو اللغة الوحيدة التي يتحدث بها العالم دون خطأ، وله تطبيقات عديدة في ضرورات حياة الناس وحاجاتهم، ولذلك اهتم به علماء المسلمين وطوّروا أبحاثه واكتشفوا معادلاته واستنبطوا طرق تطبيقاته، وخاصة في المعاملات اليومية من الديون والبيع والشراء، أو بما هو شعائري كحساب الزكاة وقسمة الفريضة في الميراث والوصية، وتحديد أوقات الصلاة المتعلقة بحركة الظلال من خلال الشمس، ووقت دخول الشهر القمري ونهايته كشهر رمضان للصيام وشهر المحرّم للحج، وغير ذلك.

ويهدف البحث إلى تبيان نماذج تطبيقية للرياضيات في حساب الفرائض والهندسة المعمارية.

القيروان في 2024/10/08

د. عبد الرحمان الحفيان

علم الجبروالمقابلة

علم الجبر هو فرع من الرياضيات،يعتمد على استخدام الرموز لتمثيل القيم المجهولة وفق المعادلات الحسابية، وجذره اللغوي جبر، ويقال"جبر" العظم الكسير أي أصلحه، وجبر الفقير كفاه حاجته[1]، وأوّل من استعمله محمد بن موسى الخوارزمي[2] في كتابه الجبر والمقابلة، فكانت عملية الجبر في حلّ المسائل تعني استكمال أو إصلاح طرف من طرفي المعادلة، ثمّ تأتي عملية المقابلة لإيجاد قيمة المجهول بمقابلة طرفي المعادلة وقد فسّر ابن الياسمين ذلك بقوله :

---

[1] مجمع اللغة العربية، المعجم الوجيز، دار التحرير للطبع والنشر، القاهرة، ط1، 1400هـ/1980م، حرف الجيم، ص 91.

[2] هو محمد بن موسى الخوارزمي، عاصر المأمون وعمل في بيت الحكمة وكان منجمه، مؤسس علم الجبر والمقابلة، من مؤلفاته، الزيج الأول، والزيج الثاني المعروف بالسند هند، والرخامة، والعمل بالإسطرلاب، والجبر والمقابلة، والجمع والتفريق في الحساب الهندي، ورسم الربع المعمور، وتقويم الأرض، توفي بعد سنة 232هـ ببغداد. صلاح قاسم أحمد، مجموعة مقالات عن علماء المسلمين في العلوم والتكنولوجيا، https://sga-site.yolasite.com/resources/books

وكل ما استثنيت في المسائل ** سيره إيجابا مع المعادل
وبعدما يجبر فليقابل ** بطرح ما نظيره يماثل[1]

يستخدم علم الجبر والمقابلة لحلّ مسائل المسلمين في مجالات مختلفة كالميراث والوصايا والمعاملات المالية التجارية وقيس المساحات العقارية وفي الهندسة المعمارية وغيرها.

وتتلخّص المعادلة في درجتين: فالدرجة الأولى على نحو $ax + b = 0$، والدرجة الثانية على نحو: $ax^2 + bx + c = 0$، فالمجهول هو x ويمثل الجذور. والأموال يرمز إليها بـ (x^2). والعدد المنفرد هو (a, b, c)[2].

1- تطبيق الجبروالمقابلة على المواريث في حالة الديون والوصايا

مثال : ذكر الخوارزمي في كتابه الجبر والمقابلة[3] المسألة الموالية : مات وترك 10 دراهم عينا، ودينا مقداره 10 دراهم لدى أحد الورثة، وأوصى بمقدار خمس المال ناقص واحد.

التعليمة: احسب من العين مقدار الوصية ومقدار نصيب كل وارث.

حل المسألة بطريقة الجبر والمقابلة:

لنرمز بـ x(س) لنصيب كل ابن، وبـ y(و) للوصية.

(نصيب الموصى له؟) $Y = \frac{1}{5}(x+10)-1$

(نصيب الورثة الثلاثة؟) $3x = \frac{4}{5}(x+10)+1$

$= \frac{4}{5}x + 8 + 1$

$3x = \frac{4}{5}x + 9$

$15x = 4x + 45$

$11x = 45$

[1] عبيد وليم، قصة الرياضيات، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، ط1، 1430هـ/2009م، ص 78.

[2] سويف ليلى، الإسهام العربي في تأسيس علم الجبر، مؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي، https://al-furqan.com/ar(2024/08/05)

[3] الخوارزمي محمد، الجبر والمقابلة، كتاب الوصايا، ص 68.

(نصيب كلّ وارث) $X = \frac{45}{11} = 4+\frac{1}{11}$

إذن يمكن معرفة مقدار الوصية بعد ما عرفنا مقدار نصيب كلّ وارث :

$$Y = \frac{1}{5}(x+10) -1$$

$$= \frac{1}{5}(4+\frac{1}{11}+10) -1$$

$$= \frac{14}{5} + \frac{1}{55} - 1$$

$$= \frac{9}{5} + \frac{1}{55}$$

$$= 1 + \frac{4}{5} + \frac{1}{55}$$

$$= 1 + \frac{44}{55} + \frac{1}{55}$$

(نصيب الوصى له) $= 1 + \frac{9}{11}$

النتيجة:

لا يصحّ للمدين من التركة العينية شيء لأنّ الدّين عنده أكبر من نصيبه في العين:

ويكون نصيب كلّ من الوارثين غير المدينين $= 4+\frac{1}{11}$ درهم.

أمّا نصيب الموصى له فيكون $= 1 + \frac{9}{11}$ درهم.

استنتاج:

استخراج مقدار نصيب كلّ وارث ومقدار الوصية في حالة الدين كان بطريقة الجبر والمقابلة، فالرياضيات تطبق على حساب الديون والوصايا.

2- **تطبيق الجبر والمقابلة في الوصايا والميراث.**

مثال: من كتاب "شرح فرائض مختصر خليل" للقلصادي.

المسألة:

قال المؤلف: "ومثال من ذلك من تركت زوجا وبنتا وأخا وأختا، وأوصت لزيد بربع المال ولعمرو بخمسه".

إنّ حساب الأنصباء من الوصايا والميراث يتمّ في الأصل بطريقة الجدول كما وضعه القلصادي وما اعتاد عليه علماء الفرائض، لكن يمكن معرفة الوصايا من غير إدماجها في الجدول وذلك بطريقة الجبر والمقابلة التي وضع أسسها وأمثلة لتطبيقاتها الخوارزمي في كتابه الجبر والمقابلة.

ولهذا سأحل المسألة بالطريقتين المشار إليهما أعلاه وذلك للتأكد من صحة طريقة الجبر والمقابلة المطبقة على حساب الوصايا:

<u>أولا حل المسألة بطريقة الجدول</u> :

		× 3	×11	× 12	جا
		4	12	20	240
$\frac{1}{4}$ زوج		1	3	11	33
$\frac{1}{2}$ بنت		2	6		66
ع	شقيق	1	2		22
(3)	شقيقة		1		11
الموصى له بربع			-	5	60
الموصى له بخمس			-	4	48

<u>ثانيا حل المسألة بطريقة الجبر والمقابلة</u>:

نرمز لمجموع التركة بـ x ويمثل مجموع جزء الوصايا وجزء الميراث:

بالنسبة للوصايا = $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$ إذن الوصية من 20.

بالنسبة للميراث نرمز لسهم العاصب بـ a.

إذن مجموع السهام بالكسور = 1

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+3a=1$$

$$3a=\frac{1}{4}$$

$$a=\frac{1}{12}$$

إذن مسألة الورثة من 12.

والمسألة الجامعة للوصايا والميراث هي من x: إذا كانت مسألة الورثة من 12 فهي تمثل 11 جزءا من 20 (z) ، والوصايا تمثل 9 من 20 (y) .

إذن يمكن حساب عدد أجزاء الوصايا وعدد أجزاء الميراث والعدد الجملي للتركة:

$y = 12 \times 9 = 108$

$z = 12 \times 11 = 132$

$X = 12 \times 20 = 240$

<u>نصيب كلّ موصى له:</u>

مجموع الوصيتين هو 9 من 20، فالربع يمثل 5 من 20، والخمس يمثل 4 من 20.

نصيب الموصى له بربع = $\frac{5}{9} \times 108 = 12 \times 5 = 60$

نصيب الموصى له بخمس = $\frac{4}{9} \times 108 = 12 \times 4 = 48$.

<u>أنصباء الورثة:</u>

نصيب الزوج = $\frac{1}{4} \times 132 = 33$

نصيب البنت = $\frac{1}{2} \times 132 = 66$

نصيب الأخ = $\frac{1}{6} \times 132 = 22$

نصيب الأخت = $\frac{1}{12} \times 132 = 11$.

علم المثلثات

علم المثلثات هو فرع من الرياضيات يدرس الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية مثل الجيب والجيب تمام. ولعلم المثلثات تطبيقات كثيرة، منها حساب المسافات في الجغرافيا والملاحة والفلك، وفي مواقيت الصلوات والأشهر القمرية، وفي أنظمة الاستكشاف بالأقمار الصناعية[1].

[1] https://www.marefa.org (20/08/2024)

وينقسم حساب المثلثات إلى فرعين، فالأوّل حساب المثلثات المستوية في مستوى واحد، وقد ساهم ابن الرّقام[1] الأندلسي في تطويره، وما فيه من حساب المساحات الهندسية وأبعاد أشكالها من مثلثات ومربعات ومستطيلات ودوائر وغير ذلك، كما فصّل قواعدها في كتابه التنبيه والتبصرة في قوانين التكسير، حيث قال في بدايته مجملا القول:" التكسير صناعة ينظر فيها في مساحة الأشكال وجرودها في السطوح"[2]. والثاني حساب المثلثات الكروية ويتعامل مع المثلثات التي تعتبر جزءا أو مقطعا من سطح كرة، وهذا الأخير قد اهتم به المسلمون بداية الأمر لصلته بتحديد أوقات الصّلاة والشّعائر الدّينية، لكنّهم أثروه بعد ذلك بالعديد من الإسهامات التي توثقها مؤلفات المستشرقين الثقات[3].

ولقد وجد فلكيو بلاد الإسلام في كتاب المجسطي لبطليموس، المبادئ التطبيقية الأولى لحلّ مسائل المثلثات الكروية، حتى توصّلوا إلى اكتشاف برهنة الجيوب ومعادلتها في المثلث الكروي.

1- **المواقيت : وقت صلاتي الظهروالعصر:**

إن ضرورة أداء الشعائر الدّينية كالصّلاة والصّيام والحجّ وحتى الزّكاة مرتبطة بالزمن وبحساب دخول وقتها، ومن أهمّها أوقات الصّلوات الخمس التي يكون الوقت شرطا في وجوبها وصحّتها، قال تعالى ﴿فَإِذَا قَضَيْتُمُ الصَّلَاةَ فَاذْكُرُوا اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِكُمْ ۚ فَإِذَا اطْمَأْنَنتُمْ فَأَقِيمُوا الصَّلَاةَ ۚ إِنَّ الصَّلَاةَ كَانَتْ عَلَى الْمُؤْمِنِينَ كِتَابًا مَّوْقُوتًا﴾[4]، وقال سبحانه وتعالى مشيرا إلى دخول وقتها بعلامات كونية فلكية ومنها زوال الشّمس:﴿ أَقِمِ الصَّلَاةَ لِدُلُوكِ الشَّمْسِ إِلَىٰ

[1] محمد بن إبراهيم بن محمد الأوسي، عالما أندلسيا في الفلك والرياضيات والطب والفقه، يعرف بابن الرقام، أقرأ بغرناطة وانتفع الناس به، ومن مؤلفاته الزيج القويم في فنون التعديل وتقييد من كتاب الفلاحة النبطية وكتاب في الطب ورسالة في علم الظلال وأطروحتان في علم الساعة الشمسية ورسالة التكسير، توفي في بغرناطة سنة 715هـ. ابن حجر العسقلاني، الدرر الكامنة في أعيان المائة الثامنة، دار الكتب العلمية، بيروت، حرف الميم، 180/3.كرزاز فوزية، علم التكسير بالغرب الإسلامي مخطوط التكسير لابن الرقام انموذجا دراسة وتحقيق، مجلة الأكاديمية للدراسات الاجتماعية والإنسانية، جامعة مصطفى اسطنبولي، معسكر-الجزائر، 2019م، عدد 02، 185،184/12.

[2] كرزاز فوزية، علم التكسير، 186/12.

[3] عطية رنده، المسلمون والرياضيات ريادة مبتكرة وبصمة حاضرة، منصة نون بودكاست، 05 /2022/04.

www.noonpost.com (20/08/2024)

[4] سورة النساء آية 103.

غَسَقِ اللَّيْلِ وَقُرْآنَ الْفَجْرِۖ إِنَّ قُرْآنَ الْفَجْرِ كَانَ مَشْهُودًا ﴾[1]، فمدلول ألفاظ الآية فيه إشارة إلى أوقات الصّلوات، فدلوك الشمس زوالها[2]، وفيه إشارة إلى صلاتي الظّهر والعصر، وغسق اللّيل ظلمته، ويقصد بها صلاتي المغرب والعشاء، وقرآن الفجر إشارة إلى صلاة الفجر، وتوضحت أوقات دخول الصّلاة وخروجها بصلاة جبريل[3]، فالروزنامة اليومية للصلوات في عصرنا هي نتيجة مقاييس علم المثلثات وتطبيقاته، مثل الساعة الشمسية (المزولة) التي تظهر قيمة زاوية الظل مع الشمس ثم تحويلها إلى وقت، لأنّ كل درجة(1°) تمثل 4 دقائق، وبهذه المعطيات عمل المسلمون كابن الرقام في كتابه "رسالة في علم الظلالات"[4].

وللفلكيين عدة طرق في حساب وقت الصلاة النهارية، وأهمّها عن طريق الحساب، وعن طريق حساب خطوط الطول وفارق التوقيت، وعن طريق ظل الشمس.

ويمكن تطبيق ذلك في حساب توقيت الظهر بطريقة الحساب والعصر بطريقة ظل الشمس (حساب علم المثلثات) في كلّ أيام السنة، واخترت مثلا واضحا وهو يوم استواء الليل والنهار الموافق 26 سبتمبر 2024، لمدينة القيروان(خط طول 10°06'، وخط عرض 35° 41'.).

وفي الرسم الموالي تبيان كيفية حساب وقت العصر بحساب زاوية ميلان الشمس بين منتصف النهار وحتى يصير كل شيء مثله زائد (ظل الزوال)، وهناك تطابق بين ما في الروزنامة ونتيجة حساب زوايا المثلثات بين الشمس والشاخص وظله.

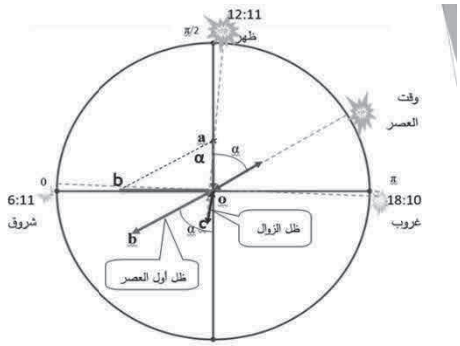
---

[1] سورة الإسراء آية 78.

[2] السيوطي جلال الدين، الإتقان في علوم القرآن، تحقيق أحمد بن علي، دار الحديث، القاهرة، 1427هـ/2006م، ج 4 ص 509.

[3] حديث جبريل: عن ابْنُ عَبَّاسٍ، أَنَّ النَّبِيَّ ﷺ قَالَ: " أَمَّنِي جِبْرِيلُ عِنْدَ البَيْتِ مَرَّتَيْنِ، فَصَلَّى الظُّهْرَ فِي الأُولَى مِنْهُمَا حِينَ كَانَ الفَيْءُ[3] مِثْلَ الشِّرَاكِ، ثُمَّ صَلَّى العَصْرَ حِينَ كَانَ كُلُّ شَيْءٍ مِثْلَ ظِلِّهِ، ثُمَّ صَلَّى المَغْرِبَ حِينَ وَجَبَتِ الشَّمْسُ وَأَفْطَرَ الصَّائِمُ، ثُمَّ صَلَّى العِشَاءَ حِينَ غَابَ الشَّفَقُ، ثُمَّ صَلَّى الفَجْرَ حِينَ بَرَقَ الفَجْرُ، وَحَرُمَ الطَّعَامُ عَلَى الصَّائِمِ، وَصَلَّى المَرَّةَ الثَّانِيَةَ الظُّهْرَ حِينَ كَانَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلَهُ لِوَقْتِ العَصْرِ بِالأَمْسِ، ثُمَّ صَلَّى العَصْرَ حِينَ كَانَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلَيْهِ، ثُمَّ صَلَّى المَغْرِبَ لِوَقْتِهِ الأَوَّلِ، ثُمَّ صَلَّى العِشَاءَ الآخِرَةَ حِينَ ذَهَبَ ثُلُثُ اللَّيْلِ، ثُمَّ صَلَّى الصُّبْحَ حِينَ أَسْفَرَتِ الأَرْضُ، ثُمَّ التَفَتَ إِلَيَّ جِبْرِيلُ، فَقَالَ: يَا مُحَمَّدُ، هَذَا وَقْتُ الأَنْبِيَاءِ مِنْ قَبْلِكَ، وَالوَقْتُ فِيمَا بَيْنَ هَذَيْنِ الوَقْتَيْنِ ».الترمذي، السنن، كتاب الصلاة، باب ما جاء في مواقيت الصلاة. تحقيق أحمد شاكر ومحمد فؤاد عبد الباقي، مطبعة مصطفى البابي الحلب، مصر، ط2، 1395هـ/1975م، 378/1.

[4] ابن الرقام محمد، علم الساعات الشمسية، مكتبة قطر الوطنية، مخطوط، رقم or 9587، ص 67.



<u>وقت الظهر بطرقة الحساب:</u>

وتتمثل الطريقة بمعرفة وقت الشروق والغروب ثم حساب المعدّل بينهما، قال الواسعي:" واعلم أنّك إذا أردت أن تعرف ساعات الظهر بقاعدة كلية فاعرف كم ساعات الليل، ثمّ خذ نصف الباقي "[1].

حساب وقت الظهر لمدينة القيروان في 2024/09/26:

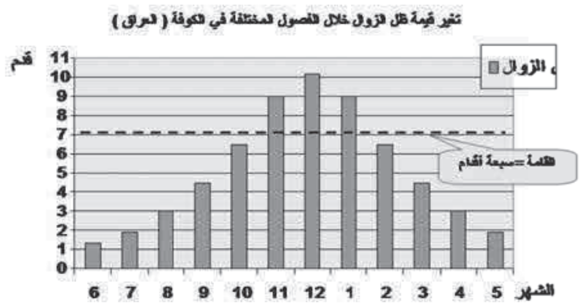
وقت الشروق = 6:11. وقت الغروب = 18:10.

إذن طول النهار = 18:10 – 6:11 = 11:59. ونصفه = 6:00.

إذن وقت الظهر = 6:11 + 6:00 = 12:11.

<u>وقت العصر بطريقة ظل الشمس:</u>

إن قيمة ظل الشيء ودرجة ميلان الشمس تتغير حسب الفصول والموقع الجغرافي، قال تعالى: ﴿ أَلَمْ تَرَ إِلَىٰ رَبِّكَ كَيْفَ مَدَّ ٱلظِّلَّ وَلَوْ شَآءَ لَجَعَلَهُۥ سَاكِنًا ثُمَّ جَعَلْنَا ٱلشَّمْسَ عَلَيْهِ دَلِيلًا ﴾[2]،واستأنست بقياسات[3] في الكوفة (32° 02'N) لقرب الموقع من القيروان :



---

[1] عامر صلاح الدين، علم المواقيت والقبلة والأهلة، ص 40.(عن الواسعي في كنز الثقات في علم الأوقات).

[2] سورة الفرقان آية 45.

[3] https://astronomycenter.net/article/khanji_asr.html (01/09/2024)

يتبيّن من خلال الرّسم السابق أنّه يمكن حساب وقت صلاة العصر لمدينة القيروان باعتماد حركة الظلال وقيمة قياساتها، وذلك بمعرفة درجة الزاوية بين تعامد الشمس في منتصف النهار أو في الزوال وبين أن يصير ظل كل شيء مثله زائد ظل الزوال، ثمّ تحويل درجة الزاوية إلى وقت بالدقائق بضربها في أربعة، لأنّ كل 15 خط طول يمثل ساعة، فكل درجةتمثل 4 دق.

ظل الزوال بالمتر=(oc=1.1).

وظل بداية العصر بالمتر = ظل الزوال + مثل ظل الشيء(oa=1,8)

=(oc +oa=ob)= 1,1+ 1,8= 2,9

زاوية ميلان الشمس في وقت العصر = $\alpha = a\hat{O}b$

ولمعرفة قيمة الزاوية α بالدرجة، يجب حساب ($tang\alpha$)

$$Tang\alpha = S\,\frac{sin\propto}{cos\propto} = \frac{ob}{oa} = \frac{2.9}{1.8} = 1.61$$

إذن: α = 58°، وذلك حسب الروزنامة الخوارزمية[1]:

TABLE TRIGONOMETRIQUE

Degrés	Cosinus	Sinus	Tangente		
0	1,000	0,000	0,000		90
1	1,000	0,017	0,017	57,29	89
2	0,999	0,035	0,035	28,63	88
3	0,999	0,052	0,052	19,08	87
4	0,998	0,070	0,070	14,30	86
5	0,996	0,087	0,087	11,43	85
6	0,995	0,105	0,105	9,514	84
7	0,993	0,122	0,123	8,144	83
8	0,990	0,139	0,141	7,115	82
9	0,988	0,156	0,158	6,314	81
10	0,985	0,174	0,176	5,671	80
11	0,982	0,191	0,194	5,145	79
12	0,978	0,208	0,213	4,705	78
13	0,974	0,225	0,231	4,331	77
14	0,970	0,242	0,249	4,011	76
15	0,966	0,259	0,268	3,732	75
16	0,961	0,276	0,287	3,487	74
17	0,956	0,292	0,306	3,271	73
18	0,951	0,309	0,325	3,078	72
19	0,946	0,326	0,344	2,904	71
20	0,940	0,342	0,364	2,747	70
21	0,934	0,358	0,384	2,605	69
22	0,927	0,375	0,404	2,475	68
23	0,921	0,391	0,424	2,356	67
24	0,914	0,407	0,445	2,246	66
25	0,906	0,423	0,466	2,145	65
26	0,899	0,438	0,488	2,050	64
27	0,891	0,454	0,510	1,963	63
28	0,883	0,469	0,532	1,881	62
29	0,875	0,485	0,554	1,804	61
30	0,866	0,500	0,577	1,732	60
31	0,857	0,515	0,601	1,664	59
32	0,848	0,530	0,625	1,600	58
33	0,839	0,545	0,649	1,540	57
34	0,829	0,559	0,675	1,483	56
35	0,819	0,574	0,700	1,428	55
36	0,809	0,588	0,727	1,376	54
37	0,799	0,602	0,754	1,327	53
38	0,788	0,616	0,781	1,280	52
39	0,777	0,629	0,810	1,235	51
40	0,766	0,643	0,839	1,192	50
41	0,755	0,656	0,869	1,150	49
42	0,743	0,669	0,900	1,111	48
43	0,731	0,682	0,933	1,072	47
44	0,719	0,695	0,966	1,036	46
45	0,707	0,707	1,000	1,000	45
	Sinus	Cosinus		Tangente	Degrés

وقت العصر= الزمن الذي تمثله حركة الشمس خلال الزواية α.

ويمثل توقيت خط طول 15°، وتحويل قيمة الزاوية α إلى دقائق ابتداء من الساعة12، أي ساعة 11 على خط (غرينيتش):

إذن وقت العصر =58 × 4 = 232 دق = 3 س و 52 دق.

[1] https://fr.scribd.com/doc/113246221/Table-Trigonometrique(01/09/2024)

توجد مدينة القيروان على خط 10° و06' . شرق خط غرينيتش(خط صفر°)

إذن فارق الوقت هو 10.1 × 4 = 40.4 دق= 40 دق و 24 ثانية.

وبهذا يكون العصر في القيروان:

(3 س و52 دق)+ (س11 و40 دق و24 ث) = 15 س و 32 دق و24ث).

وفي الروزنامة ساعة أذان العصر لمدينة القيروان وما جاورها هي 15:35.

الفارق بسيط ويرجع إمّا إلى القياسات ونسبة الخطأ فيها، أو إلى التحري في الوقت بإضافة بعض الدقائق.

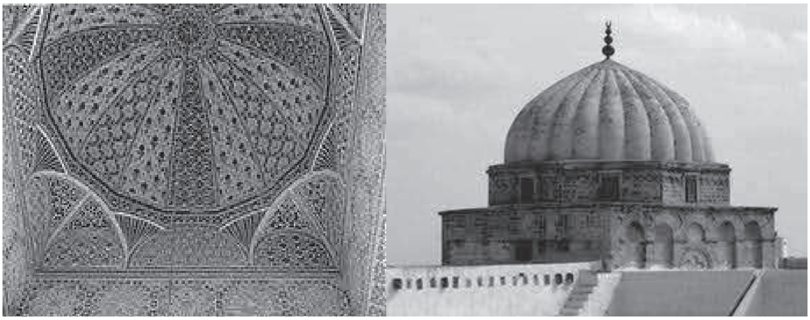
2- الهندسة المعمارية :

استُعمِلت الأشكال الهندسية كالمربع والمثلث والدائرة في العمارة الإسلامية.

فأمّا من ناحية البناء فقد ظهر ذلك جليا خاصة في قباب المساجد ومآذنها.

تتميّز المآذن بالغرب الإسلامي بشكلها المربع، فمثلا جامع عقبة بن نافع بالقيروان بني سنة 50هـ، يبدأ المربع كبيرا في القاعدة ثم يضيق في الأعلى ويصل ارتفاعها إلى 31.5 مترا[1].

وتعتبر القباب من السمات الفريدة في العمارة الإسلامية، فهي بناء دائري مقعر من الداخل ومقبب من الخارج، يتطلب بناؤها على مساحة مربعة تتحول تدريجيا بواسطة المثلثات الكروية نحو الدائرة لحمل القبة[2].



في جامعة القرويين بفاس[1]، تظهر القبة فوق المثلثات الكروية.

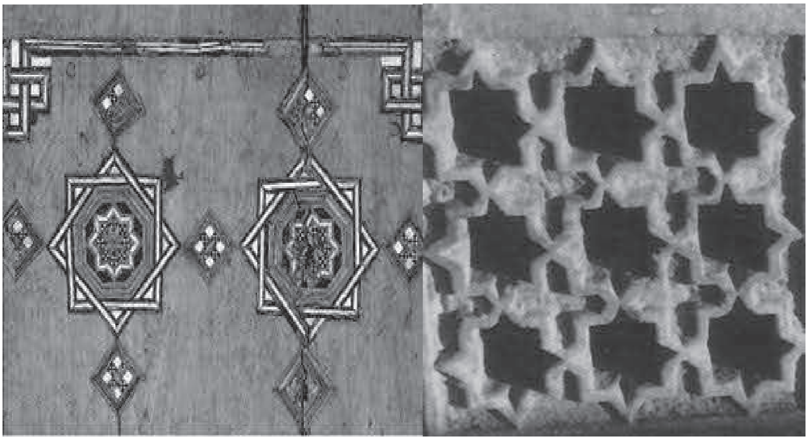
[1] روعة قاسم، جامع عقبة بن نافع في القيروان التونسية صرح علمي نشر الإسلام في إفريقيا والأندلس، القدس العربي، 3 فيفري 2024.https://www.alquds.co.uk (24/9/4).

[2] اللبابدة عبد الله، المقرنصات في العمارة الإسلامية في مصر في العصر المملوكي، رسالة ماجستير، جامعة مؤتة، الأردن، 2006م، ص 19.

[1] https://ar.wikipedia.org (04/09/2024)

ومن الخارج تظهر المثلثات الكروية التي تتكون منها القبة مثل قبة جامع عقبة بالقيروان ذات 24 ضلعا (مثلث كروي)[1].

وأمّا من ناحية الزخرفة، فقد كانت كثيرة ومتنوعة على جدران البناءات المعمارية كالمساجد والقصور وغيرها، فهي تختلف في دلالاتها الفكرية والجمالية، ومنها النجمة الثمانية استعملت على نطاق واسع، فقد استعملت من حيث التقارب والتوازن في تكوين النوافذ والشبابيك، ولا سيما في العصور الإسلامية منذ العصر الأموي، والغاية من استعمالها هي تقليل الإبهار الضوئي للشمس داخل الفناءأو الغرفة، كما تتعدّى ذلك إلى الناحية الاجتماعية إذ أنّها تحجب النساء وما يدور داخل فناء البيت أو الغرفة عن أعين المارة، عند تثبيتها في الأماكن المطلة على الطرق ولا سيما الطوابق الأرضية[2]، وكما توجد في زخرفة الأبواب وغيرها،كالزخارف الداخلية لباب قصر الحمراء في غرناطة[3]، وتمّ تكوينها باستعمال الدوائر والمربعات والمثلثات.



3- الخطوط العربية والزخرفة :

يستعمل الخط العربي في زخرفة العمارة الإسلامية، ولا سيما المساجد بالآيات القرآنية، وتتنوع الخطوط العربية في الكتابة ومنها الخط الكوفي الهندسي، وهو خط مبني على أساس هندسي، حيث يستند إلى الخطوط المستقيمة والزوايا القائمة كما في الرّسوم المواليةومنها تصميم بواسطة المستطيل الذهبي[1].

---

[1] https://www.marefa.org (04/09/2024)

[2] غزوان معتز، الدلالات الفكرية والرمزية للفن الإسلامي في التصميم المعاصر، مجلة كلية الآداب، جامعة بغداد، عدد 101، ص 522.

[3] https://kenanaonline.com/users/alsanmeen/posts/511563 (05/09/2024)

[1] ديفل سميحة، تطبيق الرياضيات في التصاميم الزخرفية الإسلامية، مجلة العلوم الإنسانية والاجتماعية، جامعة قسنطينة 2، جوان 2022م، عدد2، 8/277،278. حجازي عبد الله، الخط الكوفي الهندسي: أصوله الهندسية وآليات التنفيذ، مجلة ابيدوس، 2021م، عدد 3، جامعة سوهاج، مصر، ص 262.

نماذج من الخط الهندسي: الكوفي المربع (منها: لا إله إلا الله محمد رسول الله - الملك لله - محمد).

نجمة مثمنة بداخل كل ثمن منها لفظ الجلالة، رُسم بترتيب متزاو. (عن كتاب "روح الخط العربي" للخطاط كامل البابا).

أربع لوحات تم توزيعها بواقع لوحة بكل جدارمن جدران قبة المنصور قلاوون (تصوير الباحث)

أربع لوحات تم توزيعها بواقع لوحة بكل جدارمن جدران قبة المنصور قلاوون (تصوير الباحث)

الخاتمة

أهم النتائج التي توصل إليها البحث:

1. علم الرياضيات من العلوم الذهنية والعقلية التي لا تترك مجالا للاختلاف حول نتائجها.

2. اهتمت كل الحضارات بعلم الرياضيات ومنها الحضارة الإسلامية فطوّرت نتائجه وكشفت أساليبه وتطبيقاته.

3. ساهم علماء الغرب الإسلامي في تطوير الرياضيات وتطبيقها كابن البناء المراكشي والقلصادي وابن الرقام وغيرهم.

4. الحاجة الإنسانية حياتية كانت أو دينية، تولّد الاكتشافات والاختراعات ومنها علم الجبر والمقابلة ورموزه، وعلم الفلك وتطبيقاته على الهندسة والمواقيت.

5. لعلم الرياضيات تطبيقات كثيرة ومفيدة في التطور العلمي والتكنولوجي حتى وصل إلى علم الهندسة الإعلامية والإلكترونية والفضائية وغيرها.

التوصيات:

1. تدريس العلوم الرياضية في الجامعات وفي كلّ الاختصاصات بما يخدم المادة.

2. ربط العلوم الرياضية بالعلوم الإسلامية في كافة تخصصاتها.

3. احداث مادة تدرس الرياضيات المطبقة على الفقه وحل النوازل.

4. فهم الإشارات القرآنية في علم الحساب والفلك.

5. إدراك الربط بالحساب بين الكتاب المسطور والكتاب المنشور.

قائمة المصادروالمراجع

المصحف برواية قالون

1- الترمذي، السنن، تحقيق أحمد شاكر ومحمد فؤاد عبد الباقي، مطبعة مصطفى البابي الحلب، مصر، ط2، 1395هـ/1975م.

2- ابن حجر العسقلاني، الدرر الكامنة في أعيان المائة الثامنة، دار الكتب العلمية، بيروت.

3- الخوارزمي محمد، الجبر والمقابلة، تحقيق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، مطبعة بول باربيه، القاهرة، 1937م.

4- ديفل سميحة، تطبيق الرياضيات في التصاميم الزخرفية الإسلامية، مجلة العلوم الإنسانية والاجتماعية، جامعة قسنطينة 2، جوان 2022م، عدد2.

5- روعة قاسم، جامع عقبة بن نافع في القيروان التونسية صرح علمي نشر الإسلام في إفريقيا والأندلس، القدس العربي، 3 فيفري 2024.

6- سويف ليلى، الإسهام العربي في تأسيس علم الجبر، مؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي.

7- السيوطي جلال الدين، الإتقان في علوم القرآن، تحقيق أحمد بن علي، دار الحديث، القاهرة، 1427هـ/2006م.

8- صلاح قاسم أحمد، مجموعة مقالات عن علماء المسلمين في العلوم والتكنولوجيا.

9- عامر صلاح الدين، علم المواقيت والقبلة والأهلة من الناحيتين الشرعية والفلكية، دار الظاهرية، الكويت.

10- عبيد وليم، قصة الرياضيات، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، ط1، 1430هـ/2009م.

11- عطية رنده، المسلمون والرياضيات..ريادة مبتكرة وبصمة حاضرة، منصة نون بودكاست، 05 /2022/04.

12- غزوان معتز، الدلالات الفكرية والرمزية للفن الإسلامي في التصميم المعاصر، مجلة كلية الآداب، جامعة بغداد، عدد 101.

13- كرزاز فوزية، علم التكسير بالغرب الإسلامي مخطوط التكسير لابن الرقام انموذجا دراسة وتحقيق، مجلة الأكاديمية للدراسات الاجتماعية والإنسانية، جامعة مصطفى اسطنبولي، معسكر-الجزائر، 2019م، عدد02,

14- اللبابدة عبد الله، المقرنصات في العمارة الإسلامية في مصر في العصر المملوكي، رسالة ماجستير، جامعة مؤتة، الأردن، 2006م.

15- مجمع اللغة العربية، المعجم الوجيز، دار التحرير للطبع والنشر، القاهرة، ط1، 1400هـ/1980م.

علم الميقات وعلم الفرائض في مقدمة ابن خلدون

محمد بن ساسي -جامعة تونس المنار-

ضميمتان:

ولاخير في من كان بالوقت جاهلا ** ولم يك ذا علم بما يتعبد

- الفرائض نصف العلم.

تمهيد

علم الميقات وعلم الفرائض هما علمان لهما علاقة بالعقيدة الإسلامية وبِعلومها (علوم المِلَّة كما يسميها بعض الفلاسفة مثل الفارابي وابن رشد) من ناحية وبِالرياضيات من ناحية أخرى (علوم العقل أو العلوم الدخيلة عند البعض أو علوم الاوائل)؛ يندرج الأول في باب علم الفلك المطبق والرياضيات المطبقة. ويجمع الثاني بين الرياضيات والفقه، ولعل هذا الوضع "المركب" حسب عبارةٍ لِابن الهيثم متحدثا عن مظاهر متعددة للضوء والألوان، والشعاع والأوساط المشفة، والهالة وقوس قزح الخ، باعتبارها تتطلب، لدراستها، التركيب بين الرياضيات وبين الطبيعيات، هذا الوضع الذي يند بشكل ما عن التصورات الأرسطية المؤكدة على وجوب "عدم تجاوز الحدود بين العلوم" بعدم الخلط بين مواضيعها،[1] هو ما يمكن أن يكون جعل بعض الفلاسفة العرب يحجمون عن ادراجهِما في تصنيفاتهم للعلم، نقصد بذلك الفارابي وابن سينا على

---

[1] تشابك ابن رشد في كتابه تلخيص الآثار العلوية، تحقيق جمال الدين العلوي، بيروت، منشورات دار الغرب الإسلامي، 1994، مع ابن الهيثم في تفسير ظاهرتي القوس والهالة منتصرا وَمُمْتثلا للأمر الأرسطي بعد أن كان قد اقتفى أثره في نص سابق يتعلق بالموضوع نفسه هو مختصر الآثار العلوية، (نشر تحت عنوان: كتاب الآثار العلوية، تحقيق سهير فضل الله أبو وافية وسعاد عبد الرازق، القاهرة، دار الكتب، 1994) انظر لمزيد التفاصيل محمد بن ساسي، ابن رشد وابن الهيثم، ضمن كتاب الشكوك على أرسطوطاليس، تونس، دار نيرفانا للنشر، 2020، ص 227-246. وانظر العمل نفسه في محمد بن ساسي، ابن الهيثم العالم الفيلسوف، تونس، نيرفانا، 2016، ص 107-120.

سبيل المثال[1]، في حين نرى رياضيين وعلماء كبار من الذين لم يتقيدوا بحرفية النص الأرسطي، لا يتورعون من ادراجِهما في المجال الرياضي، ونقصد، هاهنا، من جديد ابن الهيثم (ت. 433 ه) وابن رشيق التغلبي[2] ابن القرن السابع للهجرة (ت. 696 ه) الذي ولد بمرسية وأقام بسبتة كما سنوضح ذلك لاحقا وهو الذي سَنحاوره أو سَنقارع بين آرائه وبين آراء ابن خلدون في أمر هذين العلمين وعلم الفرائض بالخصوص في مواجهة مع الذين لا يذكرونهُمَا لا من جهة كونهما علمين أصليين ولا من جهة كونهما علمين فرعيين.[3]

1- حظ المسألة من البحث

تطور العلمان لحلِّ مشاكل تتعلق بالعقيدة والعبادات الإسلامية أو لتقديم حلول تُسهِّل حياة المسلمين اليومية في العبادات والمعاملات. ويمكن أن نعتبر الخوارزمي مؤسسًا لكليهما من جهة ما هما علمان أو القادح الأوَّل لنشأتهما وتطورهما عند العرب في كتابيه: 1- الجبر والمقابلة[4] (الفرائض) حيث خصص القسم الثاني من الكتاب لمسائل من بينها الفرائض - الوصايا - يقول

---

[1] انظر الفارابي في إحصاء العلوم، بيروت، منشورات مركز الإنماء القومي، 1991. (قسم علم الحيل). وابن سينا في "رسالة في أقسام العلوم العقلية" ضمن كتابه تسع رسائل في الحكمة والطبيعيات، القاهرة، دار العرب للبستاني، 1989، ص 104-118، أو مقدمة منطق المشرقيين، منشورات قم، إيران ص 5 -7، وانظر محمد بن ساسي، في البحث عن نظرية للعلم، ضمن المصدر السابق نفسه، ص 42-61. ونناقش وجاهة هذا الموقف في غضون هذه المداخلة لأن ما يبدو نزعة محافظة وامتثالا هو في الحقيقة استشراف للتقدم العلمي وتأطير لِحركيَّتِه ذلك ان بعض العلوم قد تتحول الى صناعات في مرحلة متقدمة من تطورها وقد تختزل الى مجرد تطبيقات الكترونية.

[2] Driss Lamrabet, ibn Rashiq (XIII s.) et la classification des sciences mathématiques, in *Science et pensée scientifique en Occident musulman au moyen âge*, Coordination Bennacer el Bouazzati, Publications de la Faculté des Lettres et Sciences Humaines de Rabat, Série: Colloques et Séminaires n° 94, p. 43-56.

[3] يقول ابن سينا في مقدمة منطق المشرقيين (المصدر المذكور) متحدثا عن علوم الحكمة: "وهذه منها أصول ومنها توابع وفروع. وغرضنا في الأصول. وهذه التي سميناها توابع وفروعا، فهي كالطب والفلاحة وَعلوم جزئية تنسب إلى التنجيم وصنائع أخرى لا حاجة بنا إلى ذكرها." ص 5. بعض العلوم / الصنائع أصبحت اليوم، في زمن ما يسمى "التقنية العلم" *techno-science*، آلات هائلة شديدة الدقة كالساعات والمراصد وَتدققت وحدات القياس نفسها في إطار النانو تكنولوجيا، nanotechnologie، واختزل علم الفرائض أو كاد يختزل في تطبيقةٍ إلكترونية بعد أن "استخلصت زبدته" في الجبر مثلما استخلصت زبدة الارتماطيقي في البراهين الحسابية من زمن ابن سينا في تقدير ابن خلدون نفسه، وكان ابن سينا على وعي تامّ بما هو بصدد فعله، واتبعه في ذلك ابن البناء في الغرب الإسلامي. انظر محمد بن ساسي، "ابن خلدون مؤرخا للعلوم: علم الرياضيات نموذجا" ضمن عدد خاص بابن خلدون من المجلة التونسية للدراساتالفلسفية تحت عنوان خلدونيات، السنة 29، عدد 48-49، 2010، ص 42-59. وفي علاقة ب "استخلاص الزبدة" انظر ص 49، وانظر المقدمة، ج. 3، ص 78.

[4] الخوارزمي، محمد بن موسى، الجبر والمقابلة، نشر وتعليق مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، القاهرة، 1939.

أحمد سليم سعيدان في تاريخ علم الجبر في العالم العربي[1]متحدثا عن الفرق بين جبر أبي كامل وجبْر الخوارزمي: "بانتهاء هذه المسائل (مسائل علم الجبر بالمعنى الدقيق أي المعادلات) ينتهي كتاب أبي كامل، فلا تعنيه هنا مسائل المعاملات والمساحة والوصايا التي استوعبت أكثر من نصف كتاب الخوارزمي، وأكثرها ليس من الجبر وإن تكن مسائل تفضي إلى معادلات، فهذه أفرد لها أبو كامل كُتبًا أخرى، ليبقى علم الجبر موضوعا مستقلا". (الجزء الأول، ص 58). ولقد تطور الجبر والمقابلة بصفته تلك منذ ابي كامل. و2- زيج الخوارزمي (علم الميقات) كما تحدث عن ذلك دايفد كينغ في الجزء الأول من موسوعة تاريخ العلوم العربية[2] اشراف راشد بالتعاون مع مُورلون معتمدا، أي كنغ، على تحليلاته الخاصة وعلى تحليلات الروسي يوشْكوفيتش في كتاب خصَّ به الخوارزمي سنة 1983 (ص 221-234)، مشيرا بالخصوص الى اكتشاف ألواح الخوارزمي التي نجد فيها أول وصف لعمل الساعات الشمسية وصناعتها، في تقديره، ويعود اكتشاف الألواح إلى بداية الثمانينات من القرن الماضي. (تاريخ العلوم العربية، م. م.، ص 196) .[3]

حظي علم المواقيت أو الميقات، إذن، باهتمام كبير منذ إصدار سيديو Sedillot الأب والابن كتابهما عن أبي علي المراكشي في الثلث الأول من القرن التاسع عشر ولقي أهمية لا بأس بها في موسوعة تاريخ العلوم العربية المذكورة في المجلد الأول الذي يحمل عنوان astronomie théorique et appliquéeمنشورات سوي في أكتوبر 1997. ونشير بالخصوص إلى مساهمتي: فرانسيس مَيْدِّزون Francis Maddison ودايفيد كينغ David King. وقد نؤاخذ الموسوعة على كونها لم تأخذ بعين الاعتبار بعض قضايا اللغة والمنطق التي قد تدخل ضمن العنوان العام لتاريخ العلوم العربية، بيد أن علم الفرائض، بطبيعة الحال، لا يمكن أن يدخل، لا من جهة انتمائه إلى الفقه ولا من جهة انتمائه إلى الرياضيات، ضمن اهتمامات الموسوعة في هذا الجزء منها على الأقل.

[1] أحمد سليم سعيدان، تاريخ علم الجبر في العالم العربي، في جزأين، الكويت 1986.

[2] Roshdi Rashed (dir.) *Histoire des sciences arabes* 1 *Astronomie, théorique et appliquée,* Paris Seuil, 1997.

[3] ديفيد كنج David King بريطاني أمريكي ولد في 14 نوفمبر 1941 يقيم الآن بين فرانكفورت بألمانيا وقرية صغيرة جنوب فرنسا هو، في تقديرنا، من أفضل من اهتم بعلم الميقات. يحيل في الدراسة التي نعتمدها على أكثر من 30 دراسة له في الموضوع بداية من دراسته على ابن يونس سنة 1973 إلى نهاية القرن الماضى. صدرت دراسته عن الخوارزمي سنة 1983 في الوقت الذي صدر فيه عمل يُوشكوفيتش المشار إليه وعُنوانها: الخوارزمي والاتجاهات الجديدة في علم الفلك الرياضي في القرن التاسع، أنظر:

David A. King, “Al-Khawarizmi and New Trends in Mathematical Astronomy in the Ninth Century”, *Occasional Papers on the Near East*, New York University, Hagop Kervokian for Near Eastern Studies, 2, 1983.

ولذلك، سنحاول أن نهتم به خصيصا في هذه الورقة. ونشير، هاهنا عرضا، أن راشد لا يذكر علم الفرائض في مُساهمَاته كلها الخاصة بالجبر في المجلد الثاني من الموسوعة المذكورة[1]. إنما الجبر عنده هو ما استخلصه أبو كامل من عمل الخوارزمي وطوره.[2] وأثبت استقلاله كما تفيدنا الفقرة التي أخذناها شاهدا من كتاب أحمد سليم سعيدان أعلاه، وكان الفارابي منذ القرن العاشر الميلادي على وعي تام بحدوث ثورة في الرياضيات، وقد أشاد يوشكوفيتش بهذا الوعي المبكر عند المعلم الثاني.[3]

2- حظ العلمين من الاعتناء في المقدمة

لم يهتم ابن خلدون في المقدمة[4] بعلم الميقات من جهة ما هو علم الَّا اشارة عامة في حديثه عن الأزياج إذ يقول: "ولهذه الصناعة قوانين كَالمقدمات والأصول لها في معرفة الشهور والأيام والتواريخ الماضية..." (ص 90)، وإشارة وحيدة قد تلمِّح الى حضور المؤقتين هي ما نجده في الفصل الخامس من المقدمة، الجزء الثاني تحقيق الشدادي في القسم السابع: بعنوان "في أن القائمين بأمور الدين، من القضاء، والفتيا، والتدريس، والإمامة، والخطابة، والأذان، ونحو ذلك، لا تعظم ثروتهم في الغالب." (ص266-267). حيث نلاحظ إقحام الآذان في الوظائف باعتبار أن الأذان في تلك الفترة كاد يصبح مرتبطا بمؤسسة لها علاقة بعلم المواقيت ذلك أنه بالإضافة إلى المؤذن الذي يختار عادة لحسن صوته وُجد المؤقت الذي يحدد أوقات العبادات : الصلوات الخمس ورمضان

---

[1] أنظر في الموسوعة، المجلد الثاني: 1 الجبر ص 31- 54، 2 التحليل التَوَافيقي، التحليل العددي، التحليل الديوفنتي ونظرية الأعداد ص55- 91، 3 تحديدات لامتناهية، تربيع الأهلة ومشاكل تناظر المحيطات، ص 191-193.

[2] انظر رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، بيروت، منشورات مركز دراسات الوحدة العربية، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب 1، ط 1، 1998.

[3] يقول الفارابي : "فمنها الحيل العددية وهي على وجوه كثيرة: منها العلم المعروف عند أهل زماننا بالجبر والمقابلة وما شاكل ذلك على أن هذا العلم مشترك لِلعدد والهندسة. وهو يشتمل على وجوه التدابير في استخراج الأعداد التي سبيلها أن تستعمل، فيما أعطى اقليدس أصولها من المُنْطِقة والصُّمِّ في المقالة العاشرة من كتابه في "الأسطقسات" وفيما لم يذكر منها في تلك المقالة. وذلك أن المُنْطقة والصم لما كانت نسبة بعضها إلى بعض كنسبة أعداد إلى أَعداد كان كل عدد نظيرا لعظم ما منطق أو أصم فإذا استخرجت الأعداد التي هي نظائر نسب الأعظَام فقد استخرجت تلك الأعْظام بوجه ما. فلذلك تجعل بعض الأعداد منطقة لتكون نظائر للأعْظام المنطقة، وبعض الأعداد صمًّا لتكون نظائر للأعْظام الصُّمِّ."، إحصاء العلوم، بيروت، مركز الإنماء القومي، 1991. (الفقرة المتعلقة بعلم الحيل). وانظر محمد بن ساسي، "الفارابي رياضيا" ضمن كتاب دراسات حول الفارابي، منشورات كلية الآداب بصفاقس و دار البيروني للنشر، 1995، ص 147-168.

[4] ابن خلدون، المقدمة، تحقيق عبد السلام الشدادي، الدار البيضاء، منشورات بيت الفنون والعلوم: والآداب، 2005، الجزء الثالث.

والاعياد...الخ. ويبدو أن أبا علي المراكشي[1] (ت. 660 هـ/1262 م) هو الذي جمع في عمل موسوعي أطراف هذا العلم ودشنه، خاصة في عهد المماليك في مصر أين اشتغل ردحًا من الزمن. ويبدو كذلك أنَّ ابن الشاطر الدمشقي بلغ القمة في أمر الساعات الشمسية بما كتبه نظريا وبما أنجزه صناعيا أو فنيا وبالخصوص الساعة التي تزينت بها مدينة دمشق عندما نصبها في جامعها الأموي (انظر ديفيد كِنغْ المصدر السابق، وانظر لويس جانين Louis Janin, Le Cadran Solaire De la Mosquée Umayyad à Damas أعيد نشره في كتاب ابن الشاطر، فلكي عربي من القرن الثامنالهجري الرابع عشر الميلادي[2]، منشورات معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب 1976، ص 106-121. وكان ابن الشاطر آنذاك يشغل وظيفة رئيس المؤقتين.[3]

ولئن كانت الاشارتان الخلدونيتّان عامَّتين، فإن ابن الهيثم في رسالة له بعنوان ثمرة الحكمة[4] قد ذكر العِلمين في تصنيفه للعلوم الرياضية أو حسب تسميته "صناعة الهندسة" التي يقدمها على المنطق، ذكر علمَ الفرائض، وهو الرابع في تصنيفه بعد المساحة والمعاملات والجبر والمقابلة ويُسمِّيه : "علم حساب الفرائض والوصايا" (ص 291). وذكر علم الميقات في المرتبة الحادية عشر من تصنيفه ولا يشير إليه بهذا الاسم الموجز، بل يقدمه بشيء من التفصيل فهو: "علم أظْلال المقاييس التي تَعرُض في شعاعي النيرين واستخراج آلاتها التي تُسمَّى الرخامات وما يعلم

[1] أبو علي المراكشي، جامع المبادئ والغايات في علم الميقات، نشر بباريس سنة 1834 تحت عنوان: دراسة في الآلات الفلكية العربية مع ترجمة للقسم الأول من الكتاب أنجزها سِيديو الأب وحرص ابنه على إتمام العمل ونشره وأعاد معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية بفرانكفورت بألمانيا نشره، 1984.

[2] ابن الشاطر، فلكي عربي من القرن الثامنالهجري الرابع عشر الميلادي، منشورات معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب 1976، ص 106-121.

[3] من المهم أن نشير إلى أن اكتشاف مخطوط لابن الشاطر بعنوان نهاية السول في علم الأصول سنة 1957 كان القادح للاهتمام بِمرصد مراغة وبِتشكل مجموعة من الدراسات، وجماعة علمية في تاريخ علم الفلك العربي الإسلامي تسمى "مدرسة مراغة" وَتَكرَّست التسمية سنة 1966 في مقالة لـ إدوارد س. كِنيدي بعنوان: Late Medieval Planetary Theory نشرت بمجلة إيزيس*Isis*, 57(1966): 365-378 وكانت قد نشرت بالمجلة نفسها سنة 1957، وانظر محمد بن ساسي، الاعتراف التاريخي: مرصد مراغة / مدرسة مراغة، الشكوك على أرسطوطاليس (م. م.) ص 286-313.

[4] ابن الهيثم، ثمرة الحكمة، دراسة وتحقيق عمار جمعي الطالبي، ضمن مجلة مجمع اللغة العربية بدمشق، المجلد 73، الجزء الثاني، نيسان (ابريل) 1998، ص 261-310. يَتظنن الكثير من الكتاب على نسبة هذه الرسالة إلى الحسن ابن الهيثم العالم المعروف وينسبها مع جملة من الرسائل الأخرى إلى متكلم بغدادي اختلق اختلاقا. وقد تداخل في مسألة هذا التظنن وتقسيم التركة الهيثمية بين محمد والحسن الكثير من المهتمين بابن الهيثم نذكر من بينهم رشدي راشد أول المُتظنِّنين وعبد الحميد صبرة أول المناقشين لهذا التظنن. ولا نحسب المسألة تحل إلا باكتشاف كامل المتن الهيثمي وإشباعه درسا ودراسة.

بذلك من أوقات النهار والليل وساعاتِهِمَا." (نفسه ص 213). يتطابق هذا التصنيف الذي قدمه ابن الهيثم مع تصنيف آخر للعلوم الرياضية في الغرب الإسلامي لابن رشيق التغلبي السابق الذكر، والذي يكاد، في تقديمه علمَ الميقات، يعيد كلام ابن الهيثم، يقول ابن رشيق التغلبي نزيل سبتة: "لكن الذي يُحتاج إلى ذكره هنا من الأنواع الطبيعية، حركتان: أما حركة إحداهما فَحركة الأشعة المنطرحة على سطح الأرض من النيرين: الشمس والقمر وما ينجر معه من الظلال قائمها ومَنكوسها ويختص بهذا النوع من العلوم التي نحن بسبيلها علم الآلات الرصدية، كذات الحلق والأسطرلابات، كرِّيها وسطحيِّها، وخطِّيِّها وغير ذلك، وقد كثرت الأوضاع في وجوه أعمالها والعمل بها. لكن قلَّ من تعرض للكشف عن عِلَّة تلك الوجوه وسببها، وإنِّما هي في الحقيقة نتائج مركبة من علم الهيأة وعلم الهندسة، فلذلك غَمُضت" (ص51). ويناقش ابن رشيق في تصنيفه في فقرة مخصوصة منزلة علم الفرائض وما إذا كان يعتبر من العلوم الرياضية لِعلاقته المتينة بالفقه وهي المسألة التي أشار إليها ابن خلدون في الموقعين اللذين أشار فيهما إلى هذا العلم في المقدمة في الفصل السادس منها. كان الموقع الأول في القسم الثاني عشر من الفصل المذكور، ذكر علم الفرائض مع العلوم الشرعية وأشار إلى علاقته بالرياضيات. وفي القسم التاسع عشر من الفصل نفسه أشار من جديد الى علم الفرائض ولم يأت بمعلومات جديدة مشيرا الى المنزلة الأبستمولوجية لهذا العلم، المنزلة التي جاءت على غير المألوف كما سنوضح ذلك لاحقا. وما يؤاخذ عليه العلماء، وخاصة الفقهاء، هو المبالغة في الجانب الرياضي: الجبر والمقابلة وهو نفس الأمر الذي أشار إليه ابن رشيق التغلبي الذي توفي قبل ميلاد ابن خلدون ب 36 سنة تقريبا (توفي ابن رشيق في 696 هـ وولد ابن خلدون سنة 732 هـ). وكأنهما، في هذه الاشارة، مُنضبطان للأمر الابستمولوجي الأرسطي، ولربما يَقتفيان خطى ابن رشد في العودة إلى رشده الأرسطي كما أشرنا أعلاه.

العنوان الذي اختاره ابن خلدون في الموضع الأول الذي ذكر فيه علم الفرائض: هو "الفقه وما يتبعه من الفرائض" وبعد الانتهاء من الحديث عن الفقه يخصص فقرة لعلم الفرائض (ص12-14). يقول ابن خلدون بعد تعريفه علمَ الفرائض: "وكل ذلك محتاج إلى الحسبان. فَأفردوا هذا الباب من أبواب الفقه لِمَا اجتمع فيه إلى الفقه من الحسبان وكان غالبا فيه، وجعلوه فنا منفردا." (ص 13). ويضيف بعد ذكر التصانيف في هذا العلم: "ومن المصنفين من يجنح فيها إلى الغلو في الحساب كَالجبر والمقابلة، والتصرف في الجذور، وأمثال ذلك، فَيملؤون بها تَواليفهم. وهو، وإن لم يكن متداولا بين الناس ولا يفيد فيما يتداولونه من وراثتهم لغرابته وقلة وقوعه، فهو يفيد الميران، وتحصيل الملكة في المتداول على أكمل الوجوه." ويذكر أربعة مؤلفين كبار مشهورين

في عصره ومن أشهرهم: القاضي أبو القاسم الحوفي وابن المُنَمِّر الطرابلسي وهما من الذين سيتتلمذ على مُؤلفاتهما ابن رشيق الذي سيشتهر بعلم الفرائض وكان ابوه هو الآخر فرضيا.[1]

ودرءا لانتقاد ممكن أو اعتراض يتعلق بتقويم ابن خلدون للمبالغة في الجانب الحسباني منه يلاحظ صاحب المقدمة أن المنافحين عن هذا العلم يحتجُّون بحديث مفاده أنَّ "الفرائض ثلث العلم" أو أنها "نصفه" في رواية أخرى. (ص14). ولا يوافق ابن خلدون بطبيعة الحال على أن المقصود بالحديث هو هذا العلم بالذات وإنما المقصود بذلك هي الفرائض بمعناها العام يقول ابن خلدون : "إن المراد بالفرائض إنما هي الفروض التكليفية في العبادات والعادات، والمواريث وغيرها. وبهذا المعنى تَصح فيها النِّصْفية والثُّلُثية، أما فروض الوراثة فهي أقل من ذلك كلِّه بالنسبة إلى علوم الشريعة كلِّها. ويعين على هذا المراد أنَّ حمل لفظ الفرائض على الفن المخصوص أو تخصيصه بفروض الوراثة إنما هو اصطلاح ناشئ للفقهاء عند حدوث الفنون والاصطلاحات. ولم يكن صدر الإسلامي يُطلق هذا اللفظ إلا على عمومه، مشتقا من الفرض الذي هو لغةً التقدير أو القطع. وما كان المراد به في إطلاقه إلَّا جميع الفروض كما قلناه وهي حقيقته الشرعية، فلا ينبغي أن يحمل إلَّا على ما كان في عصرهم، فهو الأليق بِمرادهم منه، والله أعلم." (نفسه، ص 14).

ما نخلص إليه في هذه الفقرة الخلدونية أن أبا زيد يعيب على الفقهاء الفرضيين المبالغة في الجانب الجبري منه، وتأويلهم غير الصائب للحديث الذي ينافحون به عنه اضافة الى ذكره عددا من الفرضيين: أربعة، وسيضيف إليهم خامسا في المقطع الثاني عند حديثه عن الفرائض من جهة ما هي فرعٍ من علم العدد. هو الصُّودي الذي عثر المنُّونِي على مخطوط من تأليفه بعنوان: نهاية الرائض في خلاصة الفرائض انتهى من تأليفه سنة 696 هـ[2] وهي السنة التي توفي فيها ابن رشيق التغلبي. واغلب المذكورين إمَّا من المقيمين في مصر أو من المغرب والاندلس؛ فَلنتفحص المقطع إذن.

العلوم العددية هي القسم الرابع من الفصل السادس من المقدمة (ص 77-83)، وهي الحساب والجبر والمقابلة والمعاملات وتمثل الفرائض الفرع الرابع من علم العدد، يقول ابن خلدون: "ومن فروعه أيضا الفرائض. وهي صناعة حسابية في تصحيح السهام لذوي الفروض في الوراثات إذا تعددت وهلك بعض الوارثين، وانكسرت سهامه على ورثته، أو زادت الفروض عند

[1] معطيات قدمها ادريس المرابط في مقدمة تحقيقه لرسالة ابن رشيق.

[2] المقدمة، هامش المحقق رقم 113، ص 83

اجتماعها و تزاحمها على كلِّه، أو كان في الفريضة إقرار أو إنكار من بعض الورثة دون بعض، فَيُحتاج في ذلك كله إلى عمل يُعيَّن به سهام الفريضة إلى كم تصح، وسهام الورثة من كل بطن مصححا حتى تكون حظوظ الوارثين من المال على نسبة سهامهم من جملة سهام الفريضة"، (المصدر نفسه، ص 82). لذلك يؤكد ابن خلدون على طابعها المركب - دون استعمال اللفظ - من الفقه والحساب: " فَتشتمل حينئذ هذه الصناعة على جزء من الفقه (...) وعلى جزء من الحساب." (نفسه).

ولئن لم يثر ابن خلدون من جديد مشكل المبالغة في الجانب الحسباني التي أثارها في المقطع الأول في علاقة بالفقهاء رغم تلخيصه ما قاله بشأن الحديث الذي يحتجُّون به عن جلالة هذا العلم وأهميته، مشيرا من جديد، كذلك، الى من اشتهر في التأليف فيه وسار بمثابة المرجع في عصره في الغرب الإسلامي وفي مصر: الحوفي وابن المُنَّمر الخ، والصُّودي في مصر كذلك، وهو الاسم المضاف الى القائمة الأولى التي يعيد ابن خلدون ذكرها هَاهُنَا كاملة، فإنه يضيف معطى هامًّا يتعلق بالمذاهب التي اشتهرت بالتأليف فيه ورتبها كالتالي: المذهب المالكي فَالشافعي، والحنفي فَالحنبلي، يقول ابن خلدون: "ومن أحسن التَّواليف فيه على مذهب مالك رحمه الله كتاب ابن ثابث ومختصر القاضي أبي القاسم الحوفي، وكتاب ابن المنمر، والجعدي والصودي، وغيرهم. لكن الفضل للحوفي، وكتابه مقدم على جميعها. وقد شرحه من شيوخنا أبو عبد الله محمد بن سليمان السَّطِّي، كبير مشيخة فاس فأوضح وَأوعب. ولإمام الحرمين (أي الجويني ت. 478هـ/ 1085م) تواليف على مذهب الشافعي تشهد باتساع باعه في العلوم ورسوخ قدمه فيها. وكذا للحنفية والحنابلة. ومَقامات الناس في العلوم مختلفة، والله يهدي من يشاء." (نفسه، ص 83).

3- استخلاصات تتعلق بمنزلة علم الفرائض من تاريخ العلوم ومنزلته الابستمولوجية

ما يمكن أن نخلص إليه، مما تقدم، هو المنزلة الابستمولوجية المركبة لعلم الفرائض بالخصوص التي جعلت بعض مصنفي العلوم يحجمون عن تصنيفه والبعض الآخر يثير المشكلة في محاولة لمداراة الاعتراض كما يلمح الى ذلك ابن خلدون وكما يصرح بها ابن رشيق حينما يقول بعد حصره لقائمة العلوم الخمسة عشر: "والاعتراض علينا هنا بعلم الفرائض، فإنه ليس بحساب محض، وإنما هو مركب من جزء من الحساب مع جزء من الفقه، فلذلك صار كأنه علم قائم بنفسه، والجزء الذي فيه من علم الحساب إنما هو فرع من فروع الوجوه العملية المذكورة، إمَّا الطبيعية، وإما الصناعية. كما قد تَركَّب جزء من الحساب مع جزء من علم الطب في تركيب

الأدوية لموازنة في الكمية تنهج موازنة في الكيفية، فيظهر هنالِك كأنه علم قائم برأسه" (رسالة ابن رشيق في تصنيف العلوم، م. م.، ص 55). وما يلاحظ في الحكم الخلدوني هو أنه ذكر من الفرضيين مَنْ هم على مذهب مالك وميز مختصر الحوفي على الجميع وهو، وإن كان مختصرا، فقد حظي أكثر من غيره بالشرح وكان اداة لا غنى عنها في التعليم الى عصر ابن خلدون على الأقل. ونذكر من بين الذين تعلموا الفرائض على مختصر الحوفي ابن رشيق المذكور، وابن البناء الذي يعرف بكثير من الكتابات في هذا الموضوع كما سنوضح ذلك. مع الملاحظ أن ابن رشيق إستعمل عبارتي: "جزء من الحساب مع جزء من الفقه" التي سيستعملها ابن خلدون الذي فيما يبدو يحترز من استعمال لفظ "التركيب" الذي استعمله ابن رشيق في مختلف صيغه كما سنرى. رغم أن عبارتي "كأنه علم قائم بنفسه" فيما يخص الفرائض و"كأنه علم قائم برأسه" فيما يتعلق بتركيب الأدوية قد تُفيدان درجة ما من الاحتراز في الحكم ايضا.

ولكي نعود إلى ما يجمع بين ابن خلدون وابن رشيق في هذا السياق مع شيء من المغايرة نقول إنهما يتفقان على أن علم الفرائض فرع من فروع الرياضيات قائم الذات، "قائم برأسه" حسب عبارة ابن رشيق. ولا يثير هذا الأخير ما أثاره إبن خلدون من مبالغة الفقهاء بالجانب الرياضي، فكأنما الأصل هو المبالغة. وعندما يبالغ الفقيه في هذا الجانب، الذي هو جوهري في هذا العلم، "غالبا فيه" حسب عبارات إبن خلدون نفسه، فإنما هو يتكلم، هنالك من جهة، ما هو رياضي، لا مجرد فقيه. فَموضوع الفروض، إذن، هو، عندهما، فرع تام الشروط من الرياضيات، من علم العدد تحديدا، "كأنه علم قائم برأسه". وقد درج أساتذة إبن خلدون على ذلك وأحسن مثال هو ابن البنا الذي صنف في هذا العلم وشارك في التصنيف كما يخبرنا ابن هيدور التادلي عن اشتراكه في تأليف أرجوزة القَلَلَوْسي في الفرائض في ترجمة حياة أستاذه ابن البناء[1]. وإذا ما انتهينا من مسألة انتماء الفرائض للرياضيات ينبغي أن نعود إلى ما هو مشترك

---

[1] انظر ترجمة ابن البنا لابن هيدور التادلي ضمن حياة ومؤلفات ابن البنا المراكشي تأليف احمد جبار و محمد أبلّاغ، الرباط، منشورات كلية الاداب والعلوم الانسانية بالرباط، سلسلة بحوث ودراسات رقم 29، 2001، ص 193-200. يقول ابن هيدور فيما يخص أرجوزة القللوسي (ت.707 هـ/1307 م) : " قال ابو العباس (أي ابن البنا): "كنت أفرض له مسائل من علم الفرائض فَيَنْظُمُها حتى كمل رجزه هذا." "، ص 196. ويجمع الرجز بين علم العروض وهو اختصاص القللوسي وعلم الفرائض وعنوانه: "النكت العلمية في مشكل الغوامض الوزنية والفرُوضية". ومن الكتب المنسوبة لابن البنا في الفرائض حسب ما يذكره التادلي: "وله من الفرائض كتاب عمل الفرائض جزء، وكتاب الفصول من الفرائض أيضا، وله شرح على بعض مسائل كتاب أبي القاسم الحوفي وهو قليل جدا، وله مقالة في الإقرار والإنكار، ومقالة أخرى في مسائل المدبر جزءان". (نفسه)، 198. ويذكر له ابن قنفذ (ترجمة حياة ابن البنا ص 201- 205 المصدر نفسه): كتاب الفصول في الفرائض الذي ذكره ابن هيدور ويفصل ما جاء مجملا عند ابن هيدور في العنوان الأخير من القائمة التي ذكرها في علم الفرائض ومتعلقاته: تلخيص في أصول المدبر في التركات، نفسه، ص 202.

بين علمي الميقات والفرائض، وهو مسألة التركيب التي يذكرها ابن رشيق في فقرته الآنفة الذكر.

يذكر ابن رشيق كما أشرنا العبارة في صيغ مختلفة: "مركب" و"تركب" و"تركيب"، في حين يلمح ابن خلدون إلى ذلك دون ذكر العبارة وكأنما هو يطلب الحياد في هذه المسألة. يبدو لنا أن المسألة ترجع كما المحنا أعلاه، إلى وجود تيارين (أو طريقتين)، على الأقل، في التعامل مع العلوم القديمة، ومع المَقالات الأرسطية: أحد التيارين يمتد من الفارابي الى ابن رشد مرورا بابن باجة في الغرب الإسلامي يَمْتَثل للأمر الأرسطي Impératif aristotelicien المشار إليه أعلاه، إن سُمِحَ لنا بنقل هذه التسمية من مجالها الأخلاقي الكانطي الى المجال الأخلاقي الابستمولوجي، ولعله لذلك (الامتثال وعدم الامتثال للأمر الأرسطي) نرى ابن رشد وابن باجة، كليهما، ينقد ابن الهيثم، ويرفض أمر التركيب والخلط بين العلوم رغم ان التقدم التاريخي للعلوم انصف ابن الهيثم فيما انتقداه فيه؛ والتيار الثاني هو التيار المتأثر بابن الهيثم لا يرفض التركيب ويحاول تكييفه بشكل ما مع الأمر الأرسطي دون حرفيته، ولعلَّه - هذا التيار الثاني - ينطلق من الكِندية التي تشارك الهيثمية في اعتبار الرياضيات شرط فهم الفلسفة، وشرط تحصيلها من جهة ما هي كذلك. بلا رياضيات، حسب الكندي، لن نكون إلا رواة معارف ليس إلَّا. ويبدو لنا، من جهة أخرى، أنَّ المرونة في قبول المركب والتركيب هي شرط التقدم العلمي أمَّا الامتثال الأعمى أحيانا للأرسطية ووصفها بالعصمة كما هو الحال في تلخيص الآثار العلوية لابن رشد لا يجعل العلم يتقدم آنيا بيد أنه يعمق فهمنا القديم، وقد يكون ذلك التعميق بالذات شرط تجاوزه بكل تبصر والاتيان بالجديد ولا يبدو ابن رشد يطلب أكثر من ذلك في ما أشرنا اليه. رغم مبالغته في وصف المعلم الأول بالكمال الإنساني.[1]

[1] يقول ابن رشد متحدثا عن أرسطو في تلخيص الأثار العلوية، (م. م.): "فسبحان الذي خصه بـ الكمال الإنساني، وكان المدرَك، عنده بسهولة هو المدرَك عند الناس بعد فحص طويل، وصعوبة كثيرة، والمدرَك عند غيره بسهولة، خلاف المدرَك عنده. ولذلك كثيرا ما ينشأ للمفسرين شكوك على أقاويل هذا الرجل، ثم يتبين بعد زمان طويل صواب قوله وتقصير نظر الغير بالإضافة إلى نَظره. وبهذه القوة الإلهية التي وجدت فيه كان هو الموجد للحكمة والمتمم لها، وذلك شيء يقل وجوده في الصنائع، أي صناعة كانت، فكيف في هذه الصناعة العظمى. وإنما قلنا إنه الموجد والمتمم لأن ما سلف لغيره في هذه الأشياء ليست تستأهل أن تجعل شكوكا على هذه الأشياء، فضلا عن أن تكون مبادئ. وإذ قد تبين هذا، فإذن، ليس في أقاويل أرسطو شيء يحتاج إلى تتميم." ص 145-146

4- ملاحظة أخيرة

ولا بد من ملاحظة أخيرة تتمثل في أن الفلاسفة بصورة عامة يتعاملون مع المادة العلمية المتوفرة، سواء كانت من علم القدامى أو مما أحدثه العرب ويحاولون صهر كل ذلك في نظام واحد، فعل ذلك الفارابي في تصنيف العلوم في ثلاثة مظان من الإحصاء، 1-النحو بالتوازي مع المنطق في البداية، 2- فروع الحيل من الجانب الرياضي الذي يقحم العديد مما كان القادح له و لتطوره، وحتى استقلاله علمًا قائم الذات، السِّياقُ الإسلامي وحاجة الحضارة الإسلامية وحاجة الناس، في معيشهم اليومي وإقامة مناسكهم وعباداتهم، إليه، مثال الجبر والمقابلة فيما يخص الفرائض، والعديد من المسائل المتعلقة بالميقات الخ. ويندرج هذان الاندمجَان في الجانب النظري، أما الموقع الثالث فيتعلق بالجانب العملي، إذ نشهد في الإحصاء تضمين الفقه والكلام، في الفصل الخامس منه تحت عنوان: العلم المدني وعلم الفقه والكلام. ونجد ما يضاهي هذا الفصل في كتاب الفارابي الذي يحمل عنوان كتاب المِلَّة[1]؛ ورفض أبن باجة، ظاهريا، فِعْلَ ذلك، واتجه في رأيه اتجاه البرهان، ولم يناقش، مثلما فعل الفارابي، هذه المسائل ولم يبحث لها عن حلول، وإن لم يخل عمله من بعض التسريبات[2]، لِتَتَلْمذه على الفارابي في كل ما كتب؛ ثم نرى ابن رشد يأخذ المجال

[1] مما يعني أن المسألة محسومة عنده ويمكن أن نضيف إلى ذلك أن الفارابي في كتاب القياس الصغيرعلى طريقة المتكلمين حاول أن يرد قياس الفقهاء إلى أحد أشكال القياس المعروفة في المنطق الأرسطي، يقول الفارابي في تصديره للكتاب: "هذا الكتاب عُمل وقُصد فيه أن يشعر الناس كيف يردون القياس الذي يستعملونه في الجدل وفي الفقه الى القياسات المنطقية، كيف يصححون قياسا قياسا من مقاييسهم وحججهم ودلائلهم حتى يصير صحيحها في صناعة المنطق لا يمكن أن يعاند ولا يطعن عليها من جهة صورها وتأليفها، ولذلك جُعل(ت) أمثلته كلها جدلية وفقهية." أنظر القياس الصغير على طريقة المتكلمين ضمن كتاب القياس ونصوص أخرى، الجزء الثاني، تحقيق رفيق العجم، بيروت، دار المشرق، 1986 ط2، ص 68، قد يعني ذلك أن ما لا يمكن دمجه في القنوات المعترف بها علوما لا يحسب في قائمة العلوم ولعله لذلك نرى الفارابي بعد الكثير من الصراعات بين أهل المنطق أي الفلاسفة وأهل اللغة يعمد إلى حيلة الدمج هذه. فكأنما لسان حاله يقول : ليس ثمة علوم اصيلة وعلوم دخيلة بل ثمة علوم هي جملة من الصنائع الخاصية اكتملت على يدي أرسطو وماعداها ليس إلا صنائع عامية هيأت الأرضية للخاصية كما يوضح الفارابي ذلك في كتاب الحروف، ثم نراه في الإحصاء وفي السياسة المدنية وكتاب المِلَّة يرفع البعض من تلك الصنائع العامية او الجمهورية لدمجها في النسق العام للعلوم الفلسفية. ولمزيد من التوضيح أنظر: محمد بن ساسي، شكوكو مناظرات في الفلسفة العربية الإسلامية، بصدد النشر، الفصل السادس بعنوان : "واضع المِلّة واضع النّواميس في فلسفة الفارابي السّياسية والدّينيّة".

[2] تتمثل هذه التسريبات في اقتفاء ابن باجة أثر الفارابي من المنطق الى السياسة المدنية فقد شملت تعَاليقه المنطقية، على سبيل المثال، كتاب القياس الصغير على طريقة المتكلمين، واقتفى أثره فيما يخص الثَّوابت التي هي بعض الفرق الكلامية في وجهها العربي الإسلامي، وَالسفسطائيون في وجهها اليوناني، تحدث الفارابي عن ذلك في السياسة المدنية وفي بعض النصوص التي حققها محسن مهدي ضمن كتاب الملة ونصوص أخرى، ونذكر بالخصوص "فصول مبادئ آراء أهل المدينة

الإسلامي والمجال اليوناني على طريقة المعلم الثاني منذ البداية، منذ المختصرات والجوامع مرورا بالكتب التي سميت مخترعات كـ الفصل والكشف والبداية...، ولم يتبين الخيط الأبيض من الخيط الأسود من هذه المسألة عنده - مسألة دمج علوم الإسلام في السياق العام للعلوم - إلا عند اكتشاف المخطوطات، التي كانت مفقودة، في نهاية القرن الماضي وبداية هذا القرن وتحقيقها: مختصر المستصفى، وَالضروري في النحو اضافة الى تلخيص الآثار العلوية وتلخيص الكون والفساد، الخ .[1]

خاتمة

حاولنا في هذه المداخلة استنطاق المظان التي تعرض فيها ابن خلدون، أو أحسسنا أنه لمَّح فيها إلى علمي الميقات والفرائض، ووقفنا، أثناء ذلك ومن خلاله، على المنزلة الإبستمولوجية غير المستقرة لكلَيْهما، وبالخصوص للعلم الثاني، سواء عند ابن خلدون أو عند من سبقه بقليل ابن رشيق التغلبي، أو عند معاصريهما. فالفرائض علم يأخذ من الفقه بطرف، ومن الرياضيات بطرف آخر، لذلك لا نرى الكثير مِمَّن اهتم بتصنيف العلوم يهتم به في ذاته، لأنه فرع من فروع العلم وليس أصلا، من ناحية، والحكماء يهتمون بالأصول باعتبارها ثابتة عبر التحولات، فضلا عن الطابع المركب الذي لا ينظر إليه بعين الرضا من قبل أهل الحكمة، من ناحية ثانية، وإن كان العلماء (إبن الهيثم، ابن رشيق، وحتى ابن خلدون، من جهة ما هو عالم تاريخ،...) يقبلون ذلك، بل يعتبرون، مثلما هو الحال عند إبن الهيثم، أنَّ قسما من العلوم يحتاج إلى التركيب بين ما هو رياضي وَبين ما هو طبيعي مثل الضوء والألوان، وَالتقازيح، فهل يَعتبر ابن الهيثم العلمين من هذه الطبيعة؟ لا يقول إبن الهيثم ذلك، ولا حتى أبن رشيق، ولكنهما يقبلَان به، ويصنفانِه، وإن أثار

الفاضلة"، وتحديدا الفصل الخامس منها، (ص84-85). مع الملاحظ أنَّ أول من تحدث عن النوابت بالمعنى السلبي هو الجاحظ في رسالة النابتة أنظر "رسالة في النابتة إلى أبي الوليد محمد بن أحمد بن أبي داود" ضمن الجاحظ، الرسائل، بيروت، دار الحداثة للنشر، ط 1، 1988، الجزء الثاني، ص 5-16.

[1] كان الرشديون يعتبرون إلى وقت قريب أنَّ نصوصا مثل الفصل والضميمة والكشف وحتى التهافت هي فاصلة زمانية توقف عندها ابن رشد لتصفية حسابه مع الغزالي كما نرى ذلك فيما كتبه عنه الجابري، مثلا، وجمال الدين العلوي في المتن الرشدي، وبدأ هذا الاخير يتظنن على ما كان يدافع عنه في أمر تحقيب النصوص الرشدية وترتيبها في تقديمه لتحقيق الضروري في أصول الفقه أومختصر المستصفى، بيروت، دار الغرب الاسلامي، 1994، ص 19.ولم يسعفه العمر ليقوم بإعادة النظر في أمري التحقيب والترتيب. والتحقيقات الثلاثة التي أنجزها ونشرتها له دار الغرب الإسلامي نشرت بعد وفاته: الضروري في أصول الفقه، 1994، تلخيص الآثار العلوية، 1994، تلخيص الكون والفساد،1995؛ الأولان بتصدير محمد علال سيناصر ومحمد المصباحي، والثالث صدره محمد المصباحي. توفي جمال الدين العلوي صبيحة يوم 13 يوليو 1992.

الأخير الاعتراض على ذلك إلا أنه اعتبره فرعا من فروع الرياضيات تامَّ الشروط، كما قبل به إبن خلدون دون تصريح؛ وآية قبوله تتمثل في نقد مبالغة الفقهاء، بما هم كذلك، الاهتمام بالجانب الرياضي: الجبر والمقابلة، والحال أن هذا الفرع - لأنه الغالب في علم الفرائض - ينبغي أن يحتسب فرعا من علم العدد. وكان ابن خلدون فيما يتعلق بالأرتماطيقي الذي أصبح مهجورا في عصره منذ أن دشن ذلك إبن سينا، كما أشرنا أعلاه، واتبعته المدرسة المغربية ممثلة في ابن البنا وأتباعه، قد استخلص مَبدءًا يمكن أن ينسحب على كثير من العلوم هو ما سمَّاه "استخلاص الزبدة من العلم" في مجال أوسع كحال الأرتماطيقي مع علم الحساب أو في براهين علم الحساب. قد تكون زبدة مشاكل الفرائض استخلصت في الجبر والمقابلة بصورة عامَّة. وقد يكون الأمر بدأ منذ الخوارزمي وأبي كامل لِيُختزل اليوم في تطبيقة رقمية، كما أشرنا منذ بداية هذه المداخلة في حاشية من الحواشي تبرئ على السواء ذمة الحكماء وتنصف العلماء؛ و"استخلصت زبدة علم الميقات" في تطوير تقنيات الساعات[1] وفي قياسات الأزمنة والمسافات، في زمن تحول فيه العلم المجرد إلى ما يُسمَّى اليوم "التقنية - العلم" "technoscience"، ثم إلى الانصهار في الإمكانيات الرهيبة فيما يسمى اليوم كذلك بـ "النانو- تكنولوجيا". والملاحظة الأخيرة التي يمكن أن نسوقها، هاهنا، هي أنَّ ابن خلدون يرى في جميع الحالات أن الحاجة إذا انتفت الى علم ما فإن فائدته تبقى دائما في تقوية الملكة كما ورد في الشاهد أعلاه، وأشار إلى ذلك في الفقرة الأخيرة من علم الكلام: "فائدته في آحاد الناس وطلبة العلم معتبرة إذ لا يحسن بحامل السنة الجهل بالحجاج النظري على عقائدها."[2] فضلا عن العبرة من تطور العلوم وانصهار بعضها في البعض الآخر وتحول بعض الفروع إلى تقنيات كحال علم الميقات من كل تدبر لمثل هذه المسائل.

---

[1] قد يكون من المفيد أخيرا، ولِلمقارنة مع تاريخ التقدم العلمي والتقني في الغرب، الإشارة إلى ما يقوله لايبنيتز في رسالة من هانوفر إلى جنيف بتاريخ 11 فيفري 1715 موجهة إلى نيقولا فرانسوا ريمود من مونتفورت (1676-1725): "وأتخيل أن السيد سُولّي (Sully) الإنكليزي منهمكًا في تأمل بعض المؤلفات الميكانيكية، وأنه سيكون مواظبا مواظبةكبيرة على لقائه السادة أعضاءالأكاديمية؛ فهو مجتهد في القيام بمهمته. ولا أعلم ما إذا كان قدم لكم رسالة قصيرةعن كيفية ضبط الساعات ذات النواس (à pendule)والساعات الحلزونية (à spirale)ضبطًا صحيحًا، وقد طبعها في فيينا. وقد أرفَقها برسالة قصيرة عن اختراع هذه الأشياء، كتبتها له. وهو بلا شك قادر تماماً على عمل شيء جيِّد بها. وبما أنه شابٌّ مجتهد وبارع، فقد شجعته على تأليف عمل كامل يتعلق بصناعة الساعات، وهو عمل مازال ينقصنا". انظر:

Correspondances entre Leibniz et Nicolas Rémond, vol. 3, p. 634-640.

وتقع الفقرة في الصفحة 638، وهي من ترجمة الأستاذ الطاهر بن قيزة من كتاب قيد الصدور.

[2] ابن خلدون، المقدمة، م. م.، ج. 3، ص 36.

خوارزميات عصر النهضة العربية في خدمة عصرنا

محمد السالمي

مخبر البحث : الفيزياء الرياضية، الدالات الخاصة وتطبيقاتها

المحتويات

1- المقدمة

الرياضيات فيخدمة "الخوارزميات :"(algorithm)

ليست الرياضيات مجرد أرقام ومعادلات مبهمة، بل هي أثبتت عبر الزمان بأنها لغة الكون في التفكير المنطقي وتنمية الإبداع العلمي لدى الناشئة وهي التي بواسطتها نقيس ونحلل ونفهم الظواهر المحيطة بنا. فبالأرقام نبني عالم الكميات ونفهم أسرار الكون.

تنسب الخوارزميات لمحمد بن موسى الخوارزمي الذي قدم منهجية حلول للمعادلات الخطية والتربيعية وربطها بالجبر، معتمدا في ذالك خطوات منطقية متسلسلة.

ولإن جاءت بعض خوارزميات إقليدس في البحث عن القواسم المشتركة للاعداد فقد أعتبر الخوارزمي في عصرنا الحاضر أبا علم الحاسوب، فالخوارزميات هي المفتاح لكل برمجة عصرية للحاسوب. وبها يعرف الذكاء الاصطناعي الحديث (AI).

جاءت تساؤلات Hilbert David إن كانت توجد طريقة أو نظرية يمكن من خلالها اتخاذ قرار ما حول أي افتراض رياضي معين، بفكرة Turing ل"آلة تورينغ" كنموذج نظري يحاكي طريقة عمل الحاسوب فاعتير "الأب الروحي" للحاسوب. ومنأبرز انجازات أواخر القرن العشرين يعتبر الحاسوب أو computer انجازا في تطبيق الخوارزميات الرياضية ومصدر إشعاع للبشرية، يعمل من خلالها على قراءة تعليمات محددة بشكل تسلسلي في برامج منطقية محددة و بدقة جبرية عالية، باستعمال خوارزميات الأنترنت، أصبح العالم قرية صغيرة، يوفر المعلومات والمعرفة والتعلم. سريع التواصل بين الناس ومصدر خدمات بما ينفعهم، إلا أن اضراره كثيرة في عصرنا، فإلى أين نحن ذاهبون؟ الدول الكبرى ترصد مليارات الدولارات من أجل البحوث في الحاسوب الكمي، هي تدرك مدى مستقبل هذه العلوم، هل هو سلاح العصر القادم؟

2- خوارزميات عصر النهضة الإسلامية العربية بين القرن التاسع والخامس عشر

تميز علماء المسلمين الشرقيين بترجمتهم لما قبلهم في الهندسة والفلك فجمعوا بين الاقدمين من علوم اليونان والهنود وجاوزوا بينهما وأعطوها صورا جديدة طبعت بطابع فكرهم وحضارتهم الجديدة، فكانت المنطلق لهذهالعلوم، ولازالت تعمل بالأرقام الهندية الى اليوم. كما أثبت أحمد مصلح في بحثه "حول متعدد الحدود للقطرواني(16)" أن خوارزميات

أحمد بن محمد القطرواني لإستخراج الجذر التربيعي والتثليثي لمتعدد الحدود، تظهر اختلافا بين المدرستين الشرقية والغربية للمسلمين في عصر نهضتهم.

2-1- طلائع الرياضيات الأولى

نستعرض بعض علماء الرياضيات الذين ساهموا في تطوير الرياضيات وربطها بخوارزميات دقيقة في عدة مجالات كالجبر والهندسة والفلك والتشفير والإحتمالات وغيرها:

- **محمد بن موسى الخوارزمي:(781-847)** أول عالم وضع الأرقام والصفر وهو الذي أسس لعلم الجبر وطوره : بدأ بالحساب في المعاملات وحساب الأشكال الهندسية، والإنشاءات الحسابية و "الوصايا" في المواريث، وحساب المثلثات والجبر العددي في مجالات الفلك. ومن أهم مؤلفاته "كتاب الجبر والمقابلة" وكتاب الزيج. طور نظرية الأعداد مثل تحليل الأعداد الصحيحة والأعداد الكسرية والعشرية، ساهم في تطوير معرفة العالم من خلال رسم الخرائط الجغرافية وتحديد المسافات بين المدن، كان له دور كبير في ترجمة كتب الحضارات القديمة كاليونانية والهندية.

- **يعقوب بنإسحاق الكندي (805-870)** : من فلاسفة العرب ألف العديد من الموضوعات الرياضية بما فيها الهندسة والحساب والأرقام الهندية وتوافق الأرقام والخطوط وضرب الأعداد والأعداد النسبية وحساب الوقت. من مؤلفاته "كتاب في استعمال الأعداد الهندية"، برع في علم استخراج المعمى أو التشفير، قام بفك شفرة القيصر، اكتشفت مؤخرا مخطوطة في الأرشيف العثماني بعنوان "رسالة في استخراجالمعمى"، والتي أوضح فيها أساليب تحليل الشفرات، والتشفير والتحليل الإحصائي للرسائل باللغة العربية، أسس تقنية تعرف باسم تحليل التردد في فك رموز الرسائلالمشفرة بوضع خوارزميات منهجية.

وفي سنة 1465 قام Alberti Battista Leon بتطويرها إلى شفرة متعددة الأبجدية.

- **ثابت بنقرة (836-901)** [10] لم تمنعه ديانته وهو أشهر علماء الصابئة من منابع العلم في حضارة المسلمين المتسامحة، اشتهر في الفلك والرياضيات والهندسة والموسيقى، ابتدع علم التفاضل والتكامل (Calculus) وعليه تعتمد العمليات الحسابية والمساحية وأساليب قياس الدقة العلمية والصناعية في العصر الحديث، وله كتب في مجالات مختلفة، هو أول من حدد طول السنة الشمسية ب 365 يوما و6 ساعات و9 دقائق و12 ثانيه، وطور أعداد "ثابت" $(k+1)k^n-1$ وعلاقتها بالأعداد **المتحابة بالخوارزمية** : إذا كانت :

$A=3.2^n-1$، $B=3.2^{n-1}-1$، $C=9.2^{2n-1}-1$، أعدادا أولية فإن العددين $A.B2^n$ و$C2^n$ متحابان وعرض امثلة مثل :(9.363.584,9.437.056),(17.296,18.416),(284,220)

2-2- **تطور مناهج الرياضيات عند العرب** حقق علماء الرياضيات المسلمون تقدما في الأساليب العددية بفضل التعديلات الهامة على الاعدادالهندية بتطويرها الى النظام الحسابي العشري وتطبيقات الصفر في الضرب، فتمكن بعضهم كعمر الخيام من استخراج الجذور وإكتشاف الكرجي لنظرية «ذات الحدين للأسس الصحيحة» فكان عاملا كبيرا في تطور التحليل العددي القائم على النظام العشري. وساهم غياث الدين الكاشي في تطوير الكسور العشرية، ليس فقط من أجل تقريب الأعداد الجبرية بل من أجل تقريب الأعداد الحقيقية كالنسبة الثابتة ل.π

• **الحسن بن الهيثم البصري** (965-1040) عرف في المصادر الأجنبية بـ[12]"**Alhazen**"

قدم إسهامات في الرياضيات والبصريات والفيزياء وعلم الفلك والهندسة وطب العيون. فهو أول من درس عدسة العين وأقسامها وتشريحها ورسمها وبحث في قوة التكبير في العدسات مما جعله سباقا لفكرة أول نظارة في العالم، أعلنت الجمعية العامة للأمم المتحدة سنة 2015 سنة الضوء وتكنولوجيات الضوء وقداختارت اسم ابن الهيثم بمناسبة مرور ألف سنة على تأسيس علم الضوء من طرفه، وأول من وضع مبدأ آلة التصوير، ينسب له رشدي راشد اثنتا عشرة ورقة علمية فيهندسة اللامتناهيات وتطبيقاتها infinitésimale Géométrie وهندسة القطع المخروطية وتطبيقاتها. عمل على مشكلة البقايا الصينية التي قادته إلى نظرية Wilson للأعداد الأولية. كما عمل على تمييز الاعداد المثالية بالخوارزمية التالية :

$s(n)$هي مجموعة قواسم العددn.

```
$$n= 2^p(2}^p+1-{1  |(2}^p+1}-1\~textrm\   {اولية}Longleftarrow s(n)=n$$
```

• **محمد ابن أحمد البيروني 973م-1048م** : برع في الفلك والجغرافيا والفلسفة والصيدلة والرياضيات، ألف اكثر من 160 كتابا منها 95 في الفلك والرياضيات، وضع في كتابه "القانون المسعودي" مبادئ علم الفلك وتواريخ الأمم وحركة الشمس الدورية، اكتشف حركة الأرض حول محورها ودورانالقمر حول الارض، من اشهر اعماله : الاثار الباقيه، التفهيم، القانون المسعودى، تاريخ الهند وكتاب الصيدله. اكتشف طريقة عمل الاحتمالات و"استخراج الأوتار في الدائرة" وإيجاد معادلة لنصف قطر الكرة الأرضية وحدده بدقة عالية، كما حدد خطوط الطول والعرض لكوكب الأرض هذا مما يؤكد معرفتهم لكروية الأرض قبل ماجلان وبين الفرق بين سرعة الضوء وسرعة الصوت.

• **عمرالخيام:(1048-1131)** من أعماله "رسالة في شرح مشاكل الجبر. يقول رشدي راشد بأنه أول من صاغ نظرية حل معادلات من الدرجة الثالثة بواسطة القطع المخروطية مقدما للمرة الأولى بدايات الهندسة الجبرية كما ابدع في الهندسة التحليلية بالمعنى الذي نجده في كتاب "الهندسة"ل"ديكارت".

• **غياث الدين الكاشي (1380-1436)** استعمل الرياضيات في علم الفلك والمالية والهندسة المعمارية، برهن قانون للمثلث غير القائم ب"جيب التمام" :

$$\cos(\gamma)2ab+c^2=b^2+a^2$$

كما جاء في كتاب **"مفتاح الحساب"** استنباطه لخوارزمية من أجل حساب الجذور النونية للأعداد المختلفة $a=x^n$، والتي كانت حالة فريدة من الطرق التي تم اكتشافها بعد ذلك الوقت بقرون عديدة وذلكعنطريق هورنر**Hörner**.

ومن أجل تحديد جيب الواحد درجة، اكتشف الكاشي الصيغة التالية :

$$\sin(3\theta)=3\sin\theta-4\sin^3(\theta)$$

التي غالبا ما تنسب إلى (Viète François.(1545-1603) وهو أول من اكتشف أن مدارات القمر وعطارد إهليجية، اخترع حاسوبا كوكبيا ميكانيكيا أطلق عليه اسم لوحة المناطق، والذي يمكنه منالناحية الرسومية حل عدد من مشاكل الكواكب.

3- الرياضيات في الغرب الإسلامي

3-1- بداية الإشعاع العلمي

من القيروان الى المغرب الاقصى والأندلس[1]

لعبت القيروان دورا رئيسيا وأساسيا منذ الفتح الاسلامي لكونها العاصمة السياسية للمغرب الإسلامي إلى موفى الامويين وحتى جزء من الدولة العباسية. وهي تمثل مركز الإشعاع العلمي ومنطلق الحياة الثقافية في العهد الأغلبي ومن بين ذالك كانت محور الثقل المعرفي في الفقه المالكي، وبرزت مدينة تاهرت كعاصمة للدولة الرستمية من الخوارج دور المنافس لها إبان الفتوحات الاسلامية.

كان الغرب الإسلامي متمسك بالعلوم النقلية في القرون الأولى للفتح الإسلامي ولكن سرعان ما تطور الى العلوم العقلية معطيا حرية مزاولتها خاصة في العهدين الأموي والموحدي بالأندلس. وأدى ذلك إلى تطوير الرياضيات واستخدامها للأغراض الدينية والعلمية. ولقد تصدرت القيروان كأول مركز علمي في المغرب العربي، تليها قرطبة في الأندلس ثم فاس في المغرب الأقصى.

أسس إبراهيم الثاني الأغلبي بيت" الحكمة في رقادة" على غرار بيت الحكمة في بغداد، تعنى بالتدريس والبحث العلمي والترجمة من اللاتينية، وأول من أدار شؤونها عالم الرياضيات أبو اليسر إبراهيم بن محمد الشيبان الكاتب المعروف بأبي اليسر الرياضي.[15] وهو المعروف بامتيازه في الرياضيات وكان له فضل كبير في إدخال علوم الطب والكيمياء والفلسفة إلى الشمال الإفريقي وتدريسها ببيت الحكمة.ظهر لأبي سهل القيرواني (القرنالتاسع) «كتاب الحساب الهندي» مع الخوارزميات الحسابية المصاحبة لها وحساب المعاملات وتوزيع الميراث.[3] يبرز الأستاذ أحمد جبار [14] بأن المعلومات الوحيدة التي لدينا حول هذه الرعاية تتعلق ببيت الحكمة أسسها إبراهيم الثاني (875-902) والذي يحمل أيضا نفس اسم المؤسسةالشهيرة التي أنشأها الخليفة العباسي المأمون (813-833).

من أبرز تطبيقات الرياضيات برز علم الفلك، هذا ما يؤكده "حسداي بن شابروت" (970)، الطبيب القرطبي الذي كتب إلى مراسليه في القيروان تزويده "بالمصنفات" التي أنتجها علماء المدينة.

ولئن اختلف في تعريف معنى الجامعة تاريخيا في أروبا، فإن أول جامعتين في العالم هما جامعة الزيتونة بتونس (737) التي أسسها حسان بن نعمان ثم جامعة القرويين بفاس (859) التي بنتها فاطمة الفهرية القيروانية، وقد اختصر التعلم فيهما على العلوم الشرعية أولا وتطور إلى العلوم الطبية والرياضية والفلسفة والفلك والقانون.

حدد ابن خلدون وظيفة الكتاب في إفريقية : "وأما أهل إفريقية فيخلطون في تعليمهم للولدان القرآن بالحديث في الغالب، ومدارسة قوانين العلوم وتلقين بعض مسائلها، إلا أن عنايتهم بالقرآن، واستظهارالولدان إياه، ووقوفهم على اختلاف رواياته وقراآته أكثر من سواه."

3-2- **خوارزميات عند علماء الرياضيات في الغرب الإسلامي**

بلغت العلوم في الأندلس بين القرن التاسع والخامس عشر أوج نضجها وازدهارها، ورغم غياب العديدمن المؤلفات فإن من يتصفح ما تبقى من المصنفات التي وضعها المسلمون خلال هذه الحقبة يدرك أنهم طرقوا كل أبواب العلوم والمعارف وخاصة في الرياضيات التي تنوعت وانفتحت على الموروث الإنساني والحضاري للأمم المجاورة، ونجد مصنفاتهم في تاريخ العلوم عند الأمم ومن أمثلتها كتاب "طبقاتالأمم" لصاعد الأندلسي وهو أحد المؤلفات الفريدة في بابه. نقتصر على بعض الأسماءالذين ساهموا في نهضة العصر الذهبي وما قدموه من إضافات وخوارزميات في الرياضيات والفلك لمزيد من المعلومات، (انظر المراجع (11)(4)

1. **مسلمه ابن أحمد المجريطي** نسبة الى مدريد (950 -1007) وصفه ابنخلدون بأنه شيخ الأندلس في علوم الكيمياء، وابن حزم "سمعت من اثق بعقله"، مؤسس مدرسة الفلك والرياضة فيقرطبة، طور جداول الخوارزميات الفلكية، وقدم تقنيات في علمي المساحة والتثليث. سافر الىالشرق وقيل عنه بأنه "كان مغرما بالأعداد المتحابة، ومشهورا في تفوقه بعلمي الفلك والهندسة". لقب بـ"أقليدس الأندلس". جمع للمرة الأولى في الأندلس بين مفاهيم رياضية مميزة ومفاهيم العلوم الفلسفية القائمة على الرياضيات؛ وهي فئة شملت علم الفلك، ومن مؤلفاته : "ثمارالعددفيالحساب" و"تمام العدد والمعاملات" و"اختصار تعديل الكواكب" و " رتبة الحكيم وغاية الحكيم".

شارك المجريطي في ترجمة كتاب خارطة النجوم لبطليموس، قدم وطور الجداول الفلكية لمحمد بن موسى الخوارزمي، كما ساعد المؤرخين من خلال إعداد جداول لتحويل التواريخ الفارسية إلى سنوات هجرية.

2. **أبو القاسم أصبغ بن محمد بن السمح المهري**، المعروف **ابن السمح الغرناطي** (979-1035م)، ولد في قرطبة، ثم انتقل إلى غرناطة التي احتضنته. قال القاضي صاعد الأندلسي أنه كان محققا لعلم العدد والهندسة متقدما في علم هيئة الأفلاك وحركات النجوم، اعتنى بالطب وله تآليف منها كتاب "المدخل إلى الهندسة" في تفسير كتاب أقليدس ومنها كتاب "ثمارالعدد" المعروف بالمعاملات ومنها كتاب "طبيعة العدد" وله كتاب "الكبير في الهندسة" يقضي فيه أجزاءها من الخط المستقيم والمقوس والمنحني ومنها كتابان في الأسطرلاب.

3. **إبراهيم بن يحيى الزرقالي التجيبي النقاش (1029-1087) طليطلة**، نبغ في علم العدد والرصد وعلم الأزياج وبرع في العلوم الرياضية ، يصنف من بين أعظم راصدي الفلك.[9] وقد أدخل تحسينات على صناعة الاسطرلاب بآخترعه نوعا جديدا من الأسطرلاب معروف باسم "الصفيحة الزرقالية" التي حظيت بأهمية كبيرة.وقد دخلت هذه الصفيحة إلى مجال علم الفلك تحت اسم " الأسطرلاب الزرقالي". و من أهم مخطوطاته "العمل بالصفيحة الزيجية" و"التدبير" و"المدخل في علم النجوم" و "رسالة في طريقة استخدام الصفيحة المشتركة لجميع العروض".

4. **أبو بكر محمد بن عبد الله بن عياش الحصار** : عاش في القرن الثاني عشر ببلاد المغرب رغم ان سيرته لا تزال مجهولة بحجم صيته الذي ذاع في الشرق والغرب بمؤلفاته "كتاب البيان والتذكر" و"كتاب الكامل في صناعة العدد" الذي اعتمد فيه كتابة الكسور بما هي عليه رغم أن محتويات الجزءالثاني لكتاب الكامل لايزال مفقودا، كما ينسب إليه جبر الأعداد واستنباطه **خوارزميات الأعداد** مستخدما عدة طرق لإيجاد القيم التقريبية للجذر التربيعي منها:

$$\sqrt{a+X^2} \cong X+\frac{a}{2X} \cong X+\frac{a}{2X} - {(a/2X)^2}\Big/{2(X+a/2X)}$$

تعد كتبه من المؤلفات المغربية المبتكرة في الرياضيات العربية. أشار ابن الأكفاني (1348) في كتابه : «إرشاد القاصد إلى أسمى المقاصد» لإبن الحصار : "ومنفعتُه تسهيل الأعمال الحسابية وسرعتها، خصوصا الفلكية.

5. **أحمد بن محمد بن عثمان ابن البناء المراكشي**، (1256-1321)، قضى أغلب فترات حياته في مراكش وانتقل إلى فاس وحصل فيها العلوم بجامعة القرويين وفروعها،

وأتقن علوما كثيرة وخصوصا الرياضيات وبرع فيها حتى أنتج إنتاجاغزيرا، كتب أكثر من 70 رسالة ولم يبق إلا القليل منها، تناول الجبر وعلم الفلك واللسانيات والمنطق، له مصنفات عديدة، منها كتاب فى الجبر والمقابلة المسمى بـ "الأصول"، ومنها "تلخيص أعمال الحساب" ومنها "رفعالحجاب عن تلخيص أعمال الحساب. "برع في الفلك وله "منهاج الطالب فى تعديل الكواكب"، و" أحكام النجوم"، ومقاله فى علم الاسطرلاب. أول من عرف الكسر على أنه النسبة بين رقمين. ونظرية الكسور المستمرة Fractions. continues

$$[a\_0, a\_1, a\_3, \ldots.] = a\_0 + 1/(a\_1 + 1/(a\_2 + 1/(a\_3 + .1/(a\_4 + ..))))$$

6. **علي القلصادي الغرناطي (1412-1486)** من اهم علماء ميدان الجبر والفقه، ألف" **كشف الجلباب من علم الحساب"**

• عرف برحلاته العلمية مع شيوخ الأعمدة: وهران ثم تلمسان (8 أعوام)، ثم تونس(سنتين) ثم الأزهر ومنها إلى مكة أين تمت إجازته برواية الحديث ثم القاهرة أين كان له مجلس علم وكان يقرأ عليهم الحساب والفرائض والعلوم العقلية وعاد بعد 15 سنة ألى الأندلس ثم توفي بباجة.

• رمز بالحرف الأول منكلمة جذر (جـ $\sqrt{}$)

وللمجهول بالحرف الأول من كلمة شيء (ش)، ولمربع المجهول بالحرف الأول من كلمة مال (م) تطورت a^2

• ولمكعب المجهول بالحرف الأول من كلمة كعب (ك) يعني a^3 ولعلامة المساواة بالحرف (ل) وللنسبة بثلاث نقط (...)

• و يذكرأن Viète François (1545-1603) الذي اشتهر بعلم المثلثات والهندسة والجبر، قد أخذ من القلصادي استعمال الرموز ونسبها لنفسه.

7. **خوارزميات أحمد بن محمد القطرواني** (بين القرنين 14 و 15 في تونس)[16] لاستخراج الجذر التربيعي أو التثليثي لمتعددة الحدود في كتابه "**رشفة الرحاب من ثغور أكمل الحساب"**.

هذه الطريقة تختلف عن المدرسة الشرقية المتمثلة في كتاب "البديع في الحساب" للكرجي و"البحر في الجبر والمقابلة" للسمو أل. بشكل رئيسي عند استخدام منهجه ونصه في استخراج الجذر التكعيبي لمتعددة الحدود.

$$P_x=64+80x+89x^2+184x^3+106x^4+72x^5+81x^6=(Q_x)^2$$

لكي تكون كثيرة الحدود مربعا كاملا، يجب أن يكون شرطان:الأول هو أن أسس "x" المتعلقة بالحدود المتطرفة يقبل القسمة على 2. والثاني هو أن يكون كل عامل متطرف عقلانيا.

	ش	م	ك	مم	x^5كم	x^6كك
a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
64	**80**	89	**184**	105	72	81
$a_0 = b_0^2$	$2b_0b_1$	$b_1^2 + 2b_0b_2$	$2(b_0b_3 + b_1b_2)$	$2b_1b_3$	$2b_3b_2$	$81 = b_3^2$
64	80	$2b_0b_2 = 64$	$2b_0b_3 = 144$	$2b_1b_3 = 90$	$2b_3 = 18$	$b_3 = 9$
b_0	$2b_1 = 10$	$b_1^2 = 25$	$2b_1b_2 = 40$	b^2		
$b_0 = 8$	$b_1 = 5$	$b_2 = 4$	$b_3 = 9$			

3-3- حتى نحافظ على تراثنا في الرياضيات

معرفة تاريخ العلوم وخاصة تطبيقات الرياضيات من خوارزميات ضرورة صرنا ندركها في عصرنا هذا بعد ان عرفنا الحاسوب وخوارزمياته، ولئن طورها العرب فهذا يدل على فراستهم وعمق تفكيرهم، ومن واجبنا الإعتزاز بهذا المخزون الثقافي والعلمي الذي ساهم في حضارة اليوم وتدريسه لترسيخ الهوية الوطنية لشبابنا. تدريسه في الجامعات ضرورية قسوى حتى يكتسب الطالب حصانة فكرية وثقة تاريخية بجذوره في صناعة الحضارات في حوض البحر الابيض المتوسط وبماضيه الزاخر بالإبداع في الكثير من العلوم فلولاه لما وصلت عليه الحضارة المعاصرة من تقدم.

- يقول ابن خلدون **في مقدمته** على علم أهل الاندلس في الفلك والحساب [6] وكأنه يعرف بالخوارزميات : هي صناعة حسابية على قوانين عددية فيما يخص كل كوكب عن طريق حركته وما أدى إليه برهان الهيئة في وضعه من سرعة وبطء واستقامة ورجوع وغير ذالك يعرف به مواضع الكواكب في أفلاكها.

• أسس لما سيصبح في القرن التاسع عشر نظرية الهندسة غيرالإقليدية، والقطعية، والإهليلجية elliptique.ethyperbolique. ليت شعوبنا تنطلق من جديد حول ما اسسه اجدادهم.

• إن كانت سير بعض الاعلام لازالت مجهولة فماذا عن التشفيرأوالتعمية، هلانتهت بخوارزمياتالكندي؟ يعتبر التشفير من مواد الرياضيات الحديثة والحساسة الأكثر أهتماما في مجالات عديدة لماله منانعكاسات على كل مجالات المعاملات التجارية والإلكترونية والأمنية للدول المتقدمة.

• يذكرنا أحمد جبار[14] رجالا ساهموا في نحت الرياضيات من بين المؤلفين، الحصار(القرنالثاني عشر)، و(ابن الياسمين 1204) و(ابن منعم 1228)، و(القرشي 1184) الذي كان له تأثير لا يقل أهمية من خلال كتابات لم تصلنا للأسف ولكن تم ذكرها عند المؤرخين. وهذا اعتراف بما قدموه من عمل جبار فمتى يخرج من رفوف التاريخ الى دراسته.

• يعتبر George Sarton إن أروبا مدينة لأبو بكر الكرجي (953-1029) صاحب مثلث"باسكال" الذي قدم للرياضيات أهم وأكمل نظرية في علم الجبر عرفتها، فهو من رفض التمثيل الهندسي للعملياتالجبرية لمن قبله[11]. فماذا عساه يقول عما نسب للأعداد Mersenne الأولية التي ذكرت عند ابن الهيثم ؟ إن كان للكرجي هذه المكانة عند الغربيين فلعلمائنا الآخرين نصيبهم من تاريخنا في العلوم.

• ساهمت الخوارزميات في اختراع الحاسوب، واليوم يكتسب العلماء أنبل وأدق نظرية وأغربها فيالميكانيك الكمي وتوضيفها للحاسوب الكمي، ما الذي سيغيره؟

4- خوارزمياتالعصر : علوم الحاسوب

4-1- الحاسوبالكلاسيكي

" **خوارزمات الحاسوب "الكلاسيكي** : مع اختراع الحاسوب في منتصف القرن العشرين، أصبحت الخوارزميات أكثر أهمية من أي وقت مضى. يعتبر "آلان تورينج" الأب الروحي لعلوم الحاسوب بتطويره مفاهيم حسابية أساسية في "آلة تورينج" التي قدمت هذه المفاهيم الأساس النظري للحوسبة الحديثة. وهي مجموعة من التعليمات المتسلسلة لحل مشكلة أوتنفيذ مهمة ما. تكتب هذه الخوارزميات باستخدام لغات البرمجة كما يتم تحويلها إلى شفرة برمجية يمكن للحاسوب تنفيذها.

• يعتمد الحاسوب على الجبر البولياني وهو أحد فروع علم الجبر في التحليل الرياضي المنطقي، ينسب لـ "جورج بول Boole George" .ويفترض تواجد المتحولات الرياضية ضمن ما يعرف بـ" قيم الحقيقة ValuesTruth" وهي: القيمة الحقيقية، True أو 1 والقيمةالخاطئة False أو 0. ترمز زمرة الحقيقة للمجموعة F_2^n .

• أصبحت القيم المنطقية التابعة للجبر البولياني تعرف باسم "الأرقامالثنائية Digit"Binary" أو اختصاراً"بت-bit" يقوم الحاسوب بتخزين هذه المعلومات على القرص الصلب أو "Unit Processing Central"CPU وتتم معالجة المعلومات المشفرة في ثنائي 0 أو1 عن طريق الترنزستورات.

• مثال : **البايت 1Byte=8bits بت** 2^8=256, معلومة "Registre" هو سجل للعدد 101 فيالأرقام العشرية.

bit7	bit6	bit5	bit4	bit3	bit2	bit1	bit0
1	0	1	0	0	1	1	1

$$1*2^0+1*2^1+1*2^2+0*2^3+0*2^4+1*2^5+1*2^6+0*2^7=|101\rangle.$$

كما يعتبر التطبيق المنطقي أو العامل المنطقي، التطبيق

$$F_2^n=\{0,1\}^n \longrightarrow F_2^p=\{0,1\}^p.$$

في الحاسوب Booléen circuit كل تطبيق منطقي يمكن تمثيله"بدائرة منطقية".

• كل تطور في الحاسوب يعتمد على زيادة في كمية الترنزستورات التي تمثل العناصر الاولية للحاسوب، وقد بلغ عددها إلى مليار ترانزستور في أحدث الهواتف الذكية المتوفرة في السوق. وينتج عن ذلك الأحجامالصغرى لهذه الترنزستورات منذ 1965 عن طريق قانون "مور"الذي يؤكد "Moore": مضاعفة الترنزستورات كل سنتين وهنا نتساءل : هل يمكننا زيادة ذاكرة الحواسيب إلى أجل غير مسمى مع زيادةالترانزستورات؟مع العلم أن حجمه بلغ $5nm = 5.10^{-6} mm$ مقارنة مع فيروس الكوفيد الذي يبلغ Covid-19 $\simeq 140nm$.

•هناك من يعتبرانتهاء قانون"مور"وفقال HuangJensen رئيس شركة Nvidia لاقترابنا بأحجام الذرة ولا بد التفكير في حاسوب آخر يعوض الحاسوب الحالي.

2-4- ثورة خوارزميات الحاسوب الكمي

خصائص ميكانيك الكم : في السنوات الأخيرة، أصبحت الحوسبة الكمية، واحدة من أكثر التقنيات النشيطة في البحث العلمي والتي تعد بتغيير جذري في عالم التكنولوجيا. تعتمد هذه التقنية على مبادئ الفيزياء الكمية، هذه المبادئ التي ظهرت في أوائل القرن الماضي قدمت الكثير من تكنولوجيات مثل الترنزستور والليزر وغيرها من الآلات التي تعتمد على خصائص الذرة، وسرعان ما تحولت الى مشروع لمعالجة كميات هائلة من البيانات بسرعة تفوق الحوسبة الكلاسيكية. مع بعض التطبيقات المحتملة في مجالات مثل الذكاء الاصطناعي والتشفير والطب والبيولوجيا.عالم الذرات يخضع لقوانين ميكانيك الكم : تكون حالة النظام الكمي عبارة عن متجه C^2 $L^2(C)$ ($(H, \langle .|. \rangle)$ $|\psi\rangle$ ينتمي إلى فضاء هيلبرت مثل أو كفضاء اللف المغزلي للإلكترون Spin الواحد. يفترض ان هذا المتجه يجري تطبيعة في الجدار الداخلي لفضاء هلبرت أي : $\langle\psi|\psi\rangle=1$

وتخضع هذه النظم إلى قوانين ميكانيك الكم :

1. **تكميم الطاقة :** الطاقة ليست مستمرة ولكنها منقسمة إلى حزم منفصلة.

2. **مبدأ التراكب :** يمكن للجسيمات الكمومية التواجد في حالات متعددة في آن واحد وعند القياس ينهارالجسيم إلى إحدى تلك الحالات.

3. **إزدواجية الجسيم والموجة :** يتصرف الالكترون كموجة في إحدى التجارب وكجسيم في تجربة أخرى.

4. **الأنظمة المركبة والتشابك :** عندما يدمج نظامين كموميين مختلفين فإن فضاء النظام الجديد هو "جداء تننسوري"النظامين : $H_{AB}=H_A \otimes H_B$.

يعتبر مبدأ عدم اليقين لـ "هايزنمبرق" **Heisenberg في الميكانيك الكم عنصر أساسي يربط بين سرعة ومكان الجسيم الكمي فكلما عرفنا سرعته صعب عنا تحديد مكانه.**

تعتبر المعادلة الأساسية في الميكانيك الكم معادلة Schrödinger التالية :

$$\boxed{i\hbar\frac{d}{dt}|\psi\rangle=H|\psi\rangle}$$

5- **بعض خصائص الميكانيك الكم : التراكب والتشابك** التراكب : Superposition

عندما يدور إلكترون حول بروتون في ذرة الهيدروجين، فإنه يكون في جميع نقاط مداره في نفس الوقت، هذه الخاصية رغم غرابتها فهي عامل أساسي لفهم الميكانيك الكمي.

التشابك الكمي Intrication: ظاهرة تربط خصائص جسيمين بشكل وثيق، بغض النظر عن المسافة التي تفصل بينهما. فبعد الكثير من التجارب تبينت صحة هذه القوانين منذ سنة 1962.

3-4- من أجل قوة حاسوبية للظواهر الكمومية

• **1980:** بدأ التعامل مع الأجسام الكموميةالفردية : الفوتونات والألكترونات...

• **1982** :FaynmanRichard : الطبيعة ليست كلاسيكية، ا وإذا أردنا أن نصنع محاكاة للطبيعة، فمن الأفضل استعمال ميكانيكا الكم، وبصراحة إنها مشكلة عجيبة، لكنها لا تبدو سهلة للغاية.

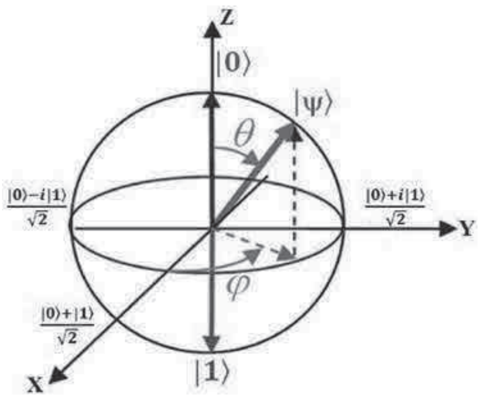
• **1991 :** بدأت مسابقات التشفير لتفكيك أعداد ضخمة، منها مسابقة شركة Security RSA هدفها تشجيع البحث لتحليل الأعداد الصحيحة الكبيرة.

$, RSA-100,\ N=p\times q=$

37975227936943673922808872755445627854565536638199

×40094690950920881030683735292761468389214899724061

عمل الحاسوب على الجسيم الأولي l'électron de Spin



• إذا كان تشفير الحاسوب الكلاسيكي هو في ثنائي 1أو 0، فإن حالة الكمومية الأولية هي مزيج خطي بينحالتين أو "تراكب" على سطح الجسم الكروي مع احتمالات التواجد.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1,$$

•فضاءالحالاتالكمومية الأوليةهو

$$H = C^2$$

• حالة تشابككمومية H⨂H(Bell-1962)

$$\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \neq |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle.$$

4-4- الحاسوبالكلاسيكي والكمي

• **المتاهة أوالمفاتيح والقفل :** الكيوبايت فيالحاسوبالكمي1"و0."

• **الحاسوب العادي :** لتحليل رقم مكتوب على 1024=2^{10}بت، يحتاج إلى 10^{23} عملية لحلها. إذا كان يقوم بـ10^{9} عملية فيالثانية أي بتردد 10GH فسوف يستغرق3 ملايين سنة.

• **الحاسوب الكمي باستعمال "شور:** " لتحليل رقم مكتوب على 2048=2^{11} بايت، نحتاج إلى 6000 كيوبات و10^{10} عمليات تجري بمعدل 10^{6} عمليات في الثانية، لن يستغرق الأمر إلا لـ3ساعات.

منخوارزميات نظرية الى نماذج أولية على الرغم من أن هذه التكنولوجيا لاتزال في مراحلها المبكرة وتواجه العديد من التحديات التقنية والأخلاقية، إلا أن الإمكانيات التي تقدمها لا حدود لها. بمرور الوقت، ومع التقدم المستمر في تطوير الخوارزميات الكمومية والأنظمة المادية، قد تصبح الحوسبة الكمية جزءا لا يتجزأ من حياتنا اليومية، مما يعيد تشكيل العديد من الصناعات والقناعات المعرفية للكون.

1. **1194-1985** : **خوارزميات جاهزة للتطبيق**

•1985 **Deutsch** هو الاول من استنبط خوارزمية كمومية.

لنفترض أن التطبيق المنطقي $ {\1 0,}\ f: \{0, 1\}^n \longrightarrow $

إما ثابت أو متوازن : هل هو واحد أم الآخرى؟ @ @

•متىتكون دالة ثابتةمتوازنة؟f:$F_2^{n\,n}$ ⟶–F_2:**Deutsch-Josza** 1992

• اول خوارزمية كمومية لتفكيك عددكبير. 1994 **Schor:Peter**

• خوارزمية البحث في قائمة غيرمرتبة ذات خاصيةمحددة. **Grover 1996.**

• خوارزمية **Simon1996**

2.**نماذج مخبرية :** تصنيع غوغل في 2018Bristlecone، وهي القدرةالتي تحقق ما يسمى التفوق الكمي على قدرة الحواسيب التقليدية.

2018	2017	2016	2007	2001	1998
Google	IBM	IBM	D-Wave	IBM	IBM
processor	IBM	processor	شركة	مركزبحث	مركزبحث
72 Qb	20 QB	5Qb	16 Qb	7Qb	2Qb

ملامح الحاسوب الكمي **هندسة أولية للكمبيوتر الكمي**

•علبة مبردة على الجزءالداخلي للكمبيوتر بدرجة 273-.

•سجلات كمومية : تخزين المعلومات التي يتم معالجتها باستعمال مبدأ" التراكب" الذي يسمح لعدد كبيرمن العناصر بالتعايش مع بعضها.

•البوابات الكمومية : أجهزة فيزيائية تعمل على السجلات الكمومية. بداية العمل على الحاسوب الكمي

• في13-7-2017:الصين تحقق أول تشابك بين فوتونات على مسافة 1120كلم

• تحتدم"المنافسة"من أجل التمكن من تكنولوجيات المعلومات الكمومية...

•في21 جانفي2021-، تم الإعلان بفرنسا عن «QuantiquePlan الخطة الكمية»، قدرها 1.8ملياريورو،

•ضخ مستثمرون ورؤوس أموال حوالي 147 مليون دولار لشركات ناشئة تعمل على الحوسبة الكمية، كما دعمت الحكومات الأروبية 2.2 مليار دولار للباحثين.

• الصين ترصد 10مليار دولار لمركز بحث لإنجاز الحاسوب الكمي.

المراجع المعتمدة

(1) Mohamed Aballagh, Raf' Al-Hijab, d'Ibn Alk Banna : éditioncritique, traduction, étude philosophique etanalyse mathématique, Thèse de l'université Paris I.1988.

(2) Ahmed Djebbar et Mohamed Aballagh, Hayatwamu'allafâtIbnal-Bannâal-Murrâkushî, Rabat, Publications de la Faculté des Lettres et Sciences Humaines,.2001

(3) Ahmed Djebbar, Les mathématiques dans le Maghreb médiéval; BULLETIN de l'AMUCHMA n°.15Union Africaine, Commision d'Histoire des Mathématiques en Afrique.1995

(4) M.ABALLAGHETA. DJEBBAR, Découverte d'un écrit mathématiqued'al-Hassar (XlleS.) : Le livre I du Kamil; HISTORIAMATHEMATICA14 (1987).158-147

(5) Odile KOUTEYNIKOFF, Groupe M.:A.T.H. Irem de Paris VII, LE LIVRE COMPLETENALGEBRED'ABUKAMIL; REPERES-IREM .N°61-octobre.2005

(6) **بوداعة نجادي :** علوم الرياضيات والفلك فيالاندلس من عصر الخلافة إلى سقوط المرابطين.

(7) Jean-Paul Collete : Histoire des nombres complexes.

(8) Michael A.Nielsen, IsaacL. Chuang, Quantum Computationand Quantum Information, Cambridge University Press, 10^{th} Anniversary 702p, 2010

(9) Benjamin, Francis Seymour; Toomer, G. J. Campanus of Novara and medieval planetarytheory: Theoricaplanetarum. University of Wisconsin Press. p.15 .(1971)

(10) Roshdi Rashed, Régis Morelon, Histoire des sciences arabes: Tome,2 Mathématiques etphysique Broché–1997

(11) L'apport scientifique arabe àtravers les grandes figures de l'époque classique; Moulaye Ahmed, Salah Ould; Rapport 2004 UNESCO

https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000136827

(12) ROSHDIRASHED, Ibn-AlHaythem et les nombres parfaits, HISTORIA MATHEMATICA 16 ,(1989) 352-343 .

(13) Mac-Tutor, ALGEBRE HISTOIRE DES SCIENCES, Abu Bekribn Muhammad ibn al-Husayn Al-Karaji, https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Karaji

(14) Ahmed Djebbar : Les Mathématiques au Maghreb et en Andalous du IX au XVè Siècle;core.ac.uk; 30 pages

(15) كتاب معجم المفسرين «من صدر الإسلام وحتىالعصر الحاضر» **عادل نويهض**

(16) Moslih Ahmed : Autour des polynômes d'Al-Qatrawānī SHSWebof Conferences,17501049 (2023)https://doi.org/10.1051/shsconf/202317501049,ICISMAMH2S2023

التحليل التوافيقي وتطبيقاته عند العلماء العرب

الهادى النابلي
جامعة صفاقس – كلية العلوم

الملخص : نتطرق في هذه الورقة البحثية إلى إسهامات العلماء العرب في مجال التحليل التوافيقي ونؤكد على أن جل المصطلحات في هذا المجال قد تمت ترجمتها من اللغة العربية. نتناول أيضا بعض القواعد التي تم استنباطها من علماء عرب. هذه القواعد إما أنها لا تحمل اسم صاحبها أو أنها نسبت لغيره مثل قاعدة ذات الحدين لأبي بكر الكرجي والتي تنسب إلى نيوتن. في الأخير، نستعرض تطبيقات متعددة للتحليل التوافيقي بعضها مرتبط بعلوم اللغة والبعض الآخر بمسائل تخص الحياة المعاشة وأخرى لها صلة بشتى فروع الرياضيات.

1. مقدمة

يعدّ التحليل التوافيقي فرعا من فروع الرياضيات الذي ساهم العلماء العرب في صياغته وتطويره على مر الحقب التاريخية. فقد وضعوا قواعد ومفاهيم لازالت تستخدم في عصرنا الراهن. لا تقتصر الانجازات على الأسس النظرية فحسب بل تمتد إلى تطبيقات عملية ساهمت بدورها في بلورة بعض المفاهيم الرياضياتية.

يدرس التحليل التوافيقي (Combinatorial Analysis) عدد الإمكانيات المختلفة لترتيب الأشياء. على سبيل المثال، فإن تحديد عدد أرقام الهواتف الجوالة الممكنة في الجمهورية التونسية تعتبر من مواضيع التحليل التوافيقي. حصر الكلمات الممكن استخراجها من جميع الحروف المؤلفة لكلمة "احتمال" أو عدّ الكلمات الثلاثية في اللغة العربية يندرج أيضا ضمن تطبيقات هذا المجال. لحل مثل هذه المسائل، لا نلجأ في الغالب إلى جرد شامل لكل التركيبات الممكنة بل توجد طرائق وقواعد مختلفة تيسّر لنا الوصول إلى الحل. من مواضيع التحليل التوافيقي أيضا دراسة البنى المتقطعة القابلة للعد.

التوافيق لغة هي جمع توفيق، والتوفيق هو مصدر فعل وفّق، ووفّق بين الأشياء أي ضمّها بالمناسبة. فمثلا، إذا أردنا أن نعرف عدد الأرقام الممكنة للهواتف الجوالة لشركة اتصالات تونس وجب التحري في الرقمين الأوليين اللذيْن يميّزان هذه الشركة عن غيرها من شركات الاتصالات في الجمهورية التونسية. ومن هنا يكون التوفيق بما يتناسب في الأرقام مع شركة اتصالات تونس. أمّا اصطلاحا، فالتوافيق (Combinations) هي عدد الطرائق الممكنة لانتقاء p عنصر من مجموعة مكوّنة من n عنصر. يرمز لهذا العدد بالرمز $\binom{n}{p}$ وهو يساوي:

$$\binom{n}{p} = \frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-p+1)}{1\times2\times3\times\cdots\times p}$$

بصيغة مختصرة وباستخدام القيمة $n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$ والتي تسمى "مضروب n" (Factorial n) ويرمز لها $n!$ فإن التوافيق تساوي:

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

على سبيل المثال، لو اختير 3 أشخاص من مجموعة مؤلفة من 7 أشخاص فإن عدد الاختيارات الممكنة يساوي:

$$\binom{7}{3} = \frac{7\times6\times5}{1\times2\times3} = 35$$

فيما يخص التراتيب فهي لغة جمع ترتيب وهو مصدر فعل رتّب أي وضع كل شيء في مرتبته. والتراتيب (Arrangements) اصطلاحا هي عدد الطرائق الممكنة لترتيب p عنصر من مجموعة مؤلفة من n عنصر ويرمز لها A_n^p. التوافيق والتراتيب كل منهما يهتم بعدد الاختيارات الممكنة، الأول لا يراعي ترتيب الاختيارات والثاني يراعيها. فمثلا لو اختير حرفي الحاء والباء، التوافيق لا تفرق بين كلمة "حب" وكلمة "بح" وتعتبرهما اختيارا واحدا، أما التراتيب فهي تميّز بينهما. العلاقة الحسابية بين التوافيق $\binom{n}{p}$ والتراتيب A_n^p واضحة:

$$A_n^p = p! \times \binom{n}{p}$$

بشكل مكافئ $A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-p+1)$

أما التباديل (Permutations) فتُعرّف بعدد الطرائق الممكنة لترتيب n عنصر وهي تساوي:
$$A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1 = n!$$

حسب شهادة السموءل المغربي فإن التحليل التوافيقي أصبح فصلا مستقلا عن باقي فصول الرياضيات على يد أبو بكر الكرجي [3]. فيما يخص مصطلح التوافيق فهو مستحدث وصدر عن مكتب تنسيق التعريب بالرباط [10]. العلماء العرب كانوا يستخدمون مصطلحي التأليفات والتركيبات أو التراكيب للتعبير عن التوافيق، فنجد مثلا لفظ التأليفات في كتاب فقه الحساب ولفظ التركيبات في عدة كتب مثل شرح القلصادي أو "رسالة في استخراج عدة الاحتمالات التركيبية من أي عدد كان" [6]. كذلك هو الشأن لمصطلح التباديل فهو أيضا مستحدث، أما قديما فكان العرب يستعملون مصطلح المقلوبات [10][1]. بما أن هذا العلم قد استحدثه العلماء العرب، فإن المصطلحات المستخدمة في اللغة الانجليزية أو الفرنسية للتعبير عن التركيبات والمقلوبات (Combinations and Permutations) هي ترجمة حرفية للمصطلح العربي.

2. إسهامات العلماء العرب

نودّ الإشارة إلى أن التسمية "علماء عرب" لا تعني أنهم من جنس عربي، هي تعني فقط أنهم يكتبون باللغة العربية. في الواقع أغلب علماء الرياضيات هم من العجم وخصوصا الفرس. على سبيل الذكر، الخوارزمي أو البيروني من بلاد فارس لكن لغة العلم آنذاك كانت العربية. البيروني من شدة إعجابه باللغة العربية قال "أفضّل الشتيمة بالعربية على قول الشعر بالفارسية". هذه القاعدة المعتمدة على لغة التأليف بدلا من العرق تنطبق أيضا على العلماء الإغريق. فمثلا، آراتستان (Eratosthene) المعروف باستنباط طريقة الغربال لتقصي الأعداد الأولية ولد في ليبيا وعاش بالإسكندرية في مصر رغم ذلك يقال أنه إغريقي.

1.2 الخليل ابن أحمد

يُعد الخليل ابن أحمد الفراهيدي (718-786) واضع علم العروض وهو أيضا من استنبط نظام علامات التشكيل في اللغة العربية للدلالة على الفتحة والكسرة والضمة والسكون

[1] يذكر ابن خلدون في مقدمته في فصل علم اللغة : ثم تضرب في ستة، جملة **مقلوبات** الكلمة الثلاثية، فيخرج مجموع **تراكيبها** من حروف العجم.

والتشديد. النظام الذي ابتكره يشبه الأسلوب المتّبع بالوقت الحالي. يعتبر الخليل ابن أحمد أول من استخدم التراتيب قصد حصر عدد الكلمات في اللغة العربية. كتب العلامة ابن خلدون في مقدمته في فصل علوم اللسان العربي [8] ما يلي:

> وكان سابق الحلبة في ذلك الخليل ابن أحمد الفراهيدي ألف فيها كتاب العين فحصر مركبات حروف المعجم كلها من الثنائي والثلاثي والرباعي والخماسي وهو غاية ما ينتهي إليه التركيب في اللسان العربي ... وكان المهمل في الرباعي والخماسي أكثر لقلة استعمال العرب له لثقله ولحق به الثنائي لقلة دورانه وكان الاستعمال في الثلاثي أغلب.

بما أن حروف المعجم العربي 28 فإن ما يتركب منها

-كلمة ثنائية حاصله $A_{28}^{2} = 756$

-كلمة ثلاثية حاصله $A_{28}^{3} = 19\ 656$

-كلمة رباعية حاصله $A_{28}^{4} = 491\ 400$

-كلمة خماسية حاصله $A_{28}^{5} = 11\ 793\ 600$

هذه الكلمات لا ينظر إليها أكانت مبهمة أو مستعملة، فمثلا الكلمة الرباعية "ظطغذ" لا نجد لها معنى في القاموس العربي لكنها محسوبة. أيضا فإن هذه الكلمات المحسوبة يشترط فيها عدم التكرار، فمثلا كلمة "ابا" هي كلمة ثلاثية غير محسوبة طالما أن الألف مكرر.

من المهم الإشارة بأن سيبويه، وهو أحد تلامذة الخليل ابن أحمد، قد اهتم بمسائل متعلقة بالتحليل التوافيقي ارتبطت أساسا بقراءات النص القرآني.

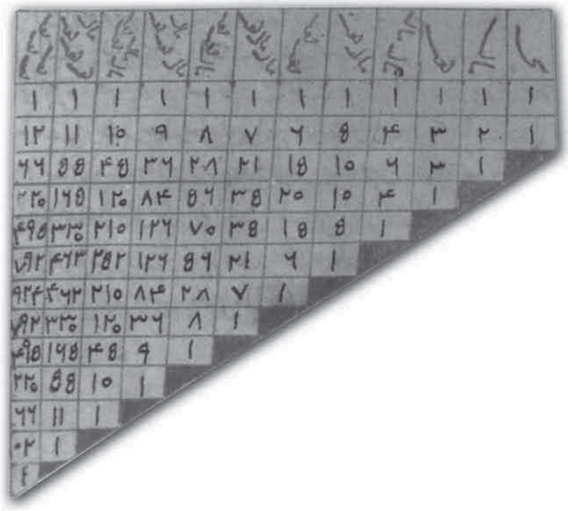
2.2 أبو بكر الكرجي

نستعرض في هذا الباب أعمالا لأبي بكر الكرجي (953-1029) متعلقة بالتحليل التوافيقي وهي على التوالي قاعدة ذات الحدين والتي تسمى قاعدة نيوتن ثم مثلث الكرجي والذي يسمى مثلث باسكال، وفي الأخير طريقة مبتكرة في حساب مجموع المكعبات على توالي الأعداد تعتمد على شكل هندسي.

قاعدة ذات الحدين هدفها تفكيك مجموع عددين a, b مرفوع بقوة صحيحة n :

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} a^p b^{n-p}$$

وفقا لهذه القاعدة فإن التوافيق $\binom{n}{p}$ هي تحديدا المعاملات حين تفكيك القوة $(a+b)^n$. لهذا السبب، تسمى التوافيق معامل ذو الحدين (Binomial coefficients).



شكل 1 : مثلث الكرجي

كان هدف الكرجي هو حساب هذه المعاملات لكل أس n. لبلوغ هذا الهدف، رسم مثلثا وضع فيه المعامل $\binom{n}{p}$ في تقاطع العمود n مع الصف p وبدأ بالأس $n = 1$ إلى غاية الأس $n = 12$.

الصورة أعلاه مأخوذة من مخطوط "كتاب الباهر في الجبر" للسموءل المغربي [7] تحدث فيه عن المثلث وكيفية حسابه، نسبه إلى الكرجي وأخذه من كتاب هو الآن مفقود. الصورة تبرز بوضوح التوافيق بالأرقام الهندية. كلمة "شيء" في أعلى العمود على أقصى اليمين تدل على الأس $n = 1$، كلمة "مال" في العمود الذي يليه تشير إلى الأس $n = 2$، ثم نجد كلمة "كعب" للدلالة على الأس $n = 3$ ، وهكذا إلى آخر العمود "كعب كعب كعب كعب" وهو يرمز للأس $n = 12$. على سبيل المثال، في العمود "مال كعب" نقرأ الأرقام التالية 1، 5، 10، 10، 5، 1 (بعد استبدالها بالأرقام العربية). بما أن "مال كعب" يشير إلى الأس $n = 5$ فهذا يعني التالي :

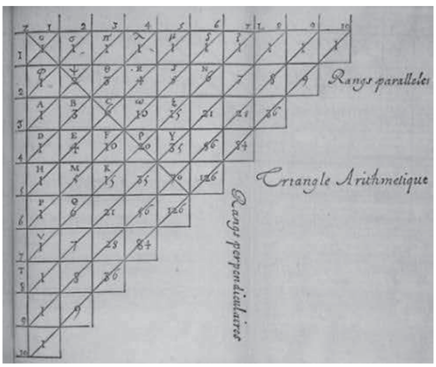
$$(a+b)^5 = \mathbf{1}a^5b^0 + \mathbf{5}a^4b^1 + \mathbf{10}a^3b^2 + \mathbf{10}a^2b^3 + \mathbf{5}a^1b^4 + \mathbf{1}a^0b^5$$

وقع استثناء الأس $n = 0$ لأن القاعدة $(a+b)^0 = 1$ لم تكن معلومة في ذلك الزمان.

الكرجي هو أول من استخدم منطق الاستقراء الرياضي (inductive reasoning) لإثبات الخاصية أدناه، هذه الخاصية تمكّن من حساب التوافيق بصفة استقرائية عمودا تلو العمود:

$$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p} + \binom{n-1}{p-1}$$

المثلث الحسابي والخاصية الأخيرة تنسبان إلى عالم الرياضيات الفرنسي بلاز باسكال (Blaise Pascal, 1623-1662)رغم أن الكرجي كان له السبق في ذلك قبل ستة قرون. كان هدف باسكال من وراء المثلث هو حساب عدد الطرائق الممكنة لاختيار p عنصر من مجموعة مؤلفة من n عنصر، وهو تحديدا التوافيق $\binom{n}{p}$. كتب رسالة في المثلث الحسابي بعنوان "*Traité du triangle arithmétique*" استخدم فيها التوافيق لحل بعض المسائل المتعلقة بنظرية الاحتمالات (أنظر الشكل 2). يقر باسكال بنفسه أنه لم يستنبط المثلث الحسابي فلقد كان معلوما في أوروبا عبر المراجع العربية (أنظر المرجع [12] ص 361). يسمونه في إيطاليا مثلث ترتاجليا نسبة إلى العالم الإيطالي فونتانا ترتاجليا (Fontana Tartaglia, 1500-1557). من الأنسب أن نسميه في كتبنا التعليمية مثلث الكرجي عوضا عن مثلث باسكال. كذلك الشأن لقاعدة ذات الحدين والتي تنسب إلى إسحاق نيوتن (Isaac Newton, 1643-1727) بدلا من أبي بكر الكرجي.



شكل 2: مثلث باسكال

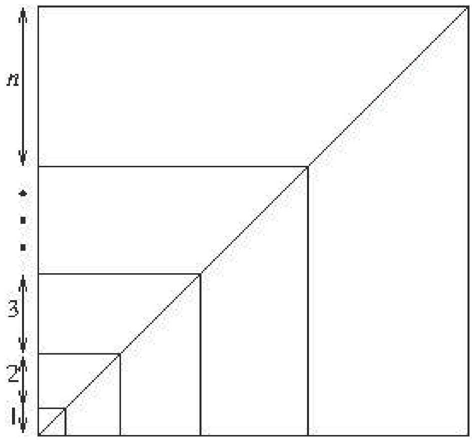
نستعرض الآن طريقة الكرجي لحساب مجموع المكعبات على توالي الأعداد :

$$S_n^{(3)} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3$$

في كتابه "الفخري في الجبر والمقابلة" [16]، أثبت الكرجي الخاصية التالية :

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

لبلوغ هذه الغاية، اعتبر الكرجي الشكل الهندسي المرسوم في الشكل 3.



شكل 3 : مربع الكرجي

معلوم أن مساحة أي مربع هي طول الضلع مضروب في نفسه، وبالتالي فإن مساحة مربع الكرجي:

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

يمكن احتساب نفس المساحة بالاعتماد على أشباه المنحرفات المرسومة على وتر المربع بداية من المربع الصغير ذي الضلع 1 إلى غاية الشبه منحرف وقاعدته n. مساحة المربع الصغير هي $1^3 = 1^2$. معلوم أن مساحة الشبه منحرف هي حاصل ضرب القاعدة في نصف مجموع الارتفاعين. إذًا تكون مساحة شبه المنحرف ذا القاعدة n:

$$n\left[\frac{\frac{(n-1)n}{2}+\frac{n(n+1)}{2}}{2}\right]=\frac{n^3}{2}$$

يوجد شبه منحرف متناظر وفق الوتر لهذا الشبه منحرف، بما أن التناظر يحافظ على القياس تكون مساحة هذين الشبهين المنحرفين $2\frac{n^3}{2}=n^3$.

بنفس المنهج تكون مساحة الشبهين المنحرفين ذوي القاعدة $(n-1)$ هي $(n-1)^3$ وهكذا دواليك حتى ننتهي عند الشبهين المنحرفين ذوي القاعدة 2 لتكون مساحة هذين الأخيرين 2^3. بالتالي فإن مجموع مساحة المربع الصغير مع مساحات أشباه المنحرفات مساوية للقيمة:

$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$.

بما أن مجموع هذه المساحات يتطابق مع مساحة مربع الكرجي، نحصل على النتيجة المرجوة.

3.2 ابن منعم العبدري

أسهم ابن منعم العبدري بغزارة في مجال التحليل التوافيقي وذلك عبر كتابه "فقه الحساب" [2]، [11]. لا نعلم سنة مولده، لكنه توفي بمراكش سنة 1228 وأصله من دانية قرب بلنسية بالأندلس. يمكن حوصلة النتائج الرياضية التي توصل إليها العبدري في النقاط الآتي ذكرها فضلا عن التطبيقات الفريدة والمتنوعة. نقوم فيما بعد بتفصيل هذه النتائج.

1. أوجد الصيغة النهائية للتوافيق:

$$\binom{n}{p}=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-p+1)}{1\times2\times3\times\cdots\times p}$$

2 برهن أن عدد التباديل للمجموعة

$$\left\{\underbrace{1,1,\dots,1}_{n_1\text{مرة}},\underbrace{2,2,\dots,2}_{n_2\text{مرة}},\dots,\underbrace{p,p,\dots,p}_{n_p\text{مرة}}\right\}$$ يساوي:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_p!}$$

حيث $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_p$

3 أثبت القاعدة التالية:

$$\sum_{k=p}^{n}\binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$$

درس العبدري التوافيق من جهة تعريفها وليس من جهة أنها معاملات تفكيك ذات الحدين. أهمية الصيغة التي أوجدها تكمن في أنها تغنينا عن اللجوء إلى المثلث الحسابي بغية حساب التوافيق. إذا أردنا مثلا حساب التوافيق $\binom{20}{3}$عبر المثلث الحسابي وجب تعبأة خاناته إلى غاية الأس $n = 20$، وهذا يتطلب جهدا طويلا حيث أن الشكل 1 يتوقف عند حد $n = 12$. بينما حساب التوافيق $\binom{20}{3}$باستخدام صيغة العبدري يكون سهلا وفوريا: $\binom{20}{3} = \frac{20\times19\times18}{3\times2\times1} = 1140$. في هذا السياق، من المهم الإشارة بأن ابن فلوس المارديني[3] قد أوجد صيغة التوافيق $\binom{n}{p}$ لكن فقط للقيمتين $p = 2$ و$p = 3$ حيث توصل إلى النتيجة:

$$\binom{n}{2} = \frac{n-1}{2}\times n \;\&\; \binom{n}{3} = \frac{n-2}{3}\binom{n}{2}.$$

فيما يتعلق بالتباديل مع التكرار فإن العبدري يقدم تطبيقا مهما يتعلق بعدد الكلمات المعجمية المحتوية على حروف مكررة حيث يحل المسألة الآتي ذكرها.

أردنا أن نعلم كم كلمة تساعية تعمل من خمسة أحرف مفروضة مختلفة، حرفان منها مفردان وحرفان مثنيان وحرف مثلث.

يقول فيما بعد "عدة أوضاع هذه الأحرف 15120". تُفسر هذه النتيجة من خلال قاعدة التباديل بالتكرار، ففي هذا المثال لدينا $n = 9$ ، $p = 5$ ، $n_1 = n_2 = 1$ ، $n_3 = n_4 = 2$ ، $n_5 = 3$. وبالتالي تكون النتيجة المطلوبة:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!n_4!n_5!}=\frac{9!}{1!1!2!2!3!}=9\times8\times7\times5\times3\times2=15120$$

يضيف العبدري "إن لم تكن الحروف المكررة مفروضة، فتضرب في تأليفات تلك الحروف بتكريرها، وذلك $\binom{1}{1}\times\binom{3}{2}\times\binom{5}{2}=30$ فيخرج لك 453600 وذلك هو الخارج المطلوب".

نأتي الآن إلى القاعدة الأخيرة $\sum_{k=p}^{n}\binom{k}{p}=\binom{n+1}{p+1}$ والتي يمكن قراءتها لفظيا بالاعتماد على مثلث الكرجي على النحو التالي (أنظر الشكل 4):

مجموع خانات العمود p في مثلث الكرجي إلى غاية الصف n يساوي $\binom{n+1}{p+1}$

هذه الخاصية تمكن من تعبئة خانات المثلث الحسابي العمود تلو العمود، بينما خاصية الكرجي $\binom{n+1}{p+1}=\binom{n}{p+1}+\binom{n}{p}$ فهي تخول حساب التوافيق صفّا صفّا. الشكل أدناه يوضح الطريقتين حيث تم تلوين العناصر المجموعة بالرمادي الفاتح والخارج من هذا الجمع بالرمادي الداكن.

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=6	p=7	p=8
n=0	1								
n=1	1	1							
n=2	1	2	1						
n=3	1	3	3	1					
n=4	1	4	6	4	1				
n=5	1	5	10	10	5	1			
n=6	1	6	15	20	15	6	1		
n=7	1	7	21	35	35	21	7	1	
n=8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=6	p=7	p=8
n=0	1								
n=1	1	1							
n=2	1	2	1						
n=3	1	3	3	1					
n=4	1	4	6	4	1				
n=5	1	5	10	10	5	1			
n=6	1	6	15	20	15	6	1		
n=7	1	7	21	35	35	21	7	1	
n=8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

شكل 4 : على اليمين قاعدة الكرجي وعلى الشمال قاعدة العبدري

من جهة أخرى، فإن القاعدة الأخيرة للعبدري تيسر حساب المتسلسلات التالية:

$$\sum_{k=1}^{n}k\,,\sum_{k=2}^{n}k(k-1)\,,\sum_{k=3}^{n}k(k-1)(k-2)\,,\sum_{k=4}^{n}k(k-1)(k-2)(k-3)\,,\cdots$$

إذا أردنا مثلا حساب المتسلسلة $\sum_{k=3}^{n}k(k-1)(k-2)$ بالاعتماد على قاعدة العبدري، فإن المنهج هو كما يلي:

$$\sum_{k=3}^{n} k(k-1)(k-2) = 6\sum_{k=3}^{n}\binom{k}{3} = 6\binom{n+1}{4} = \frac{n(n+1)(n-1)(n-2)}{4}$$

حساب هذه المتسلسلات يقود إلى استنتاج المتسلسلات $S_n^{(p)} = \sum_{k=1}^{n} k^p$، وهذا هو موضوع الفقرة القادمة. قبل هذا، نود التأكيد على أنه توجد قاعدة تخص التوافيق تنسب إلى فان دانمورد (Vandermonde, 1735-1796) لكنها تعود إلى نصير الدين الطوسي (1201-1274) وهي :

$$\sum_{\mathrm{k}=0}^{\mathrm{n}}\binom{m}{k}\binom{n}{p-k} = \binom{m+n}{p}$$

لمزيد من التفاصيل، يمكن الاطلاع على المرجع [9].

4.2 بهاء الدين العاملي

ألف بهاء الدين العاملي (1547-1621) العديد من الكتب لعل أهمها في الرياضيات كتاب "خلاصة الحساب" [4]. نستعرض طريقته المبتكرة في حساب المتسلسلات $S_n^{(p)} = \sum_{k=1}^{n} k^p$، هذه الطريقة معلومة بالوسط الأكاديمي لدى أخصائيي الرياضيات لكن جلهم لا يعرفون أنها تعود للعاملي. تعتمد أساسا على تفكيك $(k+1)^{p+1}$، وفي ذلك من الضروري استخدام مثلث الكرجي. سوف نقوم بشرح الطريقة فقط للحالة الخاصة $p = 2$ إذ أن التعميم بديهي.

- ✓ $(k+1)^{p+1} = (k+1)^3 = k^3 + 3k^2 + 3k + 1$
- ✓ $\sum_{k=1}^{n}(k+1)^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 + 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1$
- ✓ $(n+1)^3 = 1 + 3S_n^{(2)} + 3S_n^{(1)} + n$
- ✓ نظرا لكون $S_n^{(1)}$ تساوي $S_n^{(1)} = \frac{n(n+1)}{2}$ نجد أن :

$$S_n^{(2)} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

قصد حساب $S_n^{(3)}$ علينا تفكيك $(k+1)^4$ وهكذا دواليك. طريقة العاملي هي إذًا طريقة استقرائية، لحساب القيمة $S_n^{(p)}$ من الضروري معرفة كل ما سبقها من القيم $S_n^{(1)}, \cdots, S_n^{(p-1)}$.

3. تطبيقات

نقدم في هذه الفقرة تطبيقات متفرقة للتحليل التوافيقي منها ما هو متعلق بالواقع المعاش تتم نمذجتها بمعادلات جبرية وأخرى بالمخروطات. في الأخير نحلل مثالا لابن منعم العبدري مرتبط بالتشكيلات في اللسان العربي.

1.3 أمثلة من الواقع المعاش

نبدأ بمثال لجمشيد الكاشي (1380-1429) من كتابه مفتاح الحساب [5]. هذا المثال يستخدم مجموع توالي الأعداد ويتم حله عبر معادلة جبرية من الدرجة الأولى.

> جماعة دخلوا بستانا وقد اجتنى أحدهم رمانا واحدا والثاني اثنين وهكذا بتفاضل واحد ثم قسموا جميع ما معهم بالسوية فأصاب كل واحد منم ستة، فكم يكون عدد الجماعة.

ليكن n هو عدد الجماعة. عدد الرمان الذي تم جنيه يساوي:

$$1 + 2 + \cdots + n = S_n^{(1)} = \frac{n(n+1)}{2}$$

بما أن نصيب كل واحد بعد القسمة ستة، يكون عدد الرمان $6n$. حينئذ، نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 6n \Leftrightarrow \frac{n+1}{2} = 6 \Leftrightarrow n = 11$$

نستخلص أن عدد الجماعة هو 11.

المثالين الثاني والثالث مستمدان من كتاب "شرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر والمقابلة" [1] لابن الهائم المصري (1352-1412).

> مع الأول ثلاثة وتفاضلوا باثنين فكان مجموع مالهم مائتان وخمسة وخمسين، فكم عدتهم؟

ليكن n هو عدد الجماعة. قيمة المال الإجمالية هي:

$$3 + 5 + \cdots + (2n + 1) = \sum_{k=1}^{n}(2k + 1) = 2S_n^{(1)} + n = n(n + 2)$$

هذا المال يساوي أيضا 255، وبالتالي نحصل على معادلة جبرية من الدرجة الثانية:

$$n(n+2) = 255 \Leftrightarrow (n+17)(n-15) = 0 \Leftrightarrow n = 15, \text{since n} > 0$$

نستنتج أن عدد الجماعة هو 15. المثال الثالث هو الآتي:

جُمع من المكعب الواحد إلى مكعب عدد مجهول على توالي الأعداد فكان المجتمع ثلاثة آلاف وخمسة وعشرين، فكم المنُتهَى إليه؟

ليكن n هو العدد المجهول وهو نفسه المنتهى إليه. قيمة المجموع 3025 وهي تساوي أيضا:

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = S_n^{(3)} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

هنا استخدمنا قاعدة الكرجي في حساب مجموع المكعبات على توالي الأعداد. المعادلة الجبرية $3025 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ تبدو من الدرجة الرابعة لكن بعد التجذير نحصل على معادلة من الدرجة الثانية:

$$\sqrt{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2} = \sqrt{3025} \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 55 \Leftrightarrow (n+11)(n-10) = 0$$

بما أن العدد n موجب يكون المنتهى إليه 10.

2.3 تربيع القطع المكافئ

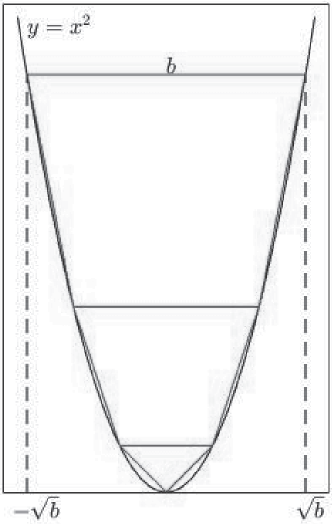
تربيع القطع المكافئ (Quadrature of parabola) هي مسألة تمت دراستها من قبل العالم الموسوعي أرخميدس (Archimedes, B.C. 287-212)[1]. الهدف من المسألة هو إيجاد النسبة بين مساحة جزء من القطع المكافئ ومساحة مستطيل يحيط بهذا الجزء. طريقة أرخميدس هندسية بحتة أما مقاربة ثابت ابن قرة (836-901) التي سنقدمها فهي تعتمد على ما نعبر عنه اليوم بالتكامل (Integral) [15]. بصفة أدق، يمكن القول بأن فكرة بن قرة مشابهة تماما لفكرة ريمان (Riemann, 1826-1866) مؤسس التكامل، الفرق يكمن في أن ريمان يحسب المساحة المحصورة بين المثال البياني للدالة وبين المحور السيني، بينما يعتبر بن قرة المحور الصادي إذ أن هدفه هو حساب مساحة القطع المكافئ وليس المساحة التي تحته.

---

[1] ولد أرخميدس في سيراكوز (Syracuse) بصقلية والتي كان ولاؤها لقرطاج وليس لروما. درس في الاسكندرية بمصر وعاش في سيراكوز وقُتل فيها على يد جندي روماني إثر حرب شنتها روما على سيراكوز. رغم كل هذا الحقائق التاريخية يُقال أن أرخميدس عالم إغريقي!

أثبت ثابت بن قرة المبرهنة التالية [15]:

مساحة أي جزء من القطع المكافئ هي ثُلثي مساحة المستطيل المحيط به



شكل 5: طريقة ثابت بن قرة في تربيع القطع المكافئ

الشكل 5 يوضح طريقة ثابت بن قرة، المنهج الذي اتبعه هو الآتي:

- ✓ اعتبار أشباه المنحرفات ذوات القواعد بإحداثيات صادية $y_{k,n} = b\left(\frac{k}{n}\right)^2$
- ✓ ارتفاع الشبه منحرف ذي القاعدتين $b\left(\frac{k}{n}\right)^2$ و$b\left(\frac{k+1}{n}\right)^2$ يساوي

$$b\left(\frac{k+1}{n}\right)^2 - b\left(\frac{k}{n}\right)^2 = b\,\frac{2k+1}{n^2}$$

- ✓ طول القاعدتين هو: $2\sqrt{b}\,\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{n}}$ & $2\sqrt{b}\,\frac{\mathrm{k+1}}{\mathrm{n}}$
- ✓ بالاعتماد على قاعدة مساحة الشبه منحرف، تكون مساحة الأشباه المنحرفات المحاطة بالقطع المكافئ هي :

$$S_n = \frac{b\sqrt{b}}{n^3}\sum_{k=0}^{n-1}(2k+1)^2$$

نجد في هذه الصيغة المتسلسلة $\sum_{k=0}^{n-1}(2k+1)^2$ وهي من مواضيع التحليل التوافيقي: مجموع مربعات الأعداد الفردية. بعد التفكيك والحساب نجد:

$$S_n = b\sqrt{b}\,\frac{4n^2-1}{3n^2} \xrightarrow{n\to\infty} \frac{2}{3}\left(2b\sqrt{b}\right)$$

بما أن نهاية المتتالية (S_n)هي تحديدا مساحة المخروط وبما أن $2b\sqrt{b}$تمثل مساحة المستطيل المحيط بالمخروط، نكون قد أنهينا إثبات المبرهنة. نريد أن نشير إلى أن مفهوم نهاية المتتالية لم يكن موجودا في ذلك الوقت، لكن بن قرة استعمل مبدأ آخر يعبر عنه بالانجليزية "method of exhaustion". هذا المبدأ استخدمه أرخميدس ليثبت أن نسبة مساحة الدائرة على مربع نصف قطرها ثابتة.

3.3 تأليفات نطق كلمة بالتشكيل

قدم ابن منعم العبدري في كتابه "فقه الحساب" تطبيقا فريدا لم يسبقه إليه أحد. هذا التطبيق يخص عدد التأليفات الممكنة لكلمة معينة لا من حيث تركيبات حروف الكلمة بل من حيث الحركات في النطق مع إبقاء الحروف ثابتة. خصوصية هذا المثال أنه لا يمكن إسقاطه على اللغات الأخرى إذ أن الحركات والسكون على كل حرف يختص به اللسان العربي دون سواه.

> من قواعد اللغة العربية أن الحرف الواحد يتعاقب عليه ثلاث حركات (ضمة، فتحة، كسرة) وساكن وأن لا يبدأ بساكن ولا يتوالى ساكنان. لكل كلمة مؤلفة من n حرف أردنا أن نعلم العدة V_n لأوضاع الكلمة، من جهة الحركات والسواكن المتعاقبات على حروف الكلمة، لا من جهة أماكن الحروف (أي أن أماكن الحروف ثابتة).
>
> على سبيل المثال، الكلمة "بن" (حيث $n = 2$) يمكن أن تُنطق بكيفيات مختلفة:

بُنْ بُنَ بُنِ بُنُ
بِنْ بِنَ بِنِ بِنُ
بَنْ بَنَ بَنِ بَنُ

إن كان حرفا واحدا $(n = 1)$ فأوضاعه ثلاثة $(V_1 = 3)$، وإن كان ثنائيا $(n = 2)$ فأوضاعه اثنا عشر $(V_2 = 12)$ كما يبين ذلك الجدول السابق ("بن"). وإن كان ثلاثيا $(n = 3)$ فإنا نضرب الإثني عشر التي هي أوضاع الثنائي في أربعة التي هي الثلاث حركات وساكن المتعاقبات

على الحرف الثالث فيكون ثمانية وأربعون تسقط منها ثلاثة التي هي اجتماع سكون الثالث مع الثاني، أكان الحرف الأول مرفوعا أو منصوبا أو مكسورا، تبقى خمسة وأربعون $(V_3 = 45)$ وهي أوضاع الثلاثي من جهة الحركات والسواكن.

بصفة عامة، إذا كانت الكلمة ذات n حرف $(n \geq 4)$ تضرب أوضاع V_{n-1} في أربعة تسقط منها اجتماع سكون الحرف n مع الحرف $n-1$ وهي الحركات المتعاقبات على الحرف $n-2$ التي هي ثلاثة وما اجتمع في أوضاع الكلمة ذات $n-3$ من جهة الحركات والسواكن V_{n-3}. خلاصة القول أن المتتالية (V_n) تُعرّف كالآتي:

$$\begin{cases} V_n = 4V_{n-1} - 3V_{n-3}, \forall n \geq 4 \\ V_1 = 3, V_2 = 12, V_3 = 45 \end{cases}$$

يثبت ابن منعم أن المتتالية (V_n) يمكن صياغتها بالجمع عوضا عن التفريق لتتحول بذلك من متتالية استقرائية من النظام الثالث إلى النظام الثاني (Recurrent sequence of order 2):

$$\begin{cases} V_n = 3(V_{n-1} + V_{n-2}), \forall n \geq 2 \\ V_0 = 1, V_1 = 3 \end{cases}$$

الجدول الموالي يعطي القيم السبعة الأولى للمتتالية (V_n):

n	1	2	3	4	5	6	7
V_n	3	12	45	171	648	2457	9315

اعتمادا على هذا الجدول يمكن التأكيد على أن كلمة:

- "سنبلة" تُنطق بـ 648 حركة مختلفة
- "مستنصر" تُنطق بـ 2457 حركة مختلفة

هذا يعني أن العقل البشري قادر على النطق الصحيح، وبصفة فورية، لكلمة "مستنصر" من بين 2457 نطق مخالف. لذلك يقال أن اللغة العربية تزيد الإنسان ذكاء.

4. خاتمة

في هذه المقالة العلمية، أوضحنا أن إسهامات العلماء العرب في حقل التحليل التوافيقي كانت متنوعة وثرية، حيث شملت النظريات والتطبيقات على حد السواء. ومع ذلك، نُسبت العديد من هذه النظريات لغير أصحابها من الأوربيين في عصر النهضة دون الإشارة إلى أصحابها الأصليين من العرب. إن إعادة تسمية هذه النظريات والقواعد في مراجعنا التعليمية بأسماء أصحابها من العلماء العرب ليست مجرد إلتزام علمي وأخلاقي، بل هي ضرورة ملحة لتعزيز الهوية والشعور بالانتماء. من المهم أن يكون هذا التوجه حاضرا في مختلف مستويات التعليم بدءا من المرحلة الإعدادية وصولا إلى الجامعية. كما يمكن إدراج بعض التطبيقات المستمدة من إرثنا العلمي، نظرا لخصوصية هذه الأمثلة من جهة [13]،[14] وللخروج من نمطية "الصناديق والكرات" (التي تُعتمد غالبا في مجال التحليل التوافيقي) من جهة أخرى. في الأخير، وجب التأكيد على أن إدراج هذه الإسهامات في مناهجنا التعليمية هو ليس من باب الأمانة العلمية فحسب بل هو أيضا لتعزيز افتخارنا بإرثنا العلمي والتاريخي.

المراجع

[1] ابن الهائم المصري، تحقيق المهدي عبد الجواد: "شرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر والمقابلة" منشورات الجمعية التونسية للعلوم الرياضية – تونس (2005).

[2] ابن منعم العبدري، تحقيق إدريس المرابط: "فقه الحساب" دار الأمان – الرباط (2005).

[3] ابن فلوس المارديني، تحقيق سيف الدين التومي: إعداد الأسرار في أسرار الأعداد– دار المخطوطات اسطنبول المؤتمر الثاني (2021)

[4] بهاء الدين العاملي، تحقيق جلال شوقي: "الأعمال الرياضية لبهاء الدين العاملي" دار الشروق – بيروت (1981).

[5] جمشيد الكاشي، تحقيق محمد حمدي الحنفي: "مفتاح الحساب" دار الكاتب العربي للطباعة والنشر – القاهرة (1974).

[6] رشدي راشد: "التحليل التوافيقي والميتافيزيقا : ابن سينا والطوسي والحلبي" بيروت (2007)

[7] السموءل المغربي، تحقيق رشدي راشد وأحمد صلاح: "كتاب الباهر في الجبر" مطبعة جامعة دمشق (1972)

[8] عبد الرحمن ابن خلدون: "مقدمة كتاب العبر وديوان المبتدأ والخبر في أيام الغرب والعجم والبربر ومن عاصرهم من ذوي السلطان الأكبر" المكتبة العصرية – لبنان (2013).

[9] فؤاد النفطي: "مبرهنة فاندر موند في الرياضبات العربية" مجلة المخاطبات عدد 32 (2019)

[10] محمد السويسي: "لغة الرياضيات بالعربية" بيت الحكمة تونس (1989)

[11] Ahmed Djebbar, L’analyse combinatoire au Maghreb, l’exemple d’Ibn Mun’im (XII – XIII s.), Publication Mathématiques d’Orsay, Paris (1985).

[12] Maths Spécialité Tle, Editions Magnard (2020)

[13] Hédi Nabli, Application des mathématiques : les mathématiques Arabes en exemple, 10^{e} Colloque COMHISMA, Tunis (2010).

[14] Hédi Nabli, Recueil sur les coniques et leurs applications en mathématiques Arabes, 12^{e} Colloque COMHISMA, Marrakech (2016).

[15] Roshdi Rashed and Régis Morelon, Encyclopedia of the history of Arabic science – volume 2 : Mathematics and the physical sciences, Taylor & Francis e-library (2009).

[16] Franz Woepcke, Extrait du Fakhri, Imprimerie impériale – Paris (1871).

التحليل التوافيقي في بلاد الإسلام
مساهمات رياضيي الغرب الإسلامي

تأليف : الهادي عبد الرّحيم
باحث ملحق بمخبر LAMSIN – ENIT
جامعة المنار - تونس

المحتوى

القسم الأول: تقديم

القسم الثاني: طرح الإشكالية وعرض مُقْتَرَح حلّ لها

القسم الثالث: إضاءة على بعض الأدوات الموظّفة في حساب التوافيق

القسم الرابع: التحليل التوافيقي في الغرب الإسلامي

القسم الخامس: هل شكّل التحليل التوافيقي محورا قائما بذاته قبل الفارسي وابن البنّا

القسم السادس: التوافيق وعلم الحديث

الكلمات المفاتيح :

التحليل التوافيقي، المعجمية العربية، نظرية الفيض، الجبر ومثلث الكرجي، أنواع الحديث الضعيف.

الهيكلة

يتجزأ كل واحد من الأقسام المذكورة أعلاه إلى عدد من الأبواب ويتفرع أغلب هذه الأبواب إلى محاور.

حول الكتابات الرياضية الواردة بهذا النص

إن كل كتابة للعبارات والجمل الرياضية في صيغتها العصرية باستعمال الرموز الواردة بهذه الوثيقة لا وجود لها في نصوص أصحابها الأصلية، ولقد لجأنا لها طلبا لما تُوَفره من دقة وإيجاز.

القسم الأوّل : تقديم

الباب الأول : مقدّمة

سنتتبّع في هذا البحث مسار نشأة التحليل التوافيقي في بلاد الإسلام بما هو أداة وظّفها، من منطلقات مختلفة، منْتسبو مجالات معرفية غير متجانسة في تطوير ميادين اهتمامهم.

سنعرف كيف أن التحليل التوافيقي قد استفاد من اختلاف الخلفيات العلمية لمن تعاطوه في بداياته واغتنى من تنوع وتعدّد روافده، حيث استقر به الأمر إلى أن يصبح مبحثا علميا قائما بذاته، فتخلّص بفضل مجهودات رجال من مختلف بقاع البلاد الإسلامية من صفة الأداة، ليكتسب لغة وأدوات وقوانين وإطارا خاصا به ويُمارس ضمنه.

تعرّضنا في هذا العمل، بالذكر والتحليل، إلى أهمّ إسهامات بعض هؤلاء العلماء وإلى تقييمات بعض شارحيهم وآراء مؤرخي العلوم فيها.

لقد مكّنتنا منشورات الباحثين في تاريخ الرياضيات ببلاد الغرب الإسلامي ومؤرخيها من الوقوف على ما قدمه علماء هذا الجزء من البلاد وما ابتكروه في مجال اهتمامنا هنا (أقصد التحليل التوافيقي). فكانت لنا وقفة مطوَّلة مع إنجازات كل منأبي جعفر أحمد بن إبراهيم ابن منعم (ت 626هـ/1228م)، وكتابه **فقه الحساب**، وأبي العباس أحمد المراكشي شُهِر ابن البنّا (654هـ/1256م-724هـ/1321م) وكتابه **رفع الحجاب**.

اختتمنا بحثنا بإثارة موضوع طريف هو موضوع استعمال التحليل التوافيقي في علم الحديث وبأكثر دقة في عدّ أنواع الحديث الضعيف. فكانت لنا وجهات نظر أخرى وفرها لنا مقال[1] نشره الباحث أحمد جبار وما دفعنا إليه من مزيد التعمق في البحث والتوسع فيه.

الباب الثاني : ما التحليل التوافيقي؟

• **التوافيق** هي كل المجموعات الجزئية من مجموعة كلية منتهية دون اعتبار لترتيب عناصرها.

---

[1] Ahmed Djebbar, Mathématiques et société : Un exemple de pratiques combinatoires en sciences de Hadith,13ème colloque international sur l'histoire des mathématiques arabes (COMHISMA) Tunis 2018, Actes du colloque, Mahdi Abdeljaouad & Hmida Hedfi (EDITEURS).

• "التأليف أو التركيب، في اصطلاحنا هذا، هو الجماعة من الحروف"[1]

• التحليل التوافيقي : Analyse combinatoire • توفيقة أو تركيبة أو تأليفة: une combinaison	• توْفيقة مَرتَّبة أو ترتيبة: un arrangement • تبديلة أو تركيب: une permutation

• "يهتم التحليل التوافيقي بدراسة أنواع مختلفة من التجمعات وتعدادها والتي يمكن إنجازها من مجموعات متناهية"[2].

القسم الثاني: طرح الإشكالية ومُقْترح حلّ لها

الباب الأول: طرح الإشكالية

شهد النّصف الثّاني من القرن السّابع عشر ميلادي نشر أولى الدّراسات في حساب الاحتمالات، خاصة ما كتبه كلّ من بليز باسكال (1623م-1662م) Blaise Pascal وجاك برنولّي (1654م-1705م)Jacques Bernoulli. لقد كان من نتائج هذه الدّراسات تنشيط أصول البحث في التّوافيق، ممّا قاد إلى ربط تاريخ انطلاق دراسة التّوافيق كمجال بحث قائم بذاته بتاريخ نشوء حساب الاحتمالات.

لَئِنْ ساهم حساب الاحتمالات بالقسط الأَوْفر في تطوير حساب التّوافيق من خلال توظيفه في حلّ مسائله الدّاخليّة، فإنّ هذا لا ينفي عن مجالات أخرى، كالجبر واللّغة، إنتاجها للبعض من طرائقه وكذلك توظيفها له.

أمّا والحال على ما قدّمنا، فهل أنّ تحديد انطلاق الحساب التوافيقي بما هو فصل من فصول الرياضيات في النّصف الثّاني من القرن السّابع عشر ميلادي أيضا له من الشرعيّة ما يبرّره؟

الباب الثاني: إجابة ممكنة

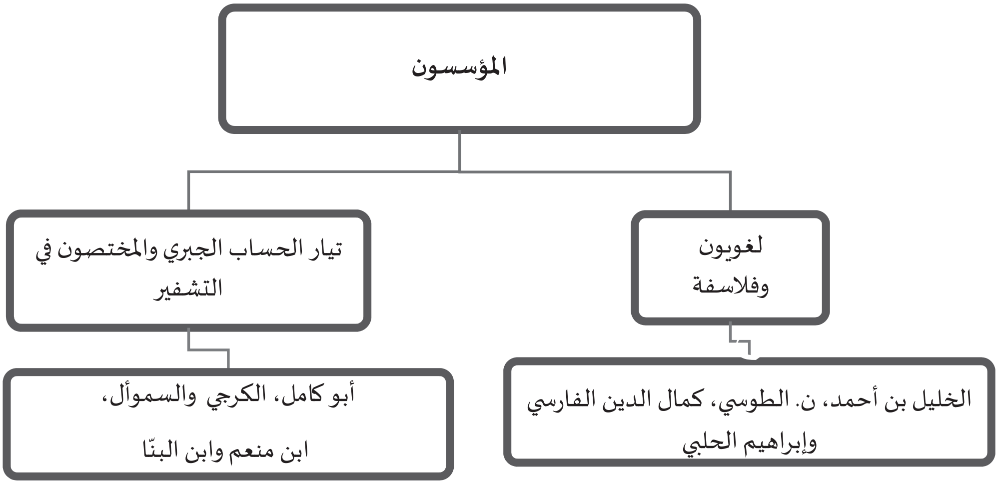
لمحاولة الإجابة عن هذا السّؤال، يتعيّن علينا البحث عبر تاريخ الرّياضيات عن حالة سبقت نشأة حساب الاحتمالات يكون مجال الحساب التوافيقي قد شهدخلالها تطوّرا مهمّا. (تجنّب تحميل بعض الوضعيات بُعدا توافيقيّا، هي في الأصل، منه براء.)

[1] ابن فلوس، إعداد الأسرار في أسرار الأعداد، تحقيق وتعليق سيف الدين التومي، ص 6

[2] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** Journées Nationales 2003 de l'ATSM, page 1,https://sites.unipa.it/grim/MahCombinatoire.pdf

يرى الدّارسون[1] للعلم العربي أنّه يفي بالغرض ويحّقق الحالة المنشودة، إذ أّن الدّراسات اللّغوّية والبحوث في الجبر ومن ضمنها تلك التي شملت مجال الحساب، إضافة إلى بعض الكتابات في الفلسفة النّظرّية، قد قادت الرّياضيين إلى التّحليل التوافيقي فأفردوه ببعض مؤلّفاتهم. ولقد وثَّقت هذه المصّنفات تطورات هامة شهدها هذا التحليل خلال فترة متقدّمة على تاريخ انطلاق حساب الاحتمالات. إن هذا لا ينفي أن تكون الحضارات السابقة للحضارة الإسلامية قد عرفت أنشطة في مضمار التحليل التوافيقي مثلما هو الشأن بالنسبة للحضارة الصينية منذ حوالي 5000 سنة تقريبا، ولكنها كانت تتسم بالبساطة.

هذا لا يعني أن النشاط التوافيقي في الحضارة الإسلامية قد انطلق وهو على أحسن وجه: *" غير أّن هذا النّشاط التوافيقي قد بدأ بالظهور على هذا النّحو، بطريقة مَبْعثَرة عند اللّغويين من جهة وعند علماء الجبر من جهة أخرى. كما تمّ الربط لاحقابين هَذْين التّيارَين، وظهر التّحليل التوافيقي كأداة رياضّية تُستعمل في حالات متعّددة: لغوّية وفلسفّية ورياضّية...*[2] " .



[1] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، مركز دراسات الوحدة العربية ومدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية، ترجمة محمد البغدادي،

ط 1، بيروت 2018، ص 124

[2] ر. راشد، **موسوعة تاريخ العلوم العربية**، ج3، ص88

(*) إبراهيم بن مصطفى الحلبي: هو إبراهيم بن مصطفى الحلبي (توفي سنة 1191هـ/1776م).

(**) شجاع بن أسلم شُهِر أبو كامل: الحاسب المصري، عاش بمصر فيما بين 830 و900م

أهمّ الروافد

- المعجمية العربية
- مبرهنة ثنائي الحد
- نظرية الفيض في الفلسفة
- مجالات أخرى في الرياضيات وغيرها

التحليل التوافيقي في نظر اللغويين والرياضيين

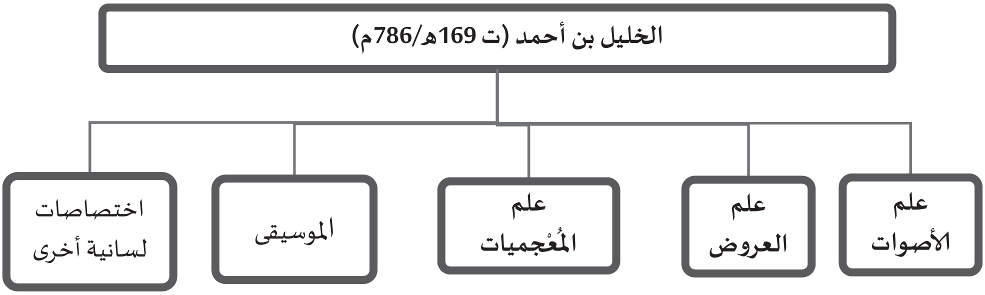
- عند اللغويين
  - وسيلة لعقلنة مسألة قديمة
    أي وسيلة لحل مسألة تطبيقية بشكل نظرّي
- عند الرياضيين
  - وسيلة تقنّية يؤّسس عليها مسألة نظرّية
    أي وسيلة منتجة أثناء حل مسألة نظرّية

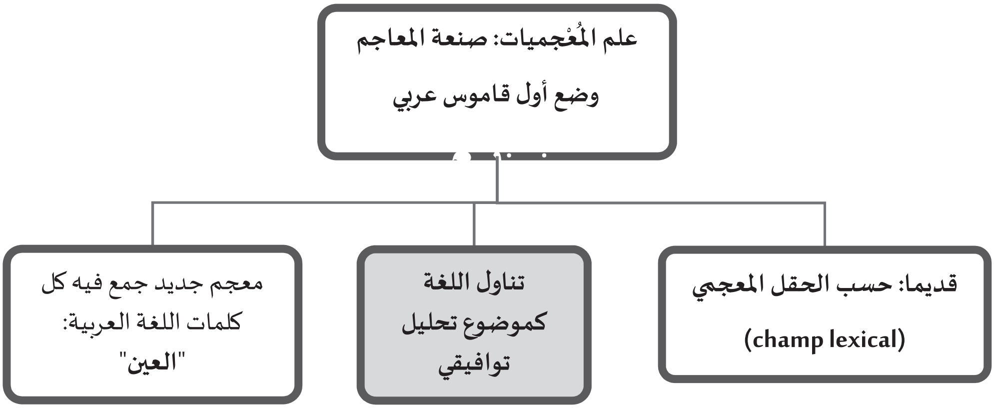
الملاحق

- ما هو على علاقة بالرياضيات
  - الأعداد الشكلية
  - نشر عبارة ثنائي الحد في حالة ما كان الآس مساويا لـ 4
- ما هو على علاقة بالفلسفة
  - نظرية الفيض وما يراه ابن سينا فيها
  - الطوسي وقاعدة تسلسل الفيض عند ابن سينا

الباب الثالث: المعجمية العربية كأحد روافد التحليل التوافيقي

• **المحور الأوّل: الخليل بن أحمد(ه/718م-175ه/786م). المشروع وطرق الإنجاز**





يتمثل مشروع الخليل بن أحمد(ت 169ه/786م)في إنجاز جهاز سهل الاستعمال (عملي) وحاوٍ لكل كلمات اللغة العربية: تحت عنوان **العين**، يستوجب منه :

- إحصاء شامل ودقيق لكل كلمات اللغة العربية
- مقابلة كل كلمة بخانة من خانات القاموس والعكس بالعكس: كلمة ↔ خانة
- تشكيل اللغة الممكنة وهي التي يتم تحديد كلماتها بتوفيق حروفها وتبديلها
- ضبط اللغة الفعلية التي هي الجزء من اللغة الممكنة الذي تم تحقيقه صوتيًا أي ما يمكن أن يُنطق به.

• ضبط اللغة المُحَقَّقة التي هي مجموع الكلمات من اللغة الممكنة التي تستجيب لقواعد عدم التنافر (أيْ تلك التي تستجيب لقواعد القبول اللّفظيّ) والمستعملة فعليّا.

""*فكلمات اللغة الممكنة هي التي نحصل عليها بتوافيق وتبديلات الحروف؛ وكلمات الجزء المذكور هي الكلمات التي تحقّق قواعد التلاؤم الصوتيّ والتي تُستَعمل فعلا. وهكذا تقع على عاتق المعجميّ مهمّتان معا. أولاهما توافيقية بحتة؛ والثّانية تنتمي إلى علم الأصوات*[1] "

• بالتالي فإن إحكام إعداد بُنْية القاموس تستوْجب تحضيرا مسبّقا يتطلّب تظافر مجهودات كلّ من المعجميّ وعالم الأصوات، وهو ما لا يشكل عائقا بالنسبة للخليل بن أحمد باعتبار ما عرضنا حول مؤهلاته.

• يتكون كل جذر من جذور الكلمات العربية من r حرفا بحيث $2 \leq r \leq 5$

يتمّ بناء[2] اللغة الممكنة من خلال تحديد:

- عدد الجذور المكونة من r حرفا وهو ما يوافق عدد التوافيق المكونة من r حرفا من بين حروف الأبجدية العربية الثمانية والعشرين بدون تكرار، أي:

$$C_{28}^{r} = \binom{r}{28} = \cdots$$

- عدد تبديلات كل جذر أي كل مجموعة من r حرفا: $\mathcal{P}_r = r!$

وهذا ما يعود في النهاية إلى حساب عدد الأنساق (الترتيبات) المؤَلَّفة من r حرفا، وذلك باعتبار أن:

$$A_{28}^{r} = r! \times C_{28}^{r}$$

ملاحظة 1 :

يعتبر عمل ابن فلوس[3] إسماعيل بن إبراهيم الماrديني(591هـ /1194م - 650هـ/1252م)هو الأول في اكتشاف العلاقة بين الأعداد الشكلية وحساب التوافقات، وذلك لاكتشافه الثنائيات من خلال الأعداد الغيرية: 1، 2، 6، 12، 20، 30، 42، ... أي أنه اكتشف: A_{28}^{2} ... ولكن ابن فلّوس ذكر أن بعض المتقدمين استخلصوا من الأعداد الغيرية الثنائية A_{28}^{2}"[4]

---

[1] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، م.س، ص125

[2] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، ن. م، ص125

[3] ابن فيّوس، **إعداد الأسرار في أسرارالأعداد للعلامة ابن فلوس إلمارديني**، تحقيق سيف الدين التومي،

[4] ابن فلوس، **إعداد الأسرارفي أسرارالأعداد**، م. س.، صفحة 31

نشير إلى أن الخليل بن أحمد(ت. 786هـ)كان يعلم قاعدة[1] حساب الترتيبات، أي[(*)]:

$\mathcal{P}_r = r! = \prod_{k=0}^{r-1}(r-k)$ والصلة بين $\mathcal{P}_r$ و $\mathcal{P}_{r-1}$

أي أن: $(\mathcal{P}_r = r \times \mathcal{P}_{r-1})$.

المحور الثاني: هل كانت للخليل بن أحمد إسهامات في التّحليل التوافيقي؟

• تقتضي الإجابة عن السؤال السابق طرح السؤال الموالي: هل أن الخليل بن أحمد قد توصّل إلى تحديد النتائج الخاصّة بهذه الأنساق إثر إحصاء مباشر أو من خلال تطبيق قواعد حساب التّوافيق والتّبديلات؟

• تأتي الإجابة ضمن شهادة حمزة الأصفهاني(ت360هـ/970م): "*ذكر الخليل بن أحمد في كتاب العين، أن مبلغ عدد أبنية [جذور] كلام العرب المستعمل والمهمل على مراتبها الأربع من الثّنائي والثلاثي والرباعي والخماسي من غير تكرار اثنا عشر ألف ألف وثلاثة مائة ألف وخمسة آلاف وأربعمائة واثنا عشر*[2]". إن هذه الشهادة قد وردت في كتاب **المزهر في علوم اللغة وأنواعها** للّغوي جلال الدين عبد الرحمان السيوطي (ت911هـ/1505م).

ويفصّل حمزة الأصفهاني (280هـ/893م-360هـ/970م) هذا الرّقم محددا عدد الجذور من كل واحدة من المراتب الأربعة الآنفة الذكر كالتّالي:

• " ثنائي الحروف 756، ثلاثي الحروف 19656، رباعي الحروف 491400، خماسي الحروف 11793600؛ المجموع 12305412 "

• تكفي المقارنة مع الأعداد: A_{28}^{2}، A_{28}^{3}، A_{28}^{4}، A_{28}^{5} لندرك أن أهمية هذه الأعداد ودقتها (من حيث حجمها) تؤكّد استحالة التوصل إليها بالعد المباشر، لذا يكون الخليل بن أحمد قد اعتمد يقينا على الحساب في ضبطها.

---

[1] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب**، ترجمة حسين زين الدين، الطبعة الثانية، مايو 2004، صفحة 296

(*) نشير هنا إلى أن لجوئنا إلى استعمال الرموز في الجمل الرياضية لم يكن اقتداء بما جاء في المؤلفات الأصلية لعلماء ذلك العهد، إنما أملاه علينا ميلنا لاستعمال ما هو جار به العمل في عصرنا طلبا للتدقيق والإيجاز.

[2] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، م. س، ص 126

المحور الثالث : لكن أيّ حساب اعتمد الخليل بن أحمد في ضبط عدد كلمات اللغة العربية؟

لقد استقينا الإجابة على هذا السؤال مما جاء في باب علم اللغة من الفصل السادس والثلاثين في علوم اللسان العربي من **المقدمة**(*) لعبد الرحمان بن خلدون (ت 808هـ/1406م)حيث نقرأ: " *فشّمر كثير من أئمة اللّسان لذلك وأمْلَوْا فيه الدّواوين وكان سابق الحلبة في ذلك الخليل بن أحمد الفراهيديّ ألّف فيها كتاب العين فحصر فيه مركّبات حروف المعجم كلها من الثّنائي والثلاثي والرباعي والخماسي وهو غاية ما ينتهي إليه التّركيب في اللّسان العربي. وتأتّى له حصر ذلك بوجوه عديدة حاضرة وذلك أنّ جملة الكلمات الثنائيّة تخرج من جمع الأعداد على التّوالي من واحد إلى سبعة وعشرين وهو دون نهاية حروف المعجم بواحد لأنّ الحرف الواحد منها يُؤخذ مع كل واحد من السّبعة والعشرين فتكون سبعة وعشرين كلمة ثنائية ثّم يُؤَخذ الثاني مع الستة والعشرين كذلك ثّم الثالث والرابع ثم يُؤَخذ السابع والعشرون مع الثامن والعشرين فيكون واحدا فتكون كُلّها أعدادا على توالي العدد من واحد إلى سبعة وعشرين فتُجْمع كما هي بالعمل المعروف عند أهل الحساب ثّم تُضاعف لأجل قلب الثنائي لأنّ التقديم والتّأخير بين الحروف مُعْتَبر في التركيب فيكون الخارج جملةالثنائيات*[1]".

وهو ما يمكن أن نعبر عنه باستعمال لغة الرياضيات العصرية ورموزها بـ:

- $2! \times \left(C^{1}_{27} + C^{1}_{26} + C^{1}_{25} + \cdots + C^{1}_{2} + C^{1}_{1}\right)$

$$= 2! \times \sum^{27}_{=1} C^{1}_{k} = 2! \times \frac{27\times(27+1)}{2} = 27 \times 28 = 2! \times C^{2}_{28} = A^{2}_{28}$$

ويواصل ابن خلدون توصيفه لعمل الخليل بن أحمد في كيفية الحصول على الثلاثيات ثم يعمّمه على الرّباعيات والجذور ذات الخمسة أحرف.

- عدد الثلاثيات دون تكرار ودون اعتبار الترتيب:

$$\frac{1}{2} \times \sum^{26}_{k=1} k(k+1) = \frac{1}{2} \times \sum^{26}_{k=1} k^{2} + \frac{1}{2} \times \sum^{26}_{k=1} k = 3276$$

(*) المقدمة هو كتاب ألفه ابن خلدون سنة 1377م كمقدمة لمؤلفه الضخم الموسوم كتاب العبر (الاسم الكامل للكتاب هو **كتاب العبر، وديوان المبتدأ والخبر في أيام العرب والعجم والبربر، ومن عاصرهم من ذوي السلطان الأكبر**)

[1] عبد الرحمان بن خلدون، **مقدّمة ابن خلدون**، دار الكتاب العربي بيروت لبنان، ط5، بيروت، ص 548

دون تكرار وباعتبار الترتيب:

$$3! \times \frac{1}{2} \times \sum_{k=1}^{26} k(k+1) = 19656 = 3! \times C_{28}^{3} = A_{28}^{3}$$

- عدد الرباعيات دون تكرار وباعتبار الترتيب:

$$4! \times \frac{1}{6} \times \sum_{k=1}^{25} k(k+1)(k+2) = 491400$$

وهو ما يوافق: $4! \times C_{28}^{4} = A_{28}^{4}$

- عدد الخماسيات دون تكرار وباعتبار الترتيب:

$$5! \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^{24} k(k+1)(k+2)(k+3) = 11793600$$

وهو ما يوافق: $5! \times C_{28}^{5} = A_{28}^{5}$

المحور الرابع : لكن كيف تصرّف الخليل بن أحمد بالتوافيق والتبديلات وبحساب جموع الأعداد الصحيحة؟ وهل كان يعرف الصلة بينهما؟

إن معرفة الخليل بن أحمد بالصّلة بين التوافيق والتبديلات أو بحساب جموع الأعداد الصحيحة، على افتراض أنها قد حصلت، تستوجب معرفته بكيفيّة حساب جموع قِوى الأعداد الصّحيحة الطبيعية إلى القوّة الرابعة والخامسة، ولكنّ هذا النوع من الحساب لم يبرز للوجود قبل أبو العلي الحسين الهيثم (965م-431هـ/1040م) في مطلع القرن الحادي عشر ميلادي وفي إطار رياضيّ مغاير.

يدفع عرض ابن خلدون الذي تتبّعنا مراحله فيما سبق إلى الاعتقاد أنّ الخليل بن أحمد قد وظّف التوافيق والتّبديلات في حساباته، ويزيد هذا التّوجّه رسوخا لديْنا ما علمناه عن مصادر ابن خلدون، إذ رَجَح أنه استقى معلوماته من مؤلّفات ابن البنّا وخاصّة من كتابه ***رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب*** حيث تولّى دراسة الأعداد المُثَلَّثة وتلك التي تتولّد عن مجاميعها. وقد تيسّر له بذلك وضع صلة بين التّوافيق المستعملة في المعاجم وبين الأعداد الشكليّة وفق تقليد الخليل بن أحمد، فذكر أنّ التّوافيق n عنصرا مأخوذة ثلاثة ثلاثة ف ثلاثة معطاة. " *ويُنْتَفَع بجمع المربّعات في تركيب الكلمات الثّلاثية لحصر اللغات وشبهها، مثل كم كلمة ثلاثيّة في حروف المعجم بصورة واحدة دون مقلوباته؟ لأنّ الكلمات الثلاثيّة إنّما هي جمع مثلّثات ضلع مُنْتَهاها أقلّ من تلك العِدّة باثنين أبدا.*

وجمع المثلّثات هو بضرب ضلع منتهاها في مسطّحَيْ العددين اللّذَيْن يليانه بعده وأخذ سدس الخارج كما هو العمل في جمع مربعات الأفراد ومربعات الأزواج "[1]

ويمكن التعبير عمّا جاء في هذه الفقرة باستعمال لغة الرياضيات العصرية بما يلي:

- $C_n^3 = \binom{n}{3} = \sum_{k=1}^{n-2} \mathcal{F}_k^3 = \frac{(n-2)(n-1)n}{6}$

حيث $\mathcal{F}$ ترمز إلى الأعداد المثلّثة.

ولقد أثبت على هذا الأساس أنّ :

$$C_n^r = \sum_{k=1}^{n-r+1} \mathcal{F}_k^r = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{6}$$

حيث $\mathcal{F}_k^r$ العدد الممثل أو الرّقم n في رتبة r. كما أنه يعرف القواعد التي تضبط عدد الأنساق حسب القاعدة : $(n)_r = \quad A_n^r = n(n-1)\dots(n-r+1)$

وعدد التبديلات حسب القاعدة:

$$(n)_n = A_n^r = n! = n(n-1)(n-2)\dots 2\times 1$$

يؤكد رشدي راشد على ترابط الصيغ التوافيقية القائمة على معرفة بالمثلّث الحسابي، وبقانون تركيبة المعاجم وصنعتها عند الخليل بن أحمد، فيقول : "*ولا يوجد أدنى شك إذنْ حول التفسير التوافيقي للصّيَغ ولا عن كيفيّة الحصول على جموع الأعداد الصحيحة الطّبيعيّة كما عرضها ابن البنّاء واستعارها ابن خلدون منه ولو بشكل خشن*[2]". ويضيف : "*لنعد إلى الخليل، نظن أنه حصل على الصيغ التوافقية بالاستقراء*[(+)] *على أقل تقدير. فهو رياضي ولغوي عبقري فلا غرابة أن يكون قد توصل إلى ذلك*[3]."

بإيتائنا على ذكر اسم ابن البنّا نكون قد أصبحنا على أبواب الغرب الإسلامي، فلْنرَ ماجرى هنالك في هذا الشأن. لكن وقبل ذلك، فلنتسلح ببعض المعلومات عن بعض الأدوات التي جرى استعمالها في حساب التوافيق ليتيسّر لنا متابعة هذا البحث.

---

[1] ابن البنّاء، "**رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب**"، صفحة 19و (ص PDF22)، وقفية الأمين غازي للفقه القرآني، رابط التحميل: https://www.quranicthought.com/ar/books/

[2] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، م.س، ص 128

[(+)] لقد وردت كلمة" استقراء "في هذا النص بمعنمحاولات متتالية مع اعتبار n عددا صحيحا أكبر أو مساويا لـ 1

[3] رشدي راشد، **من الخوارزمي إلى ديكارت**، م.س، ص 128

في نهاية هذا القسم، يلاحظ المتابع عدم تطرقنا إلى بقية روافد الحساب التوافُقي، الجبر والفلسفة تدقيقا، فنجيب بأنه وإن كنّا قد تناولنا بعض جوانب العلاقة بين الحساب التوافيقي والجبر من خلال التعرّض إلى نشر عبارة ذات الحدّيْن والمثلث الحسابي، فإنَّ تحاشينا الإطالة والابتعاد عن أهداف هذا الملتقى دفعنا إلى التغاضي عمدا عن نظرية الفيض ومساهمة أَبي جَعْفَرٍ مُحَمَّدُ نصير الدين الطوسي (597هـ/1201م- 672هـ/ 1274م)في هذا الإطار. ولتمكين القارئ من الاطلاع على هذه المواضيع، نتولّى ذكر بعض المراجع[1(**)(*)(***)] التي يمكنه أن يعود إليها في هذا الخصوص.

القسم الثالث : إضاءة على بعض الأدوات الموظَّفة في حساب التوافيق

الباب الأوّل : جدول معاملات ذات الحدَّيْن المستخلصة من مؤلَّف للكرجي[2]

يفيدنا يحيى بن عباس السمو أل (1130م-523هـ/1180م) في كتابه **الباهر** بأن أبا بكر محمد الكرجي(ت429هـ/1020م) قد قدّم في أحد نصوصه قاعدة تشكيل المثلث الحسابي. في عصرنا الحالي، تَصاغ هذه القاعدةكما يلي: $C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$. ولقد كانت تُوظّف في حساب معاملات نشر ذات الحدَّيْن.

وهذه، حسب معرفتنا الحالية، لأوّل مرة في تاريخ الرياضيات يتم ذكر المثلث الحسابي وآليات تكوينه، حيث إن الكرجي قد أثبت قاعدة تكوينه ببرهان[3].

---

[1]لمزيد الاطلاع، نحيل القارئ إلى المراجع :

(***) مهدي عبد الجواد، **إبراهيم بن مصطفى الحلبي (توفي 1191هـ/1776 م): عالم مجهول في الرياضيات**، مجلة تاريخ العلوم العربية، جامعة حلب، معهد التراث العلمي العربي، سورية،العدد 1 و 2: ص. 51-72، مقال منشور على الشابكة، تمّ الاطلاع عليه يوم 4 سبتمبر 2024، الرابط:

https://www.academia.edu/3573221/%D8%A7%D8%A8%D8%B1%D8%A7%D9%87%D9%8A%D9%85_%D8%A8%D9%86_%D9%85%D8%B5%D8%B7%D9%81%D9%89_%D8%A7%D9%84%D8%AD%D9%84%D8%A8%D9%8A_%D8%AA%D9%80_1776_%D8%B9%D8%A7%D9%84%D9%85_%D9%85%D8%AC%D9%87%D9%88%D9%84_%D9%81%D9%8A_%D8%A7%D9%84%D8%B1%D9%8A%D8%A7%D8%B6%D9%8A%D8%A7%D8%AA

(*) الهادي عبد الرحيم، **مساهمة العرب في تطوّر المعرفة العلمية أعمال رشدي راشد في الرياضيات مرجعا**، مركز دراسات الوحدة العربية بيروت، ماي 2023، الصفحات 290-302

(**) رشدي راشد، **التحليل التوافيقي والميتافيزيقا : ابن سينا والطوسي والحلبي**، بيروت 2007،

https://www.histoire-des-sciences.com/histosc/copyright/rashed-halabi-a.pdf

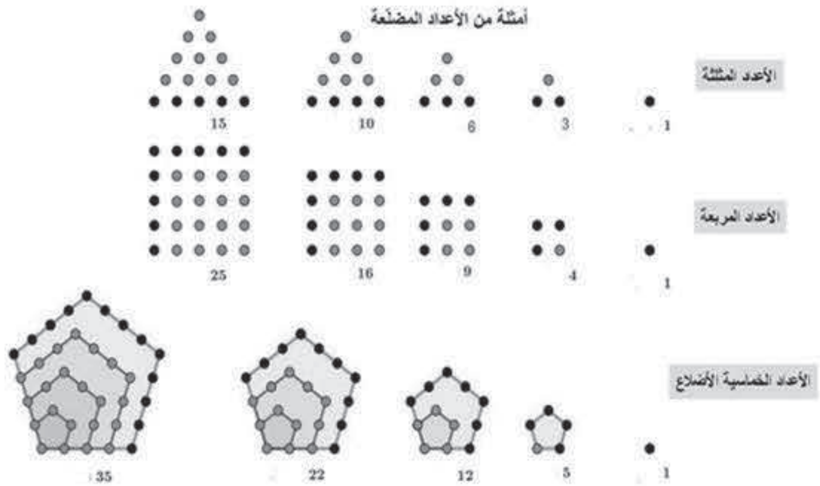
[2] الهادي عبد الرحيم، **مساهمة العرب في تطوّر المعرفة العلمية أعمال رشدي راشد في الرياضيات مرجعا**، م. س، صفحة 105

[3] السمو أل بن يحي المغربي، الباهر في الجبر. ملحوظات وتقديم ونشر صلاح أحمد ورشدي راشد.ـ سلسلة الكتب العلمية، 1791. عن سيف الدين التومي وفؤاد نفطي، **مبرهنة فاندرموند Vandermonde في الرّياضيات العربية**، مجلة المخاطبات، العدد 32 أكتوبر 2019، صفحة 36.

$n = 1$	$n = 2$	...	...	$n - 1$	$n = 12$
1	1			1	1
1	2			C_{n-1}^{1}	C_{n}^{1}
	1			C_{n-1}^{2}	C_{n}^{2}
				.	
				C_{n-1}^{m-1}	C_{n}^{m}
				C_{n-1}^{m}	
				.	
				1	C_{n}^{n-1}
					1

الباب الثاني: الأعداد المضلعة والأعداد الشكلية

• الأعداد المضلّعة هي الأعداد الصحيحة الموجبة التي تقبل الارتسام في شكل مضلّع منتظم، فيكون من بين هذه الأشكال ما هو مُسَطَّح، كما يمكن أن يكون من بينها ما هو مُجَسَّم، إلى جانب أنّ الأعداد المسطحة تصنّف إلى أعداد مثلّثة، وأخرى مربعة أو خماسية الأضلاع... الخ.



• ونسمّي أعدادا شكليّة من الدرجة الرابعة ونرمز لها بـ F_k^4 ، في عملنا هذا، كل الأعداد المتوَلِّدة عن مجاميع الأعداد المثلّثة. (سنتعمّد إهمال التدقيق: "من الدرجة الرابعة" لأننا لن نتناول غيرها من الأعداد الشكلية).

● يمكننا حساب مجاميعها من ضبط الأعداد الهرمية، لقد بيّن أحمد بن يوسف البغدادي(835م-300هـ/912م) أن المجموع الهرمي للجذر n يكتب :

$$\pi_n = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

• صيغة الأعداد المجسّمة للمربّعات :

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

• صيغة الأعداد المجسّمة للأعداد الخماسيّة :

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} k(3k-1) = \frac{n^2(n+1)}{6}$$

• تمثّل هذه الصيغ أهم إضافات العلماء العرب إلى ما ورثوه عن اليونانيين بخصوص الأعداد الشكليةإلى حدود أوائل القرن الثالث عشر ميلادي (دون وجود الرموز).

الباب الثالث: الأعداد الشكلية

جدول نيقوماخوس الجرشي (60م-120م)Nicomaque de Gérase للأعداد المضلعة

(منقول عن ترجمة ثابت بن قرة[1](*))

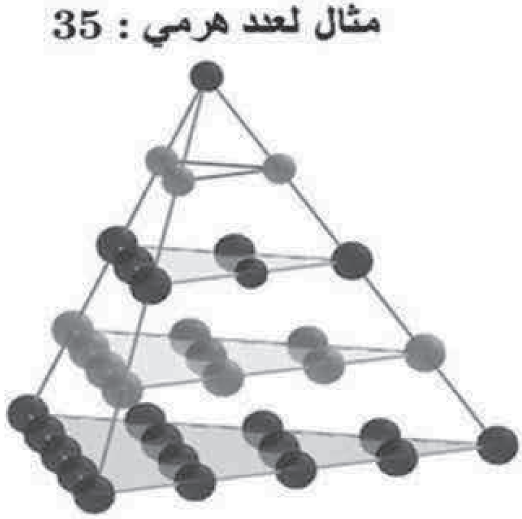
عدد النقاط على كل ضلع (رتبته في صنفه r)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	صيغة ضبط عدد النقاط التي يتألّف منها كل عنصر
العدد المثلّث	1	3	6	10	15	21	28	36	45	$\frac{1}{2}p(p+1)$
العدد المربّع	1	4	9	16	25	36	49	64	81	p^2
العدد المخمّس	1	5	12	22	35	51	70	92	117	$\frac{1}{2}p(3p-1)$
العدد المسدّس	1	6	15	28	45	66	91	120	153	$p(2p-1)$
العدد المسبّع	1	7	18	34	55	81	112	148	189	$\frac{1}{2}p(5p-3)$

[1] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب**، مرجع سابق، صفحة 332. كما يمكن الرجوع إلى الهامش 179 من نفس الصفحة.

(*) ثابت بن قُرة الحراني: ولد عام 836م في سورية، في بلدة حران وتوفي في بغداد في عام 901م.

ملاحظة : لقد أعدّ ابن البنا في كتابه **رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب** جدولا شبيها لهذا بعد أن هيّأ له بتفسير كيفية مَلْئ خاناته[1].

الباب الرابع: الأعداد المضلعة والأعداد المُجَسَّمة



القسم الرابع : التحليل التوافيقي في الغرب الإسلامي

الباب الأوّل: قبل القرن 13 ميلادي

لقد كان مؤرخو الرياضيات العربية، في جزء كبير منهم على الأقل، يتبنّوْن الرأي القائل بأن مساهمات مجتمع علماء هذه المادة ومؤلفاتهم في القرن الثالث عشر ميلادي لم تأت بجديد يُذكر ولم تخرج عن إطار استنساخ ما كان معروفا عند أسلافهم، مما أوحى إلى بعض المؤرخين بأن هؤلاء العلماء لم يكونوا يطمحون من وراء إنتاجهم هذا إلى ما هو أبعد من توظيفه في التعليم[2].

رغم هذا الرأي الذي يكاد يكون سائدا، وبغض النظر عن مدى دقته، فقد أنجز الباحث أحمد جبار دراسة[3] حول تاريخ التحليل التوافيقي في بلاد الغرب الإسلامي قبل القرن الثالث عشر

[1] ابن البنّاء، "**رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب**"، صفحة 17 و (ص 20 PDF)، م.س.،

[2] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، مرجع سابق، صفحة 310،

[3] Ahmed Djebbar, **Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des 13è-14è siècles**, Publications mathématiques d'Orsay n° 81-02. Paris.

ميلادي، لكن عدم توفر المراجع الموثوقة التي تناولت هذا الموضوع حال دون الإلمام بتفاصيل هذا النشاط منذ بداياته وحال دون توصّل الباحث إلى نتائج يُعتدّ بها. ولقد عبر هو نفسه عن ذلك بالقول: "*ليس لدينا ما يكفي من الأدلة لنكون قادرين* على التأكيد على أن المسائل ذات الطبيعة التوافيقية التي ظهرت في سياق علم الفلك والجبر، والتي ذكرنا للتّوّ بعض جوانبها، كانت معروفة لعلماء الرياضيات المغاربيين قبل القرن 13، وإذا كانت كذلك، فلا يوجد ما يمكن قوله إن الطبيعة التوافيقية لكل منها قد تم إدراكها وتحديدها.[1]"

على أساسه اكتفى أحمد جبار بصياغة خطوط عريضة لبعض الاستنتاجات وتقديم بعضها الآخر بما هو تخمينات حول محتوى هذه المادة وتدريسها.

الباب الثاني: خلال القرن 13 ميلادي وما تلاه

المبحث الأوّل: تغيّر المعطيات

لقد خيّرنا ألّا نعود على ما انتهت إليه الدراسةالتي تحدثنا عنها في الفقرة السابقة إذ أن صاحبها (نعني أحمد جبار) قرر، إثر عثوره على نص جديد لم يسبق نشره، تعديل مخرجاتها بناء على ما توفّر له من معطيات تضمنها هذا النص الجديد، فحبّذنا من جهتنا عرض أحدث ما توصل إليه الباحثون في هذا الصدد، في حدود ما تيسّر لنا الاطلاع عليه بالطبع. إن النص المُكتشف حديثا هو كتاب"**فقه الحساب"** لابن منعم (ت625هـ/1228م)، وهو ما تبيّنه الفقرة الموالية التي نقلناها عن أحد مؤلّفات أحمد جبار[2]:

" من الآن فصاعدا، يمكن قول الكثير حول هذا الموضوع فالجدول الذي أشار إليه مؤلف "التلخيص" (يقصد ابن البنّا) ليس فريدا ولا معزولا عن السياق الرياضي. فهو يشكل في الواقع، مع آخرين، الجزء الثاني من قسم كامل مخصص للتحليل التوافيقي، في عمل لابن منعم بعنوان "**فقه الحساب**"، تتوفّر نسخة منه كانت على ملك الزاوية الناصرية بتمكروت[3]، وهي محفوظة في قسم المحفوظات بالمكتبة العامة بالرباط."

---

[1] نفس المصدر ص 72

[2] Ahmed Djebbar, ***L'analyse combinatoire au Maghreb*, L'exemple D'IBN MUN^{C}IM. (XIIe - XIIIe s.)**, page 10, Publications mathématiques d'Orsay n° 85-02. Paris.

[3] **مكتبة تمكروت** أو **دار الكتب الناصرية بتمكروت** هي من أقدم المكتبات المغربية، وتقع بقرية تمكروت في الجنوب الشرقي للمملكة، على بعد 20 كلم جنوب مدينة زاكورة. أسست المكتبة في القرن السابع عشر من طرف شيوخ من الزاوية الناصرية وتحتوي الآلاف من ذخائر المخطوطات المغربية والمشرقية.

ونشير إلى أن أحمد جبار يُرجِّح أن تأليف هذا المصنَّف، كما جاء فيه، قد تمّ بين سنتَيْ 1207 و1212 ميلادي؛ ولقد أضاف في معرض حديثه عن ابن منعم ما يفيدنا أنه ألف كتابه لتدريس طلبته، إذ يطالعنا: "... وتركنا الاستنزال فيه إلى الأمثلة وكان ذلك لضيق الوقت، بعد أن انتسخ التأليف وصار بأيدي الطلبة، اتسع لنا الوقت، ..."[1]

المبحث الثاني: ابن منعم (المتوفّى سنة 1228 م)

يقول عنه مهدي عبد الجواد[2]: " يمكن اعتبار عالم الرياضيات المغاربي، ابن منعم، أكثر من قدّم من أجل تكوين التحليل التوافيقي كمعرفة جديدة، ولقد شاع ذكره بعد قرن من تاريخ وفاته من قبل أحد خلفائه، ابن البنا" يعرّف ابن منعم بكتابه هذا فيقول[3]:

"... ومن ذلك[بياض] كان العدد أرفع الحساب، لأنه محتاج إليه والغرض محتاج [بياض] ذلك هذا الكتاب، **وسميته بفقه الحساب**، وكان الغرض في ذلك شرح ما استغلق، وجمع ما افترق. وذلك أنني لما صفحْت ما قد صُنِّف في ذلك، وجدتها منها عَمَلي دون علْمِيّ، ومنها علْمِيّ دون عَمَلي، ومنها ما وإن كان وقد جمع بين نبذة من العلم أو أخذ خواص الأعداد وما قد ذكر الأرطماطيقيون من الأشكال العددية و... وجميع ما أُلْفِيَ ووصَفْته وشرحْتُه وأوضَحْتُه، فبعضه من أقاول القدماء اقتَبسْتُه، وبعضُه بقياساتهم وأدلّتهم وهدى منهم استنبطته [بياض] وإلى الله أرغب في العصمة من الخطاء والزلل، وأن يوفّقنا للصالح في القول والعمل لا رب غيره."

ولقد كان ابن منعم يرمي من وراء تأليف كتابه هذا، إضافة إلى شرح ما أُسْتُغْلِق، إلى تجميع نوعيْ الحساب في مؤَلَّف واحد. ويفسر قوله : "...، *وجدتها منها عَمَلي دون علْمِيّ، ومنها علْمِيّ دون عَمَلي*"[4] بأنه عند مراجعة الأعمال التي كتبت حول هذا الموضوع، لاحظ أن بعضها كان عمليا [ولكن] بدون جوانب نظرية والبعض الآخر نظري، بدون [تطبيقات] عملية. ولقد تناول ابن منعم التحليل التوافيقي في "النوع الحادي عشر من الباب الأول في **حصر الكلمات التي لا يتكلم البشر إلّا بإحداهنّ**"[1].

---

[1] Ahmed Djabbar, ***L'analyse combinatoire au Maghreb*, L'exemple D'IBN MUN^{C}IM. (XIIe - XIIIe s.)**, page 98, Op.cit.

[2] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** Journées Nationales 2003 de l'ATSM, page 6, Op.cit., page 7

[3] أبو جعفر أحمد بن إبراهيم بن منعم العبدري، **فقه الحساب**، تقديم وتحقيق أحمد جبار، ص 20

[4] Mohamed Aballagh, Premier colloque international sur l'histoire des mathématiques arabes, Décembre 1986, Histoire des mathématiques arabes, Actes du colloque, La maison des livre Alger 1988, page 141

[1] أبو جعفر أحمد بن إبراهيم بن منعم العبدري، **فقه الحساب**، تقديم وتحقيق ادريس المرابط، دار الأمان، الرباط 2006. ص 201

ومما جاء في مقدمة دراسة أحمد جبار حول ما كتبه ابن منعم في موضوع التحليل التوافيقي[1]، نذكر حرصه، في سياق عرضه، على توضيح أنه سيتناول المسألة بطريقة عامة، رغم اضطراره، من أجل توضيح أفكاره، إلى صياغتها بعبارات خاصة وباستخدام الأبجدية العربية، ثم اللجوء إلى إتْباع براهينه بأمثلة وجداول. لكن التعميم الذي يتحدث عنه المؤلف لم يخرج عن الإطار اللغوي المحدّد وشمل إنشاء صيغ وإجراءات رياضية لضبط عدد كلمات أية لغة.

ويُضيف أحمد جبار: "*ومع ذلك، وبشكل موضوعي، فإن هذه الدراسة تتجاوز الإطار اللغوي الذي تمت صياغتها وإنجازها ضمنه، سواء من حيث الطريقة التي تم بها طرح المسائل وربطها ببعضها البعض، أو من جهة طرق التفكير المستخدمة، وكذلك على صعيد النتائج المحققة .هذا ما يبدو أنه قد رسخ لدى خلفاء ابن منعم من بين علماء الرياضيات، مثل ابن البنا وابن هيدور.*[*](ت 816هـ-1413م)" بدل الإيتاء على تفاصيل ما تعلق بالتحليل التوافقي في "فقه الحساب"، سنكتفي فيما يلي، بعرض أهمّ ما ميّز ما قدّمه ابن منعم عما أنجزه سابقوه في هذا الحقل المعرفي. من بين هذه الخاصيات نشير إلى :

- أنه ذكّر بالاعتبارات الخاصة باللغة العربية والتي تتعين مراعاتها، ومنها أن:

  - الأبجدية تتكون من 28 حرفا، وأن أطول كلمة تتألّف من 10 أحرف، مع مراعاة اللواصق والتكرارات، مثل أرسطوطاليس
  - فوق الحرف الساكن هناك ثلاثة أحرف متحركة (الضمة والفتحة والكسرة) وسكون
  - يمكن أن نبتدئ الكلمة بحرف ساكن، ولكن، وأخيرا، لا يمكن أن يتوالى فيها حرفان ساكنان.
  - أنه قدم محتوى هذا القسم على أنه امتداد لنتائج الخليل بن أحمد وتعميم لحساباته الرامية إلى تحديد جميع المجموعات الممكن تأليفها من عناصر أية أبجدية. انطلق ابن منعم من اعتبار مجموعة من الألوان الحريرية فأعطاها دور نموذج تجريدي، قصد إنشاء قاعدة تسمح بضبط جميع المجموعات ذات n لون مأخوذة p فـ p. ولقد استوجب منه بذلك بناء جدول رقمي،

فحدد عناصره مع المجموعات المطلوبة واستنتج العلاقة:

$$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-2}^{p-1} + C_{n-3}^{p-1} + \cdots + C_p^{p-1} + C_{p-1}^{p-1}$$

---

[1] Ahmed Djebbar, ***L'analyse combinatoire au Maghreb***, **L'exemple D'IBN MUN^C^IM. (XIIe - XIIIe s.)**,Op.cit., pages15-16.

[*] أبو الحسن علي التادلي التازي شُهِر ابن هيدور من مواليد مدينة تدله بالمغرب الأقصى، توفي سنة 1413م. وهو أحد شارحي ابن البنا، من مؤلّفاته : " التمحيص في شرح التلخيص"

نورد فيما يلي نص المسألة للأنموذج الذي اختاره ويليه الجدول الذي وظفه لحلها :

مسألة مقدمة لما نحن بسبيله :

" *عشرة ألوان من الحرير، أردنا أن نعمل منها شراريب، بعضها من لون لون وبعضها من لونيْن* لونيْن وبعضها من ثلاثة ألوان ثلاثة ألوان وكذلك إلى أن تكون آخر شرابة من عشرة ألوان، وأردنا أن نعلم كم عدد كل نوع نوع على انفراد، من أنواع الشراريب، ألوان كل شرابة منها معلومة، أو كم عدد جميع الشراريب إذا جمعت على اختلاف عدد ألوان الشراريب.

فإنا نضع الألوان لونا لونا في جدول في عرض الصفح على ما في المثال: "[1](***) . فإذا تأملت المسألة وجدت الشراريب من لونين لونين تكون من جمع اللون الثاني مع الأول ومن جمع اللون الثالث مع الأول ومع الثاني ومن جمع اللون الرابع مع الأول ومع الثاني ومع الثالث ومن جمع اللون الخامس مع الأول ومع الثاني ومع الثالث ومع الرابع وكذلك مع هذا النسق حتى ينتهي إلى جمع اللون العاشر [مع] كل الألوان التي قبله. وبالجملة فمن جمع كل لون من الألوان [مع] الذي قبله في العدد. وعلى هذا النسق ينحصر العدد الذي من جمع كل لون مع كل لون..."(**)

تمثل الصورة الموالية الجدول المشار إليه في الفقرة المقتبسة أعلاه :

جدول جمع الجداول	وهكذا تخطيط المثال في الجدول										
1	1										من عشرة ألوان
10	9	1									جدول الشراريب التي من تسعة ألوان تسعة ألوان
45	36	8	1								جدول الشراريب التي من ثمانية ألوان ثمانية ألوان
120	84	28	7	1							جدول الشراريب التي من سبعة ألوان سبعة ألوان
210	126	56	21	6	1						جدول الشراريب التي من ستة ألوان ستة ألوان
252	126	70	35	15	5	1					من خمسة ألوان خمسة ألوان
210	84	56	35	20	10	4	1				من اربعة ألوان اربعة ألوان
120	36	28	21	15	10	6	3	1			من ثلاثة ألوان ثلاثة ألوان
45	9	8	7	6	5	4	3	2	1		من لونين لونين
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	من لون لون
جميع الألوان	لون عاشر	لون تاسع	لون ثامن	لون سابع	لون سادس	لون خامس	لون رابع	لون ثالث	لون ثان	لون أول	

---

[1] Ahmed Djebbar, ***L'analyse combinatoire au Maghreb*, L'exemple D'IBN MUN^{C}IM)**, p107 -, Op.cit.

(***) وهو الجدول المرسوم في الصفحة 328 من المصدر الأصلي : **فقه الحساب**

(**) نصّ مقتبَس على صيغته الأصلية من المصدر، ص 326 - 327

يحتوي كل واد من الأودية العشرة الأولى من هذا الجدول، انطلاقا من اليسار إلى اليمين معاملات نشر ذات الحدّيْن بآسٍ مساوٍ لصفر وانتهاء بآس مساو لـ 10، ويحتوي كل سطر منه، انطلاقا من الأسفل إلى الأعلى على عدد توافيق 10 ألوان مأخوذة pفيp انطلاقا من $p = 1$ إلى $p = 10$

○ على أساس ما تقدم، يكون ابن منعم قد أعطى لأول مرة، في حدود علمنا، صبغة توافيقية بحتة للمثلث الحسابي الذي أنشأه جبريُو الشرق الإسلامي، ومن ضمنهم الكرجي والسموأل، على أسس جبرية، بغرض تحديد معاملات نشر ذات الحدّيْن.

• تعميمه لنظرية الخليل بن أحمد وذلك من خلال استعمال كلمات مركبة من خمسة أحرف أو أكثر، مع التكرار، أي أننا نجد فيه ما يسمح بإيجاد كل التوافقات الممكنة لأحرف الأبجدية. نذكّر هنا بأن الخليل بن أحمد لم يعالج حالة الكلمات التي تتضمن حرفا متكررا أو أكثر. وتبرز أصالة عمل ابن منعم من خلال النموذج الذي اختاره لإجراء حساباته، إذ مثّل حروف الأبجدية بالألوان والكلمات بخصلات من الحرير.

"دعونا نرتب الألوان واحدا تلو الآخر في جدول. إذا قمت بتحليل السؤال، تجد أن الشراريب المكونة من لونين متميزين يتم الحصول عليها من خلال الجمع بين الثاني والأول والثالث مع الأول والثاني والرابع مع الأول والثاني والثالث وهكذا حتى تجمع اللون العاشر مع كل من الألوان السابقة. بهذه الطريقة، يتم تحديد عدد الشراريب المكونة من ألوان مختلفة. (...)إذا قمت بتحليل خصائص هذه اللوحة والتخمينات الرائعةالتي يمكن استخلاصها منها، ستلاحظ الانسجام الأخّاذ والخاصيات الثرية والتي يستوجب إبرازها دراسة طويلة ومفصلة. (إدريس المرابط من مواليد سنة 1375هـ/1956م)[1]"

• يشرح ابن منعم تعليمات استخدام المثلث الحسابي ويوضح كيفية استعماله في وضعيات مختلفة، سنقتبس بعضها لتنوير القارئ وإظهار عناصر أطروحة جبار، ولتوضيح الاستخدام المعمم للمثلث الحسابي من خلال المسألتين 2 و3 التاليتين، ولقد اعتمد في ذلك التحليل التوافيقي والاستقراء[2].

---

[1] Mahdi Abdeljaouad,***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** , Op.cit. ,pages 7-8

[2] لمزيد الاطلاع يمكن الرجوع إلى المصدر: -

Mahdi Abdeljaouad,***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire, Ibid.*** page 8.

• **المسألة 2 :** تحديد عدد طرق تتالي أحرف كلمة، على أساس أن عددها معلوم وأن ليس من بينها ما يتكرر.

يفحص المؤلف الحالات $n = 2$ و$n = 3$ و$n = 4$، ثم يحصل، عن طريق الاستقراء، على الصيغة : $Pn = n!$

• **المسألة 3 :** تحديد عدد طرق تتالي أحرف كلمة، على أساس أن عددها معلوم وأن بعضها يتكرر.

يتوصّل المؤلف إلى ما نعبر عنه بالكتابة الرياضية الحديثة:

$$P_n(r_1, r_2, \dots, r_k) = \frac{n!}{r_1\times\ r_2\times \dots\times r_k}$$

المبحث الثالث: ابن البنّا (1256 – 1321 ميلادي)

حدّد ابن فلوس (ت 650هـ/1252م) كيفية حساب ثنائيات كل جملة وما زاد عنها بما يلي : "أن تسقط منهاواحدا وتأخذ نصف الباقي وتضربه في مفرداتها تخرج ثنائياتها وتسقط اثنين وتأخذ ثلث الباقي تضربه فيما لها من الثنائيات تخرج ثلاثياتها وكذلك تسقط لما تريد أقل من اسمه بواحد وتضرب الجزء السّميّ له في الذي دون ذلك يخرج ما تريد"[1]. وهي أوّل مرة تذكر فيها[2] طريقة استخراجها والعلاقة بينهما

أما العلاقة بين الثنائيات والثلاثيات فهي: $C_n^3 = \frac{n-2}{3} \times C_n^2$

وتُعمّم بالصيغة التالية بلغة عصرنا: $C_n^p = \frac{n-p+1}{p} \times C_n^{p-1}$

كما أن هذه العلاقةتنسب لابن البنّا صياغة وإثباتا، ثم أخذت شكلها النهائي:

$$C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{m!}$$

ولقد أعاد باسكال[3] (ت 1662م) Pascal اكتشافها بعد ثلاثة قرون وأصبحت تنسب له.

---

[1] ابن فلوس، **إعداد الأسرار في أسرارالأعداد**، تحقيق الباحث سيف الدين التومي، مرجع سابق، صفحة 32

[2] ابن فلوس، **إعداد الأسرار في أسرارالأعداد**، تحقيق الباحث سيف الدين التومي، مرجع سابق، صفحة 32

[3] Mahdi Abdeljaouad,***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** Journées Nationales 2003 de l'ATSM, Op.cit., page10

كما أكد أحمد جبار[1] أن منذ أواخر القرن 13 م، قدم ابن البنّا وأثبت صيغ القواعد الخاصة بعدد الترتيبات والتباديل والتوافيق ونجد ذلك في كتابيْه تنبيه الألباب ورفع الحجاب :

$$* C_n^p = \sum_{p-1}^{n-1} C_k^{p-1} \quad * P_n = n! \quad * P_n^k \left(r_1, r_2, \dots, r_k\right) = \frac{n!}{r_1 \times r_2 \times \dots \times r_k}$$

$$* A_n^3 = (3!)\frac{(n-1)(n-2)}{2} \times \frac{n(n-1)}{2}$$

كان لابن البنّا استخدامات متعددة للتحليل التوافيقي، ويتجلّى ذلك بأكثر وضوح في كتابه "رفع الحجاب"، كما يخبرنا محمد أبلّاغ في أطروحته[2] حيث نقرأ أن ابن البنا :

* ابتكر فرضيات توافيقية حول تباديل n عنصرا، وتوافيقها وترتيباتها p فـ p، نلمس فيها تجديدا مقارنة بما سبق أن قدمه ابن منعم باعتبار أن ابن البناء قد صاغ وأثبت هذه النتائج باعتماد تمشّ حسابي واستقرائي دون العودة إلى تقنية الجداول.

* أدخل وجهة نظر توافيقية في معالجة بعض المشكلات الكلاسيكية لعلم الحساب، كما هو الحال عندما يصنف ابن البناء مجموعة من الصيغ الجبرية وفقا لعدد العمليات الحسابية التي ينطوي عليها كل منها.

لقد عمد ابن البنّا في شرح كتابه **رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب**، بعد درس الأعداد المضلّعة، إلى تناول الأعداد المثلّثة وتلك المتولّدة من مجاميعها أي الأعداد الشكليّة من الدرجة الرابعة F_k^4. بعدها خلص للبحث عن رابط ما بين التوافيق التي وُظِّفَت في المعاجم والأعداد الشّكليّة.

وممّا نقرأ له في هذا الخصوص، قوله[1]: "*...لأنّ الكلمات الثلاثيّة إنّما هي جمع مثلّثات ضلع منتهاها أقل من تلك العِدَّة (أي عدد الأعداد المثلثة التي يجب أن تُجْمَع) باثنيْن أبدا*".

---

[1] Ahmed Djebbar, ***L'analyse combinatoire au Maghreb***, **L'exemple D'IBN MUN^{C}IM. (XIIe - XIIIe s. p 139 (212) et (213)),)**

[2] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire***, Ibid., page 9

[1] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، م. س، ص 334.

ثمّ يُضيف[1]: " *وجمع المثلّثات هو بضرب ضلع منتهاها في مسطّحيْ العدديْن اللّذيْن يليانه بعده وأخذ سدس الخارج*".

ويمكننا تلخيص هذَيْن القوليْن بالصيغة التالية: $C_p^3 = \sum_{k=1}^{p-2} F_k^3 = \frac{p(p-1)(p-2)}{6}$

يتولّى ابن البنّا التحقق[2] من دقة هذه النتيجة بالعودة إلى الحالة العامة لتوافيق p عنصرا مأخوذة kفـk عنصرا وفي هذه الأثناء يستدعي الأعداد الشكليّة.

كما أنشأ ابن البنّا العلاقات الرابطة بين الأعداد الشكلية والتوافيق ومجاميع بعض المتتاليات العددية.

بعد عرضه لبعض النتائج التي توصّل إليها ابن البنا وطرق استنباطها، يقول رشدي راشد[1] ما مُفاده أنّ ما يشدّ الانتباه في هذا العمل لا ينحصر في النتائج التي تحصّل عليها إذْ أنّه يمكن استنتاجها اعتمادا على قانون التشكيل الجمعي لجدول معاملات ذات الحدّين الذي أثبته الكرجي منذ القرن العاشر ميلادي واستعاده السّموأل في القرن الثاني عشر ميلادي ليواصل انتشاره دون انقطاع. ولكنْ ما هو أهم من هذه النتائج هو التمشّي التّوافيقي الذي انتهجه أثناء بحثه إضافة إلى الصلة التي أقامها بين الأعداد الشكلية والتوافيق انطلاقا من الصلة بين الأعداد المثلثة والتوافيق. " إنّ نتائج كهذه لم تكنْ لتُهْمَلْ في تلك الحقبة، لنذكر فقط أنّه حتى بداية القرن السّابع عشر ميلادي فإنّ باشي دي مزرياك(ت 1638م)*Bachet de* Méziriac لم يقترح ما هو أكثر أهمية حول هذا الموضوع"[2].

ولكن ما يبدو غريبا في نظر رشدي راشد من طرف ابن البنّا هو اقتصاره على درجتَيْن من الأعداد الشّكليّة وعزوفه عن تناول الحالة العامة رغم تحوّزه على جميع الوسائل الحسابيّة والتوافيقية اللّازمة لصياغة قانون عام يربط بين التوافيق والأعداد الشّكليّة. لكنْ، وكما يُقال حين يُعْرف السبب يزول العجب، فلمّا استيْقن رشدي راشد أنّ هدف ابن البنّا كان إبراز كيفية استخدام الأعداد الشكلية في حساب توافيق الكلمات الثلاثية دون الاهتمام بالأعداد المتحابّة،

---

[1] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، ن.م،ص 334

[2] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، ن.م،ص 335

[1]رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، ن.م،ص 334 -336

[2]رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربيةبين الجبروالحساب**، م.س، ص 337، الملاحظة 198 بأسفل الصفحة

التي لا يرى لها جدوى[1]، ولا بأجزاء القواسم التّامة تفهّم مردّ عدم لجوئه إلى البحث عن قاعدة لتعميم نتائجه.

وظف ابن البنا تقنيات وطرق ذات صبغة توافيقية في حل بعض المسائل خارج مجال الرياضيات إذ نجده :

يجمع في مؤلَّفه الثاني، **تنبيه الألباب**[2]، عددًا من المسائل المستوحاة من محيطه الاجتماعي (الاقتصاد، الثقافة، و الديني). ونجد على وجه الخصوص تعداد جميع القراءات الممكنة للجملة الواحدة، وفق قواعد النحو العربي، فعلى سبيل المثال، نذكر أنه قد أحصى 272160 قراءة ممكنة لنفس الجملة (المسألة 15). كما تعرض لتعداد حالات الميراث المختلفة المحتملة عندما يكون الورثة n بنين وp بنات (المسألة 1). وفي هذا الكتاب الصغير أيضًا يناقش المؤلف مشكلة تتطلب إنشاء نتيجة توافيقية عامة، تتمثّل في عدّ الصلوات التي يجب أداؤها، بحسب مقتضيات المذهب المالكي، تعويضا عن نسيان بعضها، (المسألة 4).

ولقد تولّى الباحث عبد الملك عزيزي في أحد[1] مقالاته الإشارة إلى أن ابن البنّا قد تناول المواضيع المذكورة أعلاه وغيرَها في كتابه **تنبيه الألباب.** كما يعرض في نفس المقال جدولا جمّع فيه أهم القواعد الخاصة بالتحليل التوافيقي الواردة بهذاالكتاب لابن البنا و/أو كتاب **فقه الحساب** لابن منعم؛ نذكر من بين هذه القواعد تلك التي تضبط عدد القراءات الممكنة لكلمة من nحرفاعند اعتبار مختلف تباديل حركات الشكل والسكون[2]، ثم تلك التي تمكننا من تحديد عدد ترتيبات n حرفا مأخوذة k فـk مع اعتبار حركات الشكل والسكون[3].

القسم الخامس : هل شكّل التحليل التوافيقي محورا قائما بذاته، فعلا، قبل ابن البنّا والفارسي؟

لقد قادتنا مطالعاتنا بحثا عن مادّة هذا المقال إلى الوقوف على وجهيْ نظر مختلفتيْن بخصوص دور ابن البنّا في تشكّل التحليل التوافيقي كمحور قائم بذاته.

---

[1] رشدي راشد، **ن.م.**، ص 338، الملاحظة 199 بأسفل الصفحة

[2] Ahmed Djebbar, **Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII è – XIV èsiècles**, Publications mathématiques d'Orsay n° 81-02. Paris, Paragraphe IV, pages 77 et 78.

[1] Abdelmalek Azizi, **Les mathématiques au Maroc**, page 16, Lien : https://www.ump.ma/storage/files/1/641c3eb548395.pdf

[2] $\boldsymbol{S_n = 4S_{n-1} - 3S_{n-3}}$

[3] $\boldsymbol{A_n^k = S_n \times P_n \times C_n^k}$

سنسعى في هذا القسم، مستعينين بوجهتَيْ نظر المؤرّخيْن أحمد جبار ورشدي راشد، إلى الإجابة عن التساؤل الذي طرحناه في العنوان من خلال معرفة حقيقة الدور الذي مثّله ابن البنا في تشكّل هذا المبحث؛ فهل أنه كان مؤسّسا لهذا التقليد، أم أن هذا التقليد قد وُلِد قبل مساهمة ابن البنا الذي لم يتجاوز دوره فيه إضافةَ بعض الجوانب : قواعد، توظيفه في حل مسائل مطروحة في مجالات أخرى...؟

ملاحظة : بخصوص مساهمة ابن البنا في التحليل التوافيقي وما تعلّق به، يمكن الرجوع إلى المبحث الثالث والأخير من القسم السابق (**المبحث الثالث: ابن البنّا (1256 – 1321 ميلادي).**

الباب الأول : كمال الدين الحسن الفارسي[1] (1267م– 1319 م)

تتغيّر حدود توظيفنا لأداة ما حسب الهدف الذي رسمناه لأنفسنا من وراء ذلك، ولا تشِذّ الأعداد الشّكْلية عن هذه القاعدة، إذ أنّ أمرها عند كمال الدين الفارسي، الذي سعى إلى الإجابة عن مسألة عدد أجزاء القواسم التّامّة يختلف تماما عمّا قام به ابن البنّا لحساب توافيق الكلمات الثلاثية.

باعتبار خَوْضها في حساب الأعداد الشكلية، فإنّ الإجابة عن المسألة التي أراد الفارسي معالجتها، تستَوْجِب علاوة على الإلمام بالمثلث العددي وبعناصر التحليل التوافيقي، مستوًى عاليًا من التّجريد، حيث إنه سعى إلى استنباط صيغة لقانون عام تخضع له كل الأعدادالشكلية بغضّ النظر عن درجتها ورتبتها في جنسها.

في هذا الإطار، يُقيم الفارسي علاقة تمَكِّن من تأليف أيّ عدد شكلي من خلال أعداد الدرجة السابقة ذات الأرقام من 1 إلى الرقم المعني، وهو ما يكافئ : $F_p^q = \sum_{k=1}^{p} F_k^{q-1}$ ثم يُوَظِّف هذه العلاقة لبناء جدول توضيحي[2]. نورد في ما يلي مثالَيْن من هذا الجدول ونبيّن طريقة بنائه من خلال عرض جزء منه :

المثال الأوّل : الخانة تقاطع السطر 2 والعمود 3 (دون اعتبار العمود الأول) توافق $q = 3$ و$p = 4$ ، لذا فهي تحتوي العدد الشكلي F_4^3 ونتحقق من أنّ :

---

[1] كمال الدين الحسن بن علي بن الحسن الفارسي، عالم فارسي ولد في تبريز، قدم مساهمات كبيرة في البصريات ونظرية الأعداد. تلقى العلم على يد العالم قطب الدين الشيرازي، والذي بدوره كان تلميذًا لنصير الدين الطوسي.

[2] رشدي راشد، من الخوارزمي إلى ديكارت، م. س، ص 280

$$F_4^3 = 20 = 1 + 3 + 6 + 10 = F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + F_4^2 = \sum_{k=1}^{4} F_k^2 = \sum_{k=1}^{p} F_k^{q-1}$$

المثال الثاني:

$$F_3^6 = 28 = 1 + 6 + 21 = F_1^5 + F_2^5 + F_3^5 = \sum_{k=1}^{3} F_k^5$$

يتوفّق الفارسي في إيجاد الصلة بين الأعداد الشكلية والتوافيق بعد استنباطه لعلاقة مكافئة لـ: $F_p^q = C_{p+q-1}^q$ وإثباتها.

للتّوضيح : بتطبيق هذه القاعدة على المثالين السابقيْن نتثبّت من أنّ :

$$F_4^3 = C_6^3 = \frac{6!}{3!\times 3!} = \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1} = 20$$

$$C_6^3 = C_5^3 + C_5^2 = F_3^3 + F_4^2 = \sum_{k=1}^{3} F_k^2 + F_4^2 = F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + F_4^2 = \sum_{k=1}^{4} F_k^2 = F_4^3$$

$F_3^6 = C_8^6 = \frac{8!}{6!\times 2!} = \frac{8\times 7}{2\times 1} = 28$ وهي النتيجة التي لدينا .

لقد وظّف الفارسي القاعدة: $F_p^q = \sum_{k=1}^{p} F_k^{q-1}$ لإنشاء الجدول التوضيحي الموالي:

جدول الأعداد الشكلية (أي مجاميع الأعداد المثلثة)

الرقم (p) / الدرجة (q)		الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة
		2	3	4	5	6
الأولى (الأعداد المثلثة)	1	3	6	10	15	21
الثانية	1	4	10	20		
الثالثة	1	5	15	35		
الرابعة	1	6	21	56		
الخامسة	1	7	28	84		

الأعداد المجموع		الأولى 2	الثانية 3	الثالثة 4	الرابعة 5	الخامسة 6	السادسة 7	السابعة 8	الثامنة 9	التاسعة 10	العاشرة 11
الأولى	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
الثانية	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286
الثالثة	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001
الرابعة	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003
الخامسة	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008
السادسة	1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448
السابعة	1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758
الثامنة	1	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378
التاسعة	1	11	66	286	1001	3003	8008	19448	43758	92378	184756
العاشرة	1	12	78	364	1365	4368	12376	31824	75582	167960	352716

لقد اختلف تقييم المؤرخيْن رشدي راشد وأحمد جبار[1] حول تأثير نصير الدين الطوسي (ت 672هـ/1274م) فيمن جاء بعده من الرياضيين؛ إذ اعتبر رشدي راشد أن الفارسي وابن البنّا وآخرين لم يكونوا فقط خلفاء للطوسي، حيث إنهماستعملوا أيضا معظم المعجم الذي اعتمده في مثلثه الحسابي، فرأى في تشكل مجتمع بهذه الصفات نشأةَ تقليد جديد اتخذ من التحليل التوافيقي محورا قائما بذاته قبل هذيْن العلَمَيْن. في حين رأى أحمد جبار أن التعبيرات الجبرية للطوسي قد حجبت السمة التوافيقية في معجمه، فأصبح من غير الهيّن إقامة تطابق مباشر بين معاملات ذات الحدّين من الرتبة n، وتوافيق مجموعة من n عنصر مأخوذة p فـp. ومن المفارقات أن هذا التقليد ليس هو الذي ألْهَم علماءَ الرياضيات في الغرب الإسلامي الاهتمامَ بالتوافيق، بل هم اللغويون من قادهم إلى ذلك.

تولى الباحث مهدي عبد الجواد التوسّع في فكرة أحمد جبار[2]، فقال بأن هذا الأخير يرى أن إضافة الكرجي(متوفى 1020 م) ونصير الدين الطوسي(ت 672هـ-1274 م) تهمّ طريقة بناء المثلث الحسابي لا علاقته بالتحليل التوافيقي، وبفضلهما أصبح ممكنا تحديد محتوى كل خانة من المثلث وعلاقتها بالخلايا المتاخمة لها والمتتالية معها عموديا. وأضاف مهدي عبد الجواد أن طرق التفكير التي توخّاها الكرجي والطوسي كانت حسابية واستقرائية بالأساس، وشملت تعميما لقِوى ذات الحدّيْن، وألّا شيء، حسب ما يظهر، يوحي بأن خانة ما $(C(k,j))$ من الجدول هي توفيقة منkعنصر مأخوذة j -j؛ كما أشار إلى أن أحمد جبار قد أفاد بأن الرياضيين المغاربيين قد أقاموا جسورا بين صيغ ذات الحدّيْن والصيغ التوافيقية انطلاقا من تحليل أعمال الخليل بن أحمد في اللغة العربية، وهذا فعلا ما سيتكشّف لنا فيما هو آت عند الحديث عن كتاب **فقه الحساب** لابن منعم.

نعود إلى مواصلة سرد الوقائع التي اعتمدها رشدي راشد والتي على أساسها بنى استنتاجه في خصوص موضوعنا، فنجده يشير[3] إلى نصَّيْن حول الأعداد الشّكلية كانا قد كُتِبَا أواخر القرن

[1] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** Journées Nationales 2003 de l'ATSM, page 6, Op.cit.

[2] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire,*** ibid., page 7

[3] رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبروالحساب**، م. س.، صفحة 334، الفقرة الثانية.

الثّالث عشر ميلادي، ويعود أحدهما لابن البنّا(ت721هـ-1321م) والثّاني للفارسي (ت 719هـ/1319م). يتجلّى من خلال هذَيْن النصَّيْن أنّ صاحبَيْهما بصدد عرض نتائج مألوفة، ولم ترد في أيّ منهما، لا تلميحا ولا تصريحا، ما قد يُحْمَل على أنّه إشارة من صاحبه إلى تبنّي هذه النتائج. هذان العنصران، إضافة إلى بُعْد المسافة بين مقَرّيْ إقامتهما دفعت المؤرّخين إلى الاستنتاج أن التشارك بين المؤلّفَيْن في كثير من النقاط لم يكن من باب الصدفة، بل هو نتاج تكوين مشترك، أي أنّهما خرّيجا نفس المدرسة وهو ما يعكس وجود تقليد قائم بذاته في هذا الشأن قد انتسب إليه هذان العالمان.

الخلاصة : يمكننا أن نوجز ما سبق في النقاط التالية :

• توفّي الطوسي سنة 672هـ/1274م، والفارسي سنة 719هـ/1319م وعاش بالشرق الإسلامي، وابن البنا سنة 721هـ/1321م وعاش بالغرب الإسلامي.

• أعطى الكرجي ونصير الدين الطوسي، من بعده، المثلثَ الحسابي طابعا جبريا ولم يوظفاه في حساب التوافيق وهو الأمر الذي اهتدى إليه ابن منعم في الغرب الإسلامي من بعدهما.

• شكّل مجالَا اللغة وعلم التنجيم، وهما ليسا جديديْن عن الغرب الإسلامي ولا خاصّيْن به، ميدانا لبدء تمارين ذات طابع توافيقي، وشهدا حركية معتبرة، فاستعاد حقل اللغة جلب اهتمام الرياضيين وتفرغهم لدراسته، فليس من قبيل الصدفة أن يكون ابن البنا، صاحب العديد من الأعمال في الرياضيات، هو الأكثر اهتماما بمجال التوافيق.

• تناولُ شخصين لنفس الموضوع وفي نفس الفترة، تقريبا، ليس دليلا كافيا على أنهما تلقيا تكوينا مشتركا في مجال ذلك الموضوع، هذا خاصة إذا ما أضفنا أنهما لم يوظّفاه في نفس الأغراض.

• ظهر اهتمام رياضيي الغرب الإسلامي بالتوافيق خلال بدايات القرن 13 ميلادي تقريبا، ويُستشفّ ذلك مما يتجلى من توظيف لطرق التفكير التوافيقي عند طرح بعض المسائل وتحرير حلولها، ومن خلال ولادة مصطلحات جديدة، دعا إليها سدّ بعض حاجيات المجال اللغوي، وابتكار نَموذج تحوّل إلى أداة تعمل على الكائنات الرياضية[1].

على أساس هذه النقاط، نرى أن ابن البنا لم يكن منتميا لتقليد الطوسي، إن وُجِد، وأن إضافاته المتعددة والمتنوعة للتحليل التوافيقي تجعل منه أحد مؤسّسي مبحث التحليل التوافيقي، هذا إن لم يكن رائدهم.

[1] Mahdi Abdeljaouad, ***Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire***, ibid., page 72.

القسم السادس: التوافيق وعلم الحديث

الباب الأول: أساسيات

علم الحديث هو العلم المعني بدراسة كل ما ورد عن النبيﷺ من قول، أو عمل، أو صفة.

يُقسّم أهل الاختصاص الحديث على أساس معايير محددة، نذكر منها معيار القبول والرد، ومعيار السند والمتن، كما أن كلّا من هذه الأقسام يتفرّع بدوره إلى عدة أصناف.

فباعتبار مبدأ القبول والرد يُبَوَّب الحديث النبوي إلى صنفيْن : مقبول ومردود :

- فالحديث المقبول نوعان : الصحيح، والحسن؛

وهو من الحديث ما اجتمعت فيه الشروط والصفات التي وُضعت للقبول، وهي ستة :

- اتصال السند.
- عدالة الرجال.
- السلامة من كثرة الخطأ والغفلة
- مجيء الحديث من وجه آخر حيث كان في الإسناد مستور لم تعرف أهليته،وليس متهما كثير الغلط، أو ما عبّر عنه بعض من جاء بقولهم: "العاضد عند الاحتياج"
- السلامة من الشذوذ.
- السلامة من العلة القادحة"

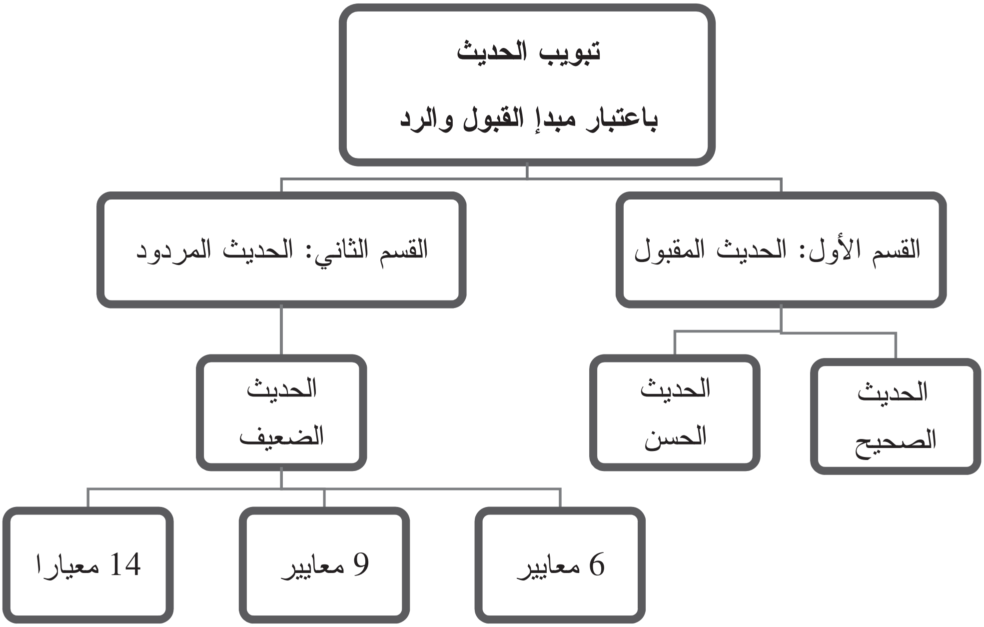
- فاعتبارا لما سبق ولأن الحديث المردود هو الحديث الذي لم يستجمع صفات وشروط القَبول، وهو شامل لجميع أنواع الحديث الضعيف،يمكننا صياغة مسببات ضعف الحديث بانتفاء أحد معايير القبول وهذا ما يؤوّل إلى تحقق أحد المعايير التالية :

  - السقط في السند أو نفي اتصاله.
  - الطعن في عدالة الرواة أو أحدهم
  - الطعن في ضبط الرواة أو أحدهم.

- انتفاء العاضد في الضعيف القابل للانجبار.
- الشذوذ المردود. (تفرّد الراوي بما لا يُحتمل منه، أو مخالفته لمن هو أولى منه)
- وجود العلة القادحة في القبول

تجدر الإشارة إلى أن هنالك من بين علماء الحديث من يتوسّع في تصنيف معايير الضَّعْف فيحدّدها بتسعة وآخرون يصلون بها إلى أربعة عشر قيدا[1] وأكثر. سنكتفي، فيما هو آتٍ من عملنا هذا، باعتبار أن عدد الشروط ستّة لا غير.

لتتضح الصورة أكثر، نتولّى تلخيص ما سبق في الرسم الهرمي الموالي :



الباب الثاني: الإشكالية وعرض للبعض من أدوات حلها

عند هذا المستوى واجهت أئمة الحديث مسألة حصر عدد أنواع الحديث الضعيف باستعمال توافيق من ست حالات. قدّم زين الدين العراقي(786هـ/1325م-800هـ/1404م) أول

---

[1] لمزيد التوسع يمكن الاطلاع على ما جاء في المرجع:

Ahmed Djebbar, **Mathématiques et société : Un exemple de pratiques combinatoires en sciences de Hadith**, notes de pagen°13, 14, 15 et16, page 5, Op.cit.

مبادرة في كيفية ضبط أنواع الحديث الضعيف من خلال ما أورد في ألفيته[1] الشهيرة، وبأكثر دقة، في أبياتها الخمسة الخاصة بهذا القسم[2] (أُنظر الأبيات الموالية)، وجاء أيضا في البيت الخامس أن أبا حاتم ابن حبان البُسْتي(ت 354هـ/ 965م) قد قدّر هذا العدد (أي عدد الأحاديث الضعيفة التي تشتمل على الأقل على أحدالمعايير الستةالمذكورة آنفا[3]) بتسعة وأربعين صنفا.

القسم الثالث : الضعيف

أمّا الضعيف فما لم يبلُغِ ** مرتبة الحَسَن وإن بسْطٌ بُغِيَ

ففاقد شرطَ القَبول قسْمٌ ** واثنيْن قسمٌ غيرُهُ وضمُّوا

سِواهما فثالِثٌ وهَكَذا ** وعُدْ لشرطٍ غيْرِ مَبْدُوٍّ فَذَا

قسمٌ سِواها ثمّ زِدْ غيْرَ الذي ** قدَّمْتَهُ ثُمَّ على ذَا فاحْتَذِي

وعدّه البَسْتِيُّ فِما ادّعى ** لتِسْعةٍ وأرْبَعينَ نوعا

المبحث الأول: العدّ بالتعداد(*) بالقائمة (ضبط كل الحالات حالة بحالة)

تجدر الإشارة إلى أن مجال إحصاء أنواع الحديث الضعيف باعتماد طريقة القائمات دون غيرها قد ضمّ الرياضيين ومختصيْن في علوم الدين لم يُعرف عنهما تلقّي تكوينا معمَّقا في الرياضيات.نذكرمن بينهم:

زكريا **الأنصاري**، عاش بين سنتيْ 1421م و1520م، فقيهٌ وقاضٍ شافعيٌّ، ومقرئٌ ومُحَدِّثٌ حافظٌ.

1. زكريا الأنصاري(1421م/806هـ-1520م) : تولّى في شرحه لألفية العراقي، وعلى ضوء ما جاء في هذه الألفية (القسم الثالث الحديث الضعيف)، إعداد قائمة في جميع الحالات الممكنة أي لكل توافيق المعايير الستة مأخوذة 2-2، 3-3، ...، 6-6.

---

[1] - نظمَ الإمام العراقي - رحمه الله - ألفيةً في علم المصطلح، اختصر فيها كتاب" معرفة أنواع علم الحديث" لابن الصلاح (ت 643هـ/1245م)، ولم يكتف بالاختصار، بل زاد بعض المسائل والأقوال والتعقبات على ما في كتاب ابن الصلاح. وتبلغ عدد أبيات هذه الألفية ألف بيت وبيتين حسب التعداد لها من خلال شرح مصنفها لها في كتابه "شرح التبصرة والتذكرة.

[2] أبو زكريا الأنصاري، **فتح الباقي بشرح ألفية العراقي**، دار ابن حزم 1999م، الطبعة الأولى، صفحة 115

[3] (1) فقد الاتصال، (2) فقد العدالة، (3) عدم الضبط، (4) وجود الشذوذ، (5) وجود العلة القادحة، (6) انتفاء العاضد عند الحاجة،

2. برهان الدين البقاعي[1](ت885هـ-1480م).أشار المصنّف إلى المعايير الستة بـ: أ، ب، ج، د،هـ، ثم و، ثم أعدّ جدولا وكتب بكل واحدة من خاناته إحدى التوافيق الممكنة وهي تمثّل، ضمنا، نوعا من أنواع الحديث المراد إحصاؤها. نورد فيما يلي[2] رسما لجدول البقاعي:

أ ب ج د ه و	أ	ب	ج	د	ه	و
أ ب	أ ج	أ د	أ ه	أ و	ب ج	ب د
ب ه	ب و	ج د	ج ه	ج و	د ه	د و
ه و	أ ب ج	أ ب د	أ ب ه	أ ب و	أ ج د	أ ج ه
أ ج و	أ د ه	أ د و	أ ه و	ب ج د	ب ج ه	ب ج و
ب د ه	ب د و	ب ه و	ج د ه	ج د و	ج ه و	د ه و
أ ب ج د	أ ب ج ه	أ ب ج و	أ ب د ه	أ ب د و	أ ب ه و	أ ج د ه
أ ج د و	أ ج ه و	أ د ه و	ب ج د ه	ب ج د و	ب ج ه و	ب د ه و
ج د ه و	أ ب ج د ه	أ ب ج د و	أ ب د ه و	أ ب ج ه و	أ ج د ه و	ب ج د ه و

النتائج :

حصل البقاعي على نوع واحد تتجمع فيه الشروط الستة، وهو ما افتتح به الجدول، ثم أتبعه أفقيا بالأنواع التي تشتمل على شرط واحد فحصل على6، فالأنواع التي تجمّع فيها شرطان فحصل على15، فالأنواع التي تجمّع فيها ثلاثة شروط فحصل على20، فالأنواع التي تشتمل على أربعة شروط فحصل على15، ويختم بالأنواع التي تشتمل على خمسة شروط فحصل على6.

وعلى هذا الأساس يكون العدد الجملي لأنواع الحديث الضعيف وفق تصنيف البقاعي ثلاثة وستين نوْعا، وهذا ما يفسر اختياره لجدول ذي(7×9) خانة.

وهو ما كان يمكن الحصول عليه بطرق الحساب المعتمدة في التحليل التوافيقي في عصرنا بـ: $C_6^6 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 = 63$

[1] ولد برهان الدين البِقاعي سنة 809 هـ بقرية خربة روحه من عمل البِقاع، ونشأ بها ثم تحول إلى دمشق، ثم فارقها ودخل بيت المقدس، ثم القاهرة، ودرس الفقه والنحو، والقراءات، وبرع في جميع العلوم وفاق أقرانه، وأصبح من الأئمة المتقنين المتبحرين في جميع المعارف.

[2] Ahmed Djebbar, **Mathématiques et société,** pag7 , Op.cit.

المبحث الثاني : العدّ باستعمال إحدى الصيغ الحسابية

1. تُعَدّ رسالة سلطان بن أحمد المزَّاحي (985هـ/1577م-1075هـ/1665م)أول مؤلَّف عرف فيه استعمال هذه الطريقة من العدّ. تولّى الكاتب في بداية عرضه العودة على تمشي سابقيه (أي استعمال العد بالقائمة)، ثم خلُص في جزئها الثاني لبسط طريقة حسابية صرفه، سرعان ما نكتشف أنها لا تعدو أن تكون سوى صيغة حساب عدد توافيق n عنصرا مأخوذة p ف p . وهي تتطابق مع ما قدّمه ابن البنا في كتابيْه **رفع الحجاب** و**تنبيه الألباب**، ونشير إلى أن استعمال هذا التمشّي بقي شائعا في كتابات خلفاء المزّاحي.

2. نختتم الحديث عن توظيف حساب التوافيق في عدّ أنواع الحديث الضّعيف بعرض مساهمة أحمد بن عبد المنعم الدمنهوري، (1689م-1192هـ/1778م). قام الدمنهوري في رسالته **نهاية التعريف بأقسام الحديث الضعيف** بتجميع مختلف الطرق التي توخّاها سابقوه لعدّ أنواع الحديث الضعيف، فعرض تمشّي التعداد بالقائمة[1] في حالة ما كان عدد الشروط $n = 6$ مأخوذةp فـ p قبل أن يتولّى نقل جدول مرتّب ترتيبا أبجديا قائماِعلى حساب الجُمَّل حيث عبر عن كل قسم من أقسام الحديث الضعيف بحرف من حروف الهجاء (وهو الجدول الذي بناه البقاعي كما رأينا سابقا)، فأحصى ثلاث وستين قسما من الحديث الضعيف، وختم رسالته بطريقة التفاضل والتكامل (التراكيب) في بيان تلكم الأقسام.

ختم الدمنهوري رسالته بعرض طريقة التفاضل والتكامل التي يرى أنها أيسر الطرق في بيان تلكم الأقسام بالطريقة الحسابية، فبعد الإيتاء على ذكر مراحلها وما يتخللها من أعمال، يخلص إلى تقديم أمثلة تطبيقية توضيحية، نورد فيما يلي أحدَها :

---

[1] مثال للتمشي المتبع، نفس المصدر، الصفحة 12

"وسبيل من أراد البسط : أن يعمد إلى صفة معينة منها فيجعل ما عدمت فيه من غيرٍ أن يخلفها جابر -على حسب ما تقرر في نوع الحسن- قسما واحدا، ثم ما عدمت فيه تلك الصفة مع صفة أخرى معينة قسمٍا ثانيٍا. ثم ما عدمت فيه مع صفتين معينتين، قسماً ثالثا. وهكذا إلى أن يستوفي الصفات المذكورات. ثم يعود ويعين من الابتداء صفة غير التي عينها أوّلا، ويجعل ما عدمت فيه وحدها قسما، ثم القسم الآخر ما عدمت فيه مع عدم صفة أخرى، ولتكن الصفة الأخرى غير الصفة الأولى المبدوء بها؛ لكونِ ذلك سبق في أقسام عدم الصفة الأولى. وهكذا هلمَّ جرا، إلى آخر الصفات.

ثم ما عدم فيه جميع الصفات، هو القسم الآخر الأرذل. وما كان من الصفات له شروط، فاعمل في شروطه نحو ذلك، فتتضاعف بذلك الأقسام."

أردنا أن نعرف ما في ستة أعداد من تركيب رباعي فنضع الأعداد هكذا 1234÷6543: $\frac{6\,5\,4\,3}{1\,2\,3\,4}$ ونقسم مسطح الأعلى وهو ثلاث مئة وستون على مسطح الأسفل وهو أربعة وعشرون؛ يخرج خمسة عشر، وهو ما فيها من تركيب رباعي.

المراحل حسب وصف الدمنهوري	التفسيروالتنفيذ في حالة مثالنا
أن تضع أعدادا متفاضلة بالواحد أكثرها بقدر العدة المفروضة وعدتها بقدر التركيب الذي تريده	نكتب أعدادا متتالية أكبرها بقدر عدد الأعداد التي سنكوّن منها التراكيب، (أي 6)، وعددها مساو لعدد عناصر التراكيب (أي 4)، فيكون لنا إذن : 3 4 56
وتضع تحتها أعدادا متفاضلة بالواحد أعظمها بقدر عدة التركيب، وليكن وضْعُها على عكس ما فوقها بأن يكون أولها تحت آخره، وآخرها تحت أوله	نكتب أعدادا متتالية وعددها مساو لعدد عناصر التراكيب (أي 4 3 2 1) ونكتبها تحت سلسلة الأعداد السابقة، فنحصل على : $\frac{6\,5\,4\,3}{1\,2\,3\,4}$
ثم سطّح كلّ من الأعداد الفوقية والتحتية، واِقْسم حاصل الفوقية على حاصل التحتية؛ يخرج لك ما في عددك المفروض من تركيب رباعي.	أُحْسب جذاء الأعداد الفوقية وجذاء التحتية (أي $\frac{6\times5\times 4\times 3}{1\times 2\times 3\times 4}$)، ثم اقسم الجذاء الفوقي (أي 360) على الجذاء التحتي (أي 24) فيكون الخارجعدد التوافيق الرباعية الذي تبحث عنه (أي 15)

لو اعتبرنا أن عمل الدمنهوري يمثل عينة لما كان يجري في عصره، يمكننا أن نستخلص :

• أن التمشي العام الذي اتبعه يؤول إلى ما هو جار به العمل في عصرنا عند حساب C_n^p.

• وجود بعض التعقيدات والمراحل التي يمكن تجنبها، ليس أقلها الاختزال قبل التسطيح وشرط كتابة الأعداد التحتية وفق ترتيب محدّد.

عند تصفحنا لأعمال عدد من علماء الحديث ممن تولّوا شرح ألفية العراقي - وخاصة منهم من استعمل التعداد بإحصاء الحالات- وجدنا أنهم كادوا يُجْمعون على أن عدّ أنواع الحديث الضعيف تعبٌ لا طائل من ورائه.

تفاعلا مع ما أبداه هؤلاء العلماء من تبرّم من هذا العمل فإننا نتفهم ما لاقوه من أتعاب عند إعداد قائمات وجداول أصناف الحديث الضعيف، لكننا نرى أنه كان بإمكانهم تجنب هذه الصعوبات لو استعاضواعن إعداد القائمات بتوظيف الصيغ الرياضية للتحليل التوافيقي، خاصة وأن أغلبهم قد عاش بعد القرن الثالث عشر أي بعد من كانت لهم أهمّ المساهمات في تأسيس وتطوير هذا المجال العلمي كما رأينا في بداية مقالنا، أي في عصرٍ قَطَع فيه هذا الفرع من

الرياضيات أشواطا كبيرة وطالت تطبيقاته مجالات شتّى، ولنا في شهادة الدمنهوري خير دليل على ما نقول (إذ كتب بأن طريقة التفاضل والتكامل هي أيسر الطرق في بيان تلكم الأقسام بالطريقة الحسابية). أما من جهة حكمهم بعدم جدوى هذا العمل، فإننا نردّه إلى انسداد آفاق توظيفه في أمر ما، وحدوث ذلك جائز لفترة قد تطول، لكن عدم القدرة الشخصية على الاستغلال الآني أو على تبسيط قواعده وتصوّر مجالات مستحدثة لتوظيفه لا يعني تواصل استحالة ذلك على الغير من الخلفاء أو حتى من نفس الجيل والأمثلة على ذلك كثيرة: الخليل بن أحمد والمعجمية، نصير الدين الطوسي ونظرية الفيض، الكرجي والسموأل والجبر، باسكال وبرنولي وحساب الاحتمالات ...كلها أفكار لم تكن وليدة لحظتها ولم يكن أصحابها يتصورون أن تصبح لها تطبيقات هامّة ولا أن تكون سببا في تخليد أسمائهم.

الخلاصة

لقد أسفرت البحوث في تاريخ الرياضيات العربية المُجْراة خلال النصف الثاني من القرن العشرين عن رفع الحجاب عن الكثير من الحقائق حول التطوّرات التي شهدها التحليل التوافيقي في بلاد الإسلام. ولقد مثل هذا المقال فرصة أبرزنا من خلالها تنوّع تطبيقاته إذ أنها طالت مجالات معرفية متعدّدة، قد يصعب للوهلة الأولى تصوّر وجود رابط بينها، كصنعة المعاجم والفلسفة النظرية (وإن لم نعرّج عليها في هذا المقال) وعلم الحساب والجبر وأخيرا وليس آخرا علم الحديث.

تتبعنا تطور هذا الفرع من الرياضيات منذ ظهوره على يد اللّغويين في صيغته البدائية ووقفنا على توصّلهم إلى استنباط البعض من قواعده حدسيا وتوظيفهم لها في صنعة المعاجم. من بعدهم، تصدّر المشهدَ المنتسبون إلى تيار الجبر الحسابي فسعَوْا إلى توظيف حساب التوافيق في الجبر وفي نشر ذات الحدّيْن، تدقيقا، اعتمادا على المثلث الحسابي دون إعطاء هذا المثلث بعدا توافيقيّا، وكذلك في نظرية الأعداد من خلال الأعداد الشكلية وربطها بأعداد التوافيق مثلما جاء في أعمال الفارسي. هذا ما كان يجري في بلاد الشرق الإسلامي.

أما بخصوص بلاد الغرب الإسلامي التي عرف رياضيوها حساب التوافيق عن طريق أعمال لغويي المشرق خلال بدايات القرن الثالث عشر ميلادي، فقد توقّفنا مطوّلا عند أعمال علَمَيْن من بين هؤلاء العلماء، وهما ابن منعم وابن البنا، لدسامة إضافة كل منهما لهذا المجال الرياضي. ورأينا كيف أثْرَت هذه الأعمالُ التحليلَ التوافيقي شكلا ومضمونا، إذ تسنى لنا الاطلاع، علاوة على ما أُسْتُحدِث من قواعد وما رافقها من براهين، على تطبيقات متعدّدة للحساب التوافيقي في حقول من خارج الرياضيات.

فكان من نتائج هذه الإضافات الارتقاءُ بحساب التوافيق من أداة جرى توظيفها في حل مشاكل بعض المعارف إلى مبحث قائم بذاته تُنْجز فيه البحوث وتصنّف فيه الكتب وتوضع فيه التمارين، حيث أعطى ابن منعم لأول مرة، المثلث الحسابي صبغة توافيقية بحتة، وأرسى ابن البنا تقليداجديدا في تفسير الأعداد الشكلية وتوظيفها.

لقد خلصْنا إلى هذه الاستنتاجات من خلال ما تجلى من توظيف طرق التفكير التوافيقي عند طرح بعض المسائل وتحرير حلولها، ومن خلال ولادة مصطلحات جديدة دعا إليها سدّ بعض حاجيات المجال اللغوي، وابتكارها نَموذج تحوّل إلى أداة تعمل على الكائنات الرياضية.

المراجع

الكتب

1. أبو جعفر أحمد بن إبراهيم بن منعم العبدري، فقه الحساب، تقديم وتحقيق أحمد جبار

2. أبو جعفر أحمد بن إبراهيم بن منعم العبدري، فقه الحساب، تقديم وتحقيق إدريس المرابط، دار الأمان، الرباط 2006

3. أبو زكريا الأنصاري، فتح الباقي بشرح ألفية العراقي، دار ابن حزم 1999م، الطبعة الأولى

4. ابن البنّاء، "رفع الحجاب عن وجوه أعمال الحساب"، وقفية الأمين غازي للفقه القرآني، رابط التحميل:

https://www.quranicthought.com/ar/books/

5. الهادي عبد الرحيم، مساهمة العرب في تطوّر المعرفة العلمية أعمال رشدي راشد في الرياضيات مرجعا، مركز دراسات الوحدة العربية بيروت، ماي 2023،

6. برهان الدين البقاعي، النكت الوفية في شرح الألفية الجزء الأول، مكتبة الرشد، الطبعة الأولى، 2007

7. رشدي راشد، موسوعة تاريخ العلوم العربية، ج3، مركز دراسات الوحدة العربية ومؤسسة عبد الحميد شومان، ط 2، بيروت 2005

8. رشدي راشد، من الخوارزمي إلى ديكارت، مركز دراسات الوحدة العربية ومدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية، ترجمة محمد البغدادي، ط 1، بيروت 2018

9. رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، ترجمة حسين زين الدين، مركز دراسات الوحدة العربية، ط2 بيروت، أيار/مايو 2004

10. عبد الرحمان بن خلدون، مقدّمة ابن خلدون، دار الكتاب العربي بيروت لبنان، ط5، بيروت

11. محمد بن عبد الرحمان السّخاوي، فتح المغيث بشرح ألفية الحديث، تحقيق عبد الكريم بن عبد الله الخضير ومحمد بن عبد الله آل فهيد، مكتبة دار المنهاج للنشر والتوزيع، ط 1، 1426 هـ.

دوريات وأطروحات

1- راوية بنت عبدالله علي جابر،المصطلحات الحديثية بين الاتفاق والافتراق دراسة تحليلية موضوعية، القسم الأول، بحث مقدَّم لنيل درجة الدكتوراه في قسم الشريعة والدراسات الإسلاميَّة، تخصص الكتاب والسنة، كلية الآداب والعلوم الإنسانية جامعة الملك عبد العزيز، جدة . المملكة العربية السعودية، ذو الحجة 1439هـ - أغسطس 2018

2- محمد بن مدحت بن سرايا المطوعي، تحقيق نهاية التَّعريف بأقسام الحديث الضعيف - أحمد بن صيام الدمنهوري، مجلة التراث النبوي، العدد 9، السنة الخامسة، المجلد الأول، محرم 443 هـ

3- Ahmed Djebbar, Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII è – XIV èsiècles, Publications mathématiques d'Orsay n° 81-02. Paris

4- Ahmed Djebbar, *L'analyse combinatoire au Maghreb*, L'exemple D'IBN MUN^{C}IM. (XIIe - XIIIe s.), Publications mathématiques d'Orsay n° 85-02. Paris.

5- Ahmed Djebbar, Mathématiques et société : Un exemple de pratiques combinatoires en sciences de Hadith,13ème colloque international sur l'histoire des mathématiques arabes (COMHISMA) Tunis 2018, Actes du colloque, Mahdi Abdeljaouad & Hmida Hedfi (EDITEURS).

6- Mohamed Aballagh,- Premier colloque international sur l'histoire des mathématiques arabes (COMHISMA) Alger 1986, Histoire des mathématiques arabes, Actes du colloque, La maison des livre Alger 1988.

دراسات ومقالات إلكترونية

1. سيف الدين التومي وفؤاد نفطي، مبرهنة فاندرموند Vandermonde في الرّياضيات العربية، مجلة المخاطبات، العدد 32 أكتوبر 2019

2. ابن فلوس، إعداد الأسرار في أسرار الأعداد، تحقيق وتعليق سيف الدين التومي

3. رشدي راشد، التحليل التوافيقي والميتافيزيقا : ابن سينا والطوسي والحلبي، بيروت 2007،

4. مهدي عبد الجواد، إبراهيم بن مصطفى الحلبي (توفي 1191هـ/1776 م) : عالم مجهول في الرياضيات، جامعة تونس

5. Abdelmalek Azizi, Les mathématiques au Maroc.

6. Mahdi Abdeljaoued, Quelques éléments d'histoire de l'analyse combinatoire, Journées Nationales de l'ATSM 2003.

Rashed Roshdi, *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, Les Belles Lettres, Paris, 1984.

Rashed Roshdi & Djebbar Ahmed, *L'œuvre algébrique d'al-Khayyam*, établie, traduite et annotée, university of Aleppo, Alep, 1981.

Turner Laura, *Cultivating Mathematics in an International Space: Roles of Gösta Mittag-leffler in the Development and Internationalization of Mathematics in Sweden and Beyond 1880-1920*, PhD, Aarhus Universitet, Aarhus, 2011.

Verdier Norbert, « Les journaux de mathématiques dans la première moitié du XIX^{e} siècle en Europe », *Philosophia scientiae*, 13 (2) (2009), 97-126.

Verdier Norbert, *Le Journal de Liouville et la presse de son temps : une entreprise d'édition et de circulation des mathématiques au XIX^{e} siècle (1824-1885)*, thèse de doctorat de l'université Paris-Sud 11, 2009.

Verdier Norbert, « Qui est le mathématicien et historien des mathématiques Franz Wöpcke (1826-1864) ? Qu'écrit-il ? Et où ? » *in* 18th November tagung on the History, Philosophy & Didactics of Mathematics (1 November 2007-4 November 2007), *Mathematical Practice & Development throughout History*, Edited by Ingo Witzke, Logos Verlag Berlin, Berlin, 2009, 257-269.

Verdier Norbert, « Traduire les sciences arabes au XIX^{e} siècle : traducteurs, traductions et modalités de transmissions », *Al Mukhatabat*, 7 (2013).

Verdier Norbert, « Éditer puis vendre des mathématiques avec la maison Bachelier (1812-1864) », *Revue d'histoire des mathématiques*, 19 (2013), 79-145.

Sources sitographiques

Cirmath (Circulations des mathématiques dans et par les journaux) : https://cirmath.hypotheses.org

Les procès-verbaux du bureau des longitudes : http://bdl.ahp-numerique.fr

Bret Patrice, avec la collaboration de Verdier Norbert, « Sciences et techniques » *in* [Chevrel, D'hulst & Lombez, 927-1007].

Charrette François, *Orientalisme et histoire des sciences : l'historiographie européenne des sciences islamiques et hindoues, 1784-1900*, Université de Montréal, master d'histoire, Montréal, 1995.

Chevrel Yves, D'hulst Lieven & Lombez Christine, *Histoire des traductions en langue française*, XIX^{e} siècle, éd. Verdier, Lagrasse, 2012.

Gérini Christian, *Les Annales de Gergonne : apport scientifique et épistémologique dans l'histoire des mathématiques*, éditions du Septentrion, Villeneuve d'Ascq, 2002.

Gispert Hélène, « La correspondance de G. Darboux avec J. Hoüel, Chronique d'un rédacteur (déc. 1869 – nov. 1871) », *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire de mathématiques fondamentales, École pratique des hautes études, 1^{e}section, sciences mathématiques, 67-202.

Gispert Hélène, « Les journaux scientifiques en Europe », *in* Blay, Michel & Nicolaïdis Efthymios (dir.) *L'Europe des sciences, constitution d'un espace scientifique*, Le Seuil (2001), Paris, 191-211.

Goody Jack, *The Theft of History*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

Greber Jules-Henri & Verdier Norbert, « Les publications des sociétés savantes locales comme vecteur de circulation mathématique dans la France du XIX^{e} siècle », *sous presse*.

Jongmans François & Seneta Eugène, « Bruges, pépinière de mathématiciens », *Mathématique & Pédagogie*, 127 (2000), 37-50.

McIntosh Fiona, avec la collaboration de Rosario Maria Del, Rubio Alvarez, Jenn Ronald & Picherot Émilie, « Historiens », paragraphe 5 « Domaine arabe », *in* [Chevrel, D'hulst & Combez, 2012, 855-862, 913-917 & 923-926].

Neuenschwander Erwin, « Joseph Liouville (1809-1882) : Correspondance inédite et documents biographiques provenant de différentes archives parisiennes », *Bolletino di Storia delle Scienze Matematiche*, IV (fasc. 2), (1984), 55-132.

Neuenschwander Erwin, « Les journaux mathématiques », in Grattan-Guiness, Ivor (Ed), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, Routledge, Londres/New-York, 1994, 1533-1539.

Plantade François, *Jules Houël et la circulation des mathématiques dans la seconde moitié du XIX^{e} siècle : les réseaux français et européens d'un universitaire de province*, thèse, sous la direction d'Évelyne Barbin, université de Nantes, 2018.

Pouillon François (sous la direction de), *Dictionnaire des orientalistes de langue française*, Éditions Karthala, Paris, 2008.

Marre Aristide, « Du binôme de Newton, antérieurement à Newton », *Nouvelles annales de mathématiques*, I, 5 (1846), 488-496.

Marre Aristide, « Khélasat al Hisab ou essence du calcul de Behâ-eddin Mohammed ben al-Hosaïn al-Aamouli, traduit d'après la version allemande de Nesselmann publiée à Berlin en 1843 », *Nouvelles annales de mathématiques*, I, 5 (1846), 263-323.

Marre Aristide, *Kholâcat al hissâb ou quintessence du calcul par Behâ-eddîn al Aamoulî*, traduit et annoté par Aristide Marre, deuxième édition, Imprimerie des sciences mathématiques et physiques, Rome, 1864.

Marre Aristide, « Le Talkhys d'Ibn Albannâ traduit », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, II, 10 (1865), 117-134.

Marre Aristide, « Note sur trois règles de multiplication abrégée, extraites du *Talkhys amâli al hissàb* », *Nouvelles annales de mathématiques*, II, 18 (1879), 260-265.

Marre Aristide, *Notice sur les travaux scientifiques et littéraires de M. Aristide Marre : chargé du cours de malais et de javanais à l'Ecole spéciale des langues orientales vivantes de Paris, etc.*, imprimerie de J. Eloy, Arras, 1911.

Marre Aristide & Wöpcke François, *Introduction au calcul Gobârî et Hawâî, traité d'arithmétique traduit de l'arabe par François Woepcke et précédé d'une notice de M. Aristide Marre sur un manuscrit possédé par M. Chasles et contenant le texte arabe de ce traité*, extrait des *Atti del'Accademia pontificia de Nuovi Lincei*, XIX (1865-1866), séance VII du 3 juin 1866, 360-383.

Nouvelles annales de mathématiques, I, 13 (1854).

Procès-verbaux du Bureau des longitudes, 23 juillet 1834.

Sédillot Louis Pierre Eugène Amélie, *Histoire des Arabes*, L. Hachette et Cie, Paris, 1854.

Terquem Olry, « Annonce », *Nouvelles annales de mathématiques*, I, 5 (1846), 112.

Terquem Olry, « Théorème de Fermat et manuscrit arabe », *Nouvelles annales de mathématiques*, I, 9 (1850), 386-392.

Wöpcke Franz, *Études sur les mathématiques arabo-islamiques*, Institut für der Arabisch-Islamischen Wissenschaft en an der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankurt am Main, 1986.

Sources secondaires

Aïssani Djamil, « Le mathématicien Eugène Dewulf (1831–1896) et les manuscrits médiévaux du Maghreb », *Historia Mathematica*, 23 (1996), 257 – 268.

Berthou Laurence, « L'enquête sur les poésies populaires de la France à travers la contribution d'un inspecteur primaire : Eugène-Aristide Marre » *in Littératures de Bretagne : mélanges offerts à Yann-Ber Piriou*, sous la direction de Favereau Francis & Le Bihan Hervé, Presses universitaires de Rennes, Rennes, 2006, 127- 136.

Bibliographie

Sources archivales

Fonds Houël et Darboux : archives de l'Académie des sciences (Paris) et bibliothèque de l'Institut de France (Paris)[18].

Fonds Wöpcke : bibliothèque de l'Institut de France (Paris) [mss 2233-2240][19].

Sources primaires

Alkhayyami Omar, *L'algèbre d'Omar Alkhayyami*, publiée, traduite et accompagnée d'extraits de manuscrits inédits, par M. F. Woepcke, docteur agrégé à l'Université de Bonn, membre de la Société asiatique de Paris, Firmin Didot, Paris, 1851.

Amondieu Joseph-Louis-Adrien, « Notice sur le calcul des probabilités », *Annales de la Société royale académique de Nantes et du département de la Loire-Inférieure*, 2 (1831), 139-152.

Chasles Michel, « Sur l'enseignement de la géométrie supérieure. Discours d'introduction au Cours de Géométrie supérieure fondé à la Faculté des Sciences de l'Académie de Paris », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, I, 12 (1847), 1-40.

Chasles Michel, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science la dualité et l'homographie*, troisième édition conforme à la première, Gauthier-Villars, Paris, 1889.

Le Géomètre, année 1836.

Dugat Gustave, *Histoire des orientalistes de l'Europe du XII^e^ au XIX^e^ siècle précédée d'une esquisse historique des études orientales*, Maisonneuve et Cie, Paris, 1868.

Kummer Ernst Eduard, « Théorie générale des systèmes de rayons rectilignes », *Nouvelles annales de mathématiques*, II, 1 (1862), 31-41 & 82-102.

Marre Aristide, « Théorème sur le triangle inscrit dans un cercle », *Nouvelles annales de mathématiques*, I, 3 (1844), 317-318.

---

[18] Il existe une importante correspondance entre Darboux et Houël, constituée de 426 lettres de Darboux à Houël (fonds « Darboux » aux Archives de l'Académie des sciences) et de 31 de lettres de Houël à Darboux (fonds « Houël » à la Bibliothèque de l'Institut de France). Une partie a été étudiée par Hélène Gispert [Gispert, 1987]. D'autres lettres figurent dans [Neuenschwander, 1984, 76-110]. Plus récemment, François Plantade, dans sa thèse consacrée à Houël, a beaucoup mobilisé cette correspondance et a découvert de nombreux et précieux autres documents archivistiques [Plantade, 2018].

[19] Ce fonds est constitué de manuscrits, de notes de voyages et personnelles (cahiers de compte) et de correspondances. Nous avons proposé un inventaire dans [Verdier, 2009, 269].

avons exposé n'est que la partie « visible » de leurs travaux ; de nombreuses questions restent sans réponse faute de documentation. Ainsi, le cas de Dewulf mis à part, nous ignorons assez largement leur mode d'apprentissage de la langue arabe. Se sont-ils appuyés sur des collaborateurs pour traduire les textes ?

Notre étude relève délibérément des positions relevant de l'histoire qualifiée de « globale », « connectée » ou « croisée », bref de ces histoires ne réduisant pas l'histoire du monde à « l'ascension de l'Ouest et l'occidentalisation du reste » pour reprendre une expression de l'anthropologue Jack Goody, qui nous invite à décentrer le regard pour que l'histoire ne soit pas « confisquée » par les Occidentaux [Goody, 2006]. Les regards de Sédillot, Marre et Wöpcke ainsi que les démarches de Dewulf ont été, en leur temps, autant d'initiatives rompant avec l'eurocentrisme ambiant.

Bijāya et rédigé par Ibn Ḥammād (1150-1230), descendant direct des princes hammadites. Après avoir effectué des recherches en Allemagne, en Italie et en France, Dewulf affirmait dans une correspondance datée de 1865 qu'il était sur le point de le retrouver dans une ancienne école kabyle, dans la *zāwiya* de Chellata. À cette époque, Dewulf avait laissé de côté ses travaux de géométrie pour se consacrer à la recherche des manuscrits de mathématiques. Dans une correspondance à Luigi Cremona (1830-1903), rédacteur des *Annali di matematica* – une des revues mathématiques de référence dans la seconde moitié du siècle –, il demande à présenter les manuscrits retrouvés. Malheureusement, la liste (des manuscrits) jointe à la lettre n'a pas été retrouvée dans les archives. Il est probable qu'elle ait été envoyée au prince Baldassarre Boncompagni (1821-1894), fondateur et éditeur *du Bullettino di bibliografia e di storiadelle scienze matematiche e fisiche*. Dewulf s'inscrit dans la tendance relevée par Fiona McIntosh et ses co-auteurs lorsqu'elle écrit : « Pour ce qui est du domaine arabe, la seconde moitié du siècle continue d'accorder une place éminente à la thématique nord-africaine, encouragée par la colonisation et par l'établissement de sociétés savantes en Algérie. L'archéologie et l'étude des lettres anciennes restent les modèles pour les traducteurs d'ouvrages d'histoire[17]. » [McIntosh & *alii*, 2012, 913]

Conclusion, ou décentrer pour mieux appréhender

La presse mathématique fait jaillir trois noms à propos des traductions des sciences arabes : Louis-Amélie Sédillot, Franz Wöpcke et Aristide Marre. Sédillot est un héritier au sens où il prolonge l'œuvre de son père ; les deux autres maîtrisent à la fois les mathématiques et les langues orientales. Nous avons également insisté sur les activités extra-professionnelles d'Édouard Dewulf dans sa quête de manuscrits anciens, en Algérie. L'historiographie consacrée au courant dit « orientaliste » est étoffée en ce qui concerne les arts et les lettres, mais elle est peu développée en matière de sciences et, *ipso facto*, de mathématiques. En présentant des acteurs et des parcours oubliés, nous cherchons à montrer la variété des pratiques en mathématiques au XIX^e^ siècle et plus précisément à mieux cerner les phénomènes de circulation entre les sciences dites « arabes », c'est-à-dire produites en langue arabe, et les sciences « européennes » ou occidentales. Ce que nous

[17] Les auteurs du *Dictionnaire des orientalistes de langue française* [Pouillon, 2008] ont également relevé l'apport de plusieurs acteurs dans l'étude de manuscrits anciens comme ceux de Charles Alphonse Léon Renier (1809-1895) en tant qu'épigraphiste spécialiste des inscriptions latines d'Afrique du Nord [*Ibid.*, 815-816] et du médecin militaire et historien de la médecine arabe Lucien Leclerc (1816-1893) [*Ibid.*, 576-577].

ANNONCE.

—

M. Aristide Marre, connu de nos lecteurs (voy. t. III, p. 317), et qui s'applique avec ardeur à l'étude des mathématiques et des langues orientales, est occupé à traduire l'ouvrage classique de Boha-Eddin sur l'algèbre, qui donne une idée de l'état de cette science au douzième siècle. Nous en enrichirons les *Nouvelles Annales*. Il est à désirer que ce jeune homme, soldat au 71ᵉ de ligne, soit bientôt entièrement rendu aux lettres, où il pourrait aussi rendre au pays un genre de service qu'on ne saurait trop encourager, surtout depuis que nos relations avec l'Orient prennent de jour en jour plus d'importance. Tm.

Illustration 4 : Marre ou l'*ardeur à l'étude des mathématiques et des langues orientales* [Terquem, 1846]

Édouard Dewulf (1831-1896), ou la vaine quête d'un manuscrit d'Ibn Hammad (1150-1230)

Un autre acteur de la presse mathématique française attire l'attention, même s'il n'a laissé aucun article relevant de notre thématique : il s'agit d'Édouard Dewulf. La conquête française de l'Algérie avait d'emblée suscité de nombreuses vocations d'arabisants et d'archéologues s'employant à noter des inscriptions et décrire des ruines romaines, et ce fut le cas de Dewulf [Aïssani, 1996]. Entré à l'École polytechnique en 1851, il séjourna en Algérie à plusieurs reprises en 1856, 1861 et 1871 en tant qu'officier de l'armée française au service de la colonisation. Militaire et ingénieur, il était aussi féru de mathématiques. Lycéen, il avait contribué aux *Nouvelles annales de mathématiques* en participant à la rubrique questions/réponses ; il y écrivit, plus tard, des articles et y traduisit – à la demande de Terquem – un texte d'Ernst Kummer (1810-1893) [Kummer, 1862]. En Algérie, Dewulf apprit l'arabe et s'intéressa activement aux manuscrits médiévaux de Bougie. Nous possédons de nombreuses correspondances éclairant pragmatiquement son séjour algérien.

Nous savons ainsi qu'il a notamment participé à la véritable aventure intellectuelle du XIXᵉ siècle dont l'objectif était de retrouver le manuscrit sur l'histoire du Maghreb intitulé *al-Nubda al-muḥtāja fī akhbār mulūk Ṣanhāja bi-Ifrīqīyā wa-*

livre, à Rome [Marre, 1864]. C'est aussi à Rome et en 1864 qu'il fait paraître sa traduction du *Talkhīṣ a'māl al-ḥisāb* d'Ibn al-Bannā', dont il publie des extraits dans le *Journal de Liouville* en 1865 [Marre, 1865], puis tire en 1879 une « Note sur trois règles de multiplication abrégée » dans les *Nouvelles annales de mathématiques* [Marre, 1879]. Marre a su utiliser toutes les possibilités offertes par la presse mathématique française et européenne, mais aussi par des publications périodiques comme le *Journal asiatique*, pour faire connaître ses productions[14].

Sa notice sur ses travaux scientifiques et littéraires [Marre, 1911] et le fonds d'une cinquantaine d'ouvrages qu'il a légués à la bibliothèque du Prytanée de La Flèche, son ancien collège, montrent l'étendue de l'érudition d'Aristide Marre. Il manque une étude historique sur sa vie et ses multiples contributions. Au niveau de la problématique de cet article, insistons sur l'importance que lui accordaient ses contemporains pour la traduction des mathématiques arabes dans le dernier tiers du siècle. Ainsi, en 1866, c'est Marre qui écrit une notice sur un manuscrit appartenant à Chasles, contenant une *Introduction au calcul Gobârî et Hawâî* et traduit par Wöpcke [Marre &Wöpcke, 1866]. Plus tard, Guillaume Jules Houël (1823-1886)[15] et Gaston Darboux (1842-1917) échangent de nombreuses correspondances à propos de la gestion éditoriale du *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* qu'ils ont fondé en 1870[16]. Houël conseille le 13 janvier 1875 : « Si vous pouviez avoir quelque traduction de l'arabe, en vous adressant à Aristide Marre, par exemple, cela ferait très bon effet, et il a là des choses bien intéressantes à connaître » [Houël, AAS, Lettre n°23]. Marre ne publie pas de texte dans le *Bulletin* : a-t-il été sollicité par Darboux ? Plus tard, en 1880, il publie deux textes, mais ils ne concernent pas les sciences arabes. Les propos de Houël sur Marre sont presque l'écho de ceux de Terquem qui, en 1846, annonçait et encourageait la riche production à venir de Marre dans les *Nouvelles annales* [Illustration 4] au moment même où, explicitait-il, « nos relations avec l'Orient prennent de jour en jour plus d'importance » [Terquem, 1846].

---

[14] Son ouverture sur l'autre ne se cantonne pas à l'étude des sciences arabes. Un temps inspecteur d'écoles dans le primaire en Bretagne, il a joué un rôle fondamental sur la connaissance des poésies populaires bretonnes et leur insertion, par des publications, dans le patrimoine culturel [Berthou, 2006]. Après son passage en Bretagne, c'est en tant que spécialiste du malais et du malgache qu'il devient chargé de cours à l'École des langues orientales vivantes et membre de la Société asiatique de Paris.

[15] Dans les textes, nous trouvons plusieurs formes d'écriture pour le nom « Houël » comme « Hoüel » ou « Houel ». Nous privilégierons la forme « Houël », sauf quand il s'agit d'une citation : là, nous respecterons la forme utilisée.

[16] Hélène Gispert, en publiant et en étudiant cette correspondance entre 1869 et 1871 [Gispert, 1987], a pu préciser le contexte éditorial et mathématique de lancement du *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* [Fonds Houël & Darboux, AAS].

lui écrit en 1860 : « Veuillez me faire le plaisir de venir dîner. Vous trouverez M. Bienaymé avec qui vous parlerez grec, arabe, etc.[12] » [Wöpcke, BIF, MS 22 36]. Les articles de Wöpcke publiés dans le *Journal de Liouville* sont d'ailleurs marqués par cette sociabilité scientifique dans laquelle il évolue. Wöpcke appuie, par exemple, certains de ses articles sur des cours de Chasles auxquels il assiste en Sorbonne. Chasles ne publie presque plus pour le *Journal de Liouville*, mais, par Wöpcke, certaines de ses remarques géométriques sont publiées. De santé fragile, Wöpcke décède à trente-huit ans, en 1864.

Aristide Marre (1823-1918), ou l'ardeur à étudier les mathématiques et les langues orientales

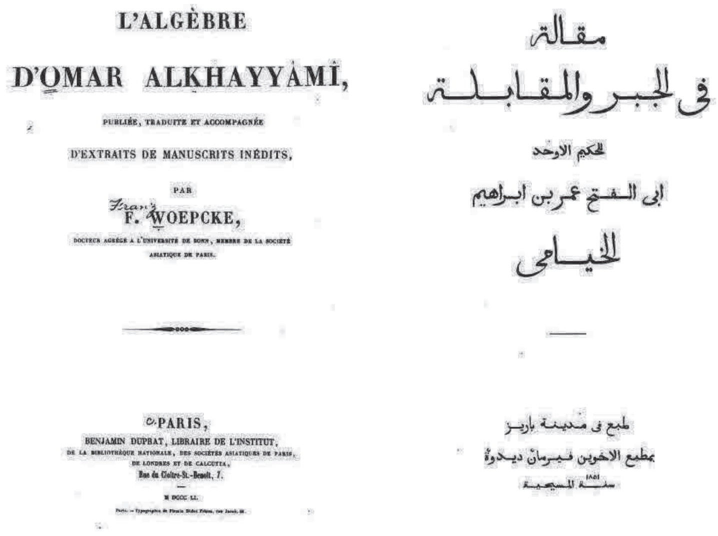
Un autre auteur, Aristide Marre, est particulièrement présent au sein des *Nouvelles annales*. En 1844, il publie en tant qu'élève au collège royal Saint-Louis, à Paris, un court article sur un théorème sur le triangle inscrit dans un cercle [Marre, 1844]. Cet article, dans lequel son nom est orthographié avec un seul r, constitue son « entrée en mathématiques ». Mais c'est surtout tout au long de l'année 1846, alors qu'il est « soldat au 71e régiment », qu'il devient très productif. Presque toutes ses contributions sont relatives à l'histoire des mathématiques et essentiellement marquées par son intérêt pour les mathématiques arabes. L'introduction de son article « Du binôme de Newton, antérieurement à Newton » [Marre, 1846] montre son état d'esprit : « Le théorème de Newton, c'est ainsi qu'on le dénomme ordinairement, n'appartient pas exclusivement à Newton ». Au-delà d'une formule et d'un théorème, Marre ne perçoit pas les mathématiques comme étant le fruit exclusif de la pensée grecque, puis occidentale, mais les insère, au contraire, dans une histoire où d'autres traditions exo-européennes, comme les sciences arabes, sont repérées et étudiées.

En 1846-1847, il travaille sur différentes traductions. C'est dans les *Nouvelles annales de mathématiques* qu'il publie : *Khélasat al Hisab ou essence du calcul de Behâ-eddin Mohammed ben al-Hosaïn al-Aamouli*[13]*, traduit d'après la version allemande de Nesselmann publiée à Berlin en 1843* [Marre, 1846], et ce n'est qu'une vingtaine d'années plus tard qu'il republie ce texte sous forme de

[12] La proximité entre Wöpcke et Bienaymé est confirmée par les correspondances de Bienaymé. Dans une lettre à Quetelet, datée du 25 juin 1861, Bienaymé explique qu'il comptait lui faire passer une lettre par l'intermédiaire de M. Wöpcke,« un Allemand fort savant en Arabe comme en mathématiques » que Quetelet « a eu l'honneur de voir l'année dernière » [Jongmans & Seneta, 2000, 47-48]. Nous remercions François Jongmans (1921-2014) pour la communication de cet article.

[13] En transcription plus exacte, c'est le *Khulāṣat al-ḥisāb* de Bahāʾal-dīn al-ʿĀmilī (1547-1621).

non signé [*Nouvelles annales de mathématiques*, I, 13 (1854), 148-157]. Il souligne l'importance des travaux de Wöpcke, et aussi de ceux de Sédillot, qui consistent à étudier, dans le texte, la science arabe. À Sédillot, qui précise que les sciences arabes ne doivent pas être dénigrées au profit des sciences chinoises ou indiennes, Terquem répond que « le génie n'est pas une fonction des coordonnées de l'espace et du temps ; pour se manifester, il n'a besoin que de circonstances favorables » [*Nouvelles annales de mathématiques*, I, 13 (1854), 156]. Terquem termine son texte en regrettant que les forces intellectuelles du pays – celles d'un Wöpcke ou d'un Sédillot – ne soient pas utilisées avec plus d'acuité en offrant des postes dignes de ce nom à ces savants. En effet, Wöpcke est revenu à Berlin en 1856 en tant que premier professeur de mathématiques du lycée français de Berlin, mais décide de revenir à Paris en 1858 pour y continuer ses études de textes arabes. Malgré les difficultés matérielles qu'il y rencontre, il ne cesse d'étudier les manuscrits arabes, à Paris, mais également à Oxford.


L'ALGÈBRE

D'OMAR ALKHAYYÂMÎ,

PUBLIÉE, TRADUITE ET ACCOMPAGNÉE

D'EXTRAITS DE MANUSCRITS INÉDITS,

PAR

Franz

F. WOEPCKE,

DOCTEUR AGRÉGÉ À L'UNIVERSITÉ DE BONN, MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ASIATIQUE DE PARIS.

PARIS,

BENJAMIN DUPRAT, LIBRAIRE DE L'INSTITUT,

DE LA BIBLIOTHÈQUE NATIONALE, DES SOCIÉTÉS ASIATIQUES DE PARIS,

DE LONDRES ET DE CALCUTTA,

Rue du Cloître-St.-Benoît, 7.

M DCCC LI.

مقالة

في الجبر والمقابلة

للحكيم الاوحد

ابي الفتح عمر بن ابراهيم

الخيامي

طبع في مدينة باريز

بمطبع الاخوين فيرمان ديدوة

سنة ١٨٥١ المسيحية

Illustration 3 : pages de titre en français et en arabe de l'édition de l'*Algèbre* d'al-Khayyām par Wöpcke (1851)

L'étude des lettres de Wöpcke montre qu'à la fin des années 1850, il devient un intime du milieu mathématique parisien. Il est invité régulièrement chez les Liouville pour venir « prendre un thé », pour « passer la soirée », pour venir retirer un article allemand que « Madame Liouville tiendra à [sa] disposition », etc. [Wöpcke, BIF, MS 2236, n°122 131]. Il fréquente aussi le domicile de Chasles, qui comme Sédillot, étudient les mathématiques arabes, afin qu'elles deviennent un sujet d'étude et non plus uniquement une part de la « science occidentale » pour reprendre une expression de Roshdi Rashed, qu'il emprunte lui-même à E. G. Forbes [Rashed, 1984]. Chasles aide autant qu'il le peut le jeune Wöpcke pour venir étudier à Paris. Le 18 novembre 1850, il écrit en sa faveur l'attestation suivante :

> Ayant eu connaissance, par des communications successives, depuis deux mois des travaux scientifiques auxquels se livre Mr Woepcke avec autant d'ardeur que d'intelligence, et qui ont pour objet principalement l'étude des manuscrits arabes qui traitent des différentes parties des mathématiques, j'estime que ces recherches peuvent faire espérer des résultats utiles à l'histoire et à la science elle-même et qui feront honneur à Mr Woepcke. Plusieurs de ces résultats offrent déjà un véritable intérêt ; et il serait à regretter vivement que des travaux qui ont exigé de longues études préparatoires et qui demandent de la continuité, fussent interrompus. [Woepcke, BIF, MS 2234].

D'autres soutiens proviennent de Bienaymé [Wöpcke, BIF, MS 2235], de Borchardt [Wöpcke, BIF, MS 2235], etc. Les travaux de Wöpcke s'insèrent dans une mouvance qui étudie les mathématiques en tant que mathématiques et non en tant qu'intermédiaires d'accès aux mathématiques grecques ([Rashed, 1984, 7-13 & 301-318], [Charette, 1995]). Wöpcke n'intervient pas seulement dans le *Journal de Liouville*, mais aussi dans les *Nouvelles annales*. En 1854-1855, il n'y signe pas moins d'une dizaine de contributions. Wöpcke, le « savant géomètre arabiste », est également régulièrement encensé par Terquem. En 1850, ceui-ci cite abondamment les travaux de Wöpcke dans sa note « Théorème de Fermat et manuscrit arabe » [Terquem, 1850]. Terquem rend compte de ses travaux publiés dans le *Journal de Crelle* à propos d'un manuscrit d'al-Khayyām (orthographié Alkhayyami). Il souhaite la publication en français d'une traduction d'al-Khayyām et demande à ce que Woepke puisse venir à Paris, lui qui, selon Terquem, « possède les sciences de calcul, comprend l'idiome arabe, et écrit avec clarté notre langue » [*Ibid.*].

La traduction d'al-Khayyām par Wöpcke paraît en 1851 [Alkhayyami, 1851] ; c'est la première traduction en Europe de ce texte [Illustration 3]. Le fonds Wöpcke permet d'affirmer qu'elle a été tirée à 450 exemplaires, ce qui constitue un excellent tirage pour l'époque[11]. En 1854, Terquem en publie un long compte rendu

[11] Elle a été un modèle pour la traduction en langue anglaise et a servi de base à la nouvelle traduction française proposée, en 1981, par Roshdi Rashed et Ahmed Djebbar [Rashed & Djebbar, 1981].

Bachelier. Ses publications y occupent une place de choix : *L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmî, publiée, traduite et accompagnée d'extraits de manuscrits inédits (1851)* ; *Extrait du Fakhrî, traité d'algèbre, par Abou Bekr Mohammed ben Alhaçan Alkarkhî*[10]*, précédé d'un mémoire sur l'algèbre indéterminée chez les Arabes* (1853) ; « Discussion de deux méthodes arabes pour déterminer une valeur approchée de sin 1° » (1854, avec une addition à cet article la même année) ; « Sur le mot Kardaga et sur une méthode indienne pour calculer les sinus » (1854) ; etc.

Wöpcke, en cette période, devient l'un des auteurs principaux du *Journal de Liouville* et des *Nouvelles annales* ; séparément, il publie, après les avoir annoncés dans les *Comptes-rendus* de l'Académie des sciences, des ouvrages pour les éditions Mallet-Bachelier. Ses travaux inaugurent une nouvelle façon d'appréhender les mathématiques arabes, infléchissant les positions de Michel Chasles (1793-1880). Dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, conçu en 1829 et publié pour la première fois en 1837, Chasles écrivait :

> Cependant, ces mêmes Arabes, après un ou deux siècles, reconnurent leur ignorance, et entreprirent eux-mêmes la restauration des sciences. Ce sont eux qui nous transmirent soit le texte, soit la traduction dans leur langue, des manuscrits qui avaient échappé à leur fureur fanatique. Mais c'est là, à peu près, la seule obligation que nous leur ayons. Car la Géométrie, à l'exception toutefois du calcul des triangles sphériques, resta stationnaire entre leurs mains, leurs travaux se bornant à admirer et à commenter les ouvrages grecs, comme s'ils marquaient le terme le plus élevé et le plus sublime de cette science. [Chasles, 1889, 50]

La date de 1889 pourrait induire en erreur sur les perceptions de Chasles quant aux apports arabes en mathématiques : elle correspond en fait à une troisième édition, conforme à la première. Or depuis bien longtemps, Chasles avait radicalement changé son point de vue. En ouvrant son cours de géométrie supérieure à la Sorbonne fin 1846, il déclarait : « Les Arabes ont fait ce que, dans une brillante mais trop courte carrière scientifique, on pouvait légitimement attendre d'eux, et nous n'avons qu'un regret à exprimer : c'est que leurs ouvrages ne nous soient encore connus que très imparfaitement. »[Chasles, 1847] Son texte est publié l'année suivante dans le *Journal de Liouville*.

À la fin de la première moitié du XIX^e siècle, de nouveaux historiens orientalistes venus d'Allemagne, comme Humboldt et Wöpcke, ou de France,

---

[10] Il s'agit du mathématicien du dixième siècle que l'on appelle aujourd'hui, en général, al-Karajī.

(1803-1869) et Jean-Baptiste Biot (1774-1862), hostiles à l'idée que les savants arabes ont été autre chose que nos intermédiaires d'accès à certains travaux grecs. Pourtant, Sédillot affirme, preuves à l'appui : « On a longtemps prétendu que les Arabes n'avaient fait que copier les Grecs ; l'on ne peut plus maintenant soutenir une semblable thèse sans être taxé d'ignorance et d'erreur. » [Sédillot, 1854, 365] Dugat achève sa notice en soulignant que même si, selon lui, Sédillot n'a pas la reconnaissance qu'il mérite, il a « obtenu les suffrages des princes de la science, A. de Humboldt, Arago, Chasles, Quatremère, etc. » [*Ibid*., 142].

Franz Wöpcke (1826-1864), ou l'historien des mathématiques produites « chez les peuples de l'Orient »

Franz Wöpcke a joué un rôle important dans le *Journal de Liouville* en tant qu'auteur d'articles de géométrie essentiellement, mais aussi en tant que traducteur d'auteurs comme Steiner et Weierstrass ; cependant, ce sont sans doute ses contributions relatives aux mathématiques arabes qu'il faut retenir. Nous avons déjà publié une étude relative à Wöpcke [Verdier, 2009c] en nous appuyant essentiellement sur un important fonds d'archives détenu à la Bibliothèque de l'Institut, à Paris [Fonds Wöpcke] ; n'en retenons que ce qui est relatif à ses études arabo-islamiques republiées – en un seul ouvrage – en 1986 [Wöpcke, 1986].

Après avoir étudié entre 1843 et 1847 les sciences mathématiques et physiques à l'université de Berlin où il obtient son doctorat de philosophie, il étudie de 1848 à 1850 les langues orientales à l'université de Bonn et vient à Paris pour les raisons suivantes :

> Le but qui m'amena à Paris fut de m'y occuper de travaux sur l'histoire des sciences mathématiques chez les peuples de l'Orient. Pour ces recherches Paris m'offrit dans ses riches collections de manuscrits et dans tous les trésors scientifiques de toute espèce qui s'y trouvent accumulés, des ressources précieuses et, à beaucoup d'égards, uniques. Une feuille ci-jointe contient la liste des travaux que j'ai publiés. Je fais observer que l'ouvrage intitulé « Extrait du Fakhrî » a été imprimé à l'Imprimerie impériale aux frais du gouvernement français, et que le mémoire intitulé « Essai d'une restitution de travaux perdus d'Apollonius » a été inséré dans le Recueil des savants étrangers de l'Académie des sciences de Paris. [Wöpcke, BIF, MS 2234].

Tout ce qu'explique Wöpcke est attesté par des documents administratifs. De plus, dans son dossier, il y a un extrait du catalogue de sa maison d'édition, Mallet-

1832, secrétaire du Collège de France et de l'École des langues orientales, succédant ainsi à son père, victime de l'épidémie de choléra. Louis Amélie Sédillot laisse plusieurs ouvrages d'histoire des mathématiques relatifs aux sciences arabes. Dans la préface de son *Histoire des Arabes*, il résume ainsi vingt ans de recherches sur ce sujet :

> En cherchant depuis plus de vingt ans à mettre en lumière les services que les Arabes ont rendus aux sciences et à la civilisation pendant l'intervalle de plusieurs siècles, qui sépare les Grecs d'Alexandrie des modernes, j'ai dû considérer dans leur ensemble les annales de ce peuple si longtemps dédaigné, comparer les matériaux que j'avais moi-même rassemblés, à ceux qu'on avait déjà fait connaître, et jeter les premières bases d'une histoire générale des Arabes, vaste travail qui dépasserait les forces d'un seul homme. [Sédillot, 1854, i]

En 1868, Gustave Dugat (1824-1894) lui accorde une place importante dans son *Histoire des orientalistes de l'Europe du XII^e^ au XIX^e^ siècle* [Dugat, 1868, 131-142]. Rédigée du vivant de Sédillot, cette notice comprend des éléments biographiques ainsi qu'une liste détaillée d'une cinquantaine de « travaux relatifs à l'histoire des sciences mathématiques et à divers sujets d'érudition ». Les travaux de Sédillot sont commentés et mis en contexte ; le plus souvent, les commentaires sont élogieux, mais Dugat formule parfois des objections [Illustration 2].

5. Recherches nouvelles pour servir à l'histoire des sciences mathématiques chez les Orientaux, ou Notice de plusieurs opuscules qui composent le manuscrit 1,104 de la Bibliot. Impériale (faisant partie du tome XIII des Notices et extraits des manuscrits publiés par l'Acad. des Inscriptions et Belles-lettres), — 1837, in-4° avec planches.

C'est dans ce mémoire qu'Am. Sédillot a prouvé que les algébristes arabes étaient allés au-delà des équations du second degré, contrairement à l'opinion de Montucla, historien des mathématiques.

29. Histoire des Arabes. Hachette. — 1854. — 1 vol. in-12. Cet ouvrage dont nous avons rendu compte dans la Revue de l'Instruction publique du 20 juillet 1854, présente l'histoire complète des Arabes depuis leur origine jusqu'à Abd-el-Kader. On y trouve un tableau curieux du mouvement scientifique et littéraire chez ce peuple. On pourrait reprocher à Am. Sédillot de ne pas avoir assez souvent mis à contribution les travaux récents, et de s'être servi quelquefois de documents un peu surannés. Il a, du reste, l'excuse du cadre de son livre.

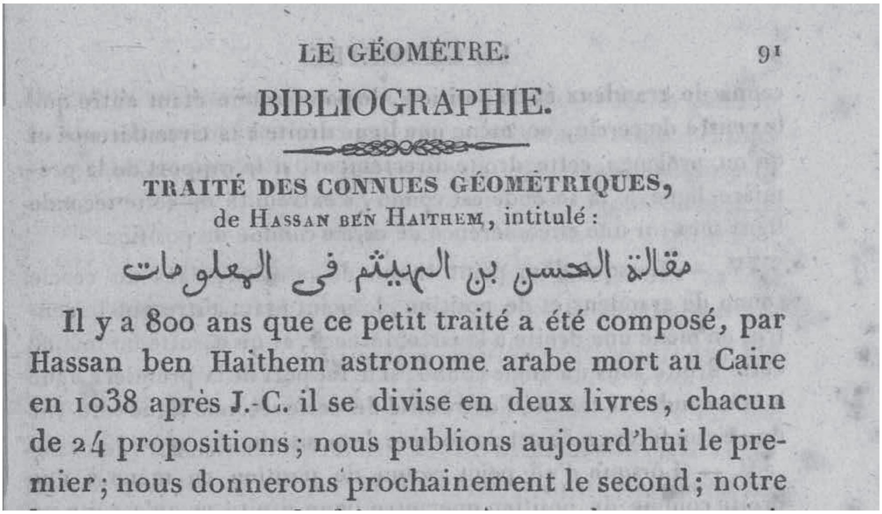
Illustration 2 : deux exemples de critiques des travaux de Louis Amélie Sédillot par Gustave Dugat[9]

La notice de Dugat se termine en exposant les travaux en cours de Sédillot et relate ses déboires académiques, en insistant sur ses oppositions avec Guglielmo Libri

XIII^e^ siècle, releva les positions de 41 villes arabes. On a de lui un important traité d'astronomie, sous le titre *Des commencements et des fins*, dont la première partie, traduite en 1808 par J.-J. Sédillot, a été publiée en 1834 et 1835 sous le titre *Traité des instruments astronomiques des Arabes*, très complet sur la gnomonique et le calendrier arabe. » L'étude exhaustive des procès-verbaux permettrait sans doute de repérer d'autres textes intéressants pour notre étude.

[9] Extrait de [Dugat, 1868, 133 & 137-138].

Haithem [Ibn al-Haytham], avec la mention : « C'est à un jeune orientaliste qui a déjà rendu de grands services à l'histoire des sciences, c'est à M. L. A. Sédillot, professeur d'histoire au collège royal de Saint-Louis que nous devons la traduction des énoncés de propositions qu'on va lire. » Ces articles sont intéressants, car ils annoncent une certaine école orientaliste qui n'envisage plus seulement les mathématiques arabes à travers leur fonction de transmission du savoir grec, mais comme des mathématiques avec leurs spécificités : Sédillot y étudie ainsi une contribution arabedans le texte. Dans les études consacrées à Sédillot et à son rôle dans la traduction des textes scientifiques arabes, ils n'ont pas été repérés.



LE GÉOMÈTRE. 91

BIBLIOGRAPHIE.

TRAITÉ DES CONNUES GÉOMÉTRIQUES,
de HASSAN BEN HAITHEM, intitulé :

مقالة الحسن بن الهيثم فى المعلومات

Il y a 800 ans que ce petit traité a été composé, par Hassan ben Haithem astronome arabe mort au Caire en 1038 après J.-C. il se divise en deux livres, chacun de 24 propositions ; nous publions aujourd'hui le premier ; nous donnerons prochainement le second ; notre

Illustration 1 : traduction des propositions de Ibn al-Haytham par Sédillot dans *Le Géomètre* (1836)

Louis Pierre Eugène Amélie Sédillot est le fils de l'orientaliste et astronome Jean-Jacques Emmanuel Sédillot (1777-1832), qui travailla aux côtés de Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749-1822) et de Pierre Simon de Laplace (1749-1827)[8]. Le fils commença une carrière de professeur d'histoire avant de devenir en

[8] L'étude des *Procès-verbaux du Bureau des longitudes* – désormais numérisés [[Procès-verbaux du bureau des longitudes]] – montre qu'il y a un intérêt certain pour les productions arabes. À titre d'exemple, en séance du 23 juillet 1834, il est précisé : « Le Bureau reçoit le premier volume du *Traité des instruments* d'Aboul Hassan [1] traduit par M. Sédillot père et publié par M. A. Sédillot fils. On adressera à M. Sédillot une lettre de remerciement. M. A. Sédillot joint à cet envoi une lettre dans laquelle il indique quelques recherches qu'il se propose d'entreprendre sur certains points de l'histoire de l'astronomie orientale. Cette lettre < et l'ouvrage > sera renvoyé à l'examen de M. Biot. » [*Procès-verbaux du Bureau des longitudes*, 23 juillet 1834]. La note [1] rédigée par les historiens ayant numérisé les procès-verbaux précise : « Ali Aboul Hassan, astronome marocain du

province sont souvent ignorés des historiens des mathématiques : ce sont pourtant des supports qui ont aussi permis la circulation des mathématiques[5].

Chaque journal de cette première moitié du XIX^{e} siècle est un lieu de sociabilité savante guidé par deux autorités : l'une d'ordre scientifique, représentée par le rédacteur qui décide du contenu, et l'autre d'ordre matériel, représentée par l'éditeur qui le compose et le diffuse[6]. Hélène Gispert résume ainsi la presse mathématique du XIX^{e} siècle : « Pendant tout le siècle, la presse s'est avant tout développée dans les cadres nationaux, même si une des fonctions de ces journaux était d'offrir aux lectorats nationaux une fenêtre sur la recherche mathématique en Europe » [Gispert, 2001]. Dans les dernières années du siècle naissent des projets à visée internationale comme les *Acta Mathematica* lancés par Gösta Mittag-Leffler (1846-1927) [Turner, 2011]. L'ensemble de cette presse mathématique ou « à mathématiques » offre donc un large corpus, permettant de répondre, au moins partiellement, à nos deux questions : « Quels sont les textes arabes et les auteurs qui ont été traduits ? » et « Qui en étaient les traducteurs ? »

Louis Pierre Eugène Amélie Sédillot (1808-1875), ou l'orientalisme de père en fils

Dans les *Annales de Gergonne* et dans les journaux de la première poussée éditoriale, nous n'avons pas relevé de pratiques relatives à la traduction de textes mathématiques arabes. Les premières que nous ayons identifiées sont dans *Le Géomètre.* Lors de son lancement, Guillard annonce les ingrédients qui composeront ce journal[7] : ce seront essentiellement des notes et mémoires, des questions proposées et résolues, des copies du Concours général (devenant, à partir de la sixième livraison, une rubrique à part entière), des examens de l'École de Saint-Cyr et de l'École polytechnique. Le journal contiendra également des correspondances et des annonces. Il annonce enfin une rubrique bibliographique, qui se réduira en réalité à deux articles, signés Sédillot, parus dans la sixième feuille du journal [*Le Géomètre*, 91-95] et dans la treizième feuille [*Le Géomètre*, 200-203]. Ils concernent un *Traité des connues géométriques* de Hassan ben

---

[5] Dans le cadre du projet Cirmath (Circulations des mathématiques dans et par les journaux : histoire, territoires et publics) [[Cirmath]], nous avons rédigé un chapitre avec Jules-Henri Greber (1985-2021) sur la production mathématique dans les sociétés savantes [Greber & Verdier, *sous presse*].

[6] Dans le cas spécifique de la presse mathématique française, un seul éditeur – Bachelier – contribue très majoritairement à l'ensemble des publications [Verdier, 2013].

[7] Pour une analyse exhaustive du *Géomètre*, nous renvoyons à : [Verdier, 2009b, 82-95 ; xx-xxiv & cx cxxv].

Journal de mathématiques pures et appliquées – est lancé par un jeune répétiteur de l'École polytechnique : Joseph Liouville (1809-1882). Ce journal perdure jusqu'aujourd'hui. En 1837, c'est au tour de l'Angleterre de lancer son premier journal de mathématiques : *The Cambridge Mathematical Journal*, rédigé par Duncan Farquharson Gregory (1813-1844) et Robert Leslie Ellis (1817-1859).

Au début des années 1840, on assiste à la mise en place de journaux visant au moins partiellement le public des professeurs de mathématiques. En 1841, à Greifswald, une petite ville universitaire à 200 kilomètres au nord de Berlin, Johann August Grunert (1797-1872) lance la revue *Archiv der Mathematikund Physik mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Lehrer an* Höhern Unterrichtsanstalte*;* elle est rapidement surnommée *Grunerts Archiv*. L'année suivante à Paris, Olry Terquem (1782-1862) et Camille Gérono (1799-1891) fondent les *Nouvelles annales de mathématiques*, sous-titrées *Journal des candidats aux Écoles polytechnique et normale*.

Les mathématiques sont aussi présentes, parfois significativement, dans de nombreuses publications institutionnelles adossées à une institution d'enseignement (*Journal de l'École polytechnique*, *Correspondance sur l'École impériale polytechnique*, *Annales des Ponts et Chaussées*, *Annales du Conservatoire impérial des arts et métiers*, etc.), à une institution de recherche (*Bulletin des sciences de la société philomatique*, *Annales de l'Observatoire impérial de Paris*) ou à une institution savante de province (*Mémoires des sciences, arts et belles-lettres de Dijon*, *Annales de la Société royale académique de Nantes et du département de la Loire-Inférieure*[4], etc.) Beaucoup de ces publications ont été lancées à la fin du XVIII^e^ siècle – à l'exception notable des *Annales de l'Observatoire* fondées en 1855 par Urbain Le Verrier (1811-1877) – et ont traversé le XIX^e^ siècle avec des périodicités variables en fonction des difficultés éditoriales. Parmi toutes les publications précédentes, notons que les mémoires des académies savantes de

[4] Un des acteurs principaux des mathématiques de la Société royale académique de Nantes est Joseph Louis Adrien Amondieu (1795-1849). En 1831, ce professeur au collège royal de Nantes publie dans les *Annales* de cette société une « Notice sur le calcul des probabilités » [Amondieu, 1831]. Il assène en conclusion : « Les observations de M. Laplace sur l'influence des causes constantes pourraient aussi s'appliquer au cas où un peuple serait subjugué par une nation voisine qui en différerait par son langage et ses mœurs. Ce peuple tôt ou tard doit déclarer son indépendance, ou se jeter dans les bras d'un autre état voisin qui lui offrira plus de sympathie, et avec lequel il pourra fraterniser. » Cette référence implicite à la colonisation témoigne peut-être de l'existence d'une certaine réticence, dans des publications provinciales, à la colonisation de l'Algérie.

textes oubliés par l'historiographie traditionnelle. Le XIX^{e} siècle est le siècle de la spécialisation de la presse et nous avons consacré une étude à cette presse spécifique au moins jusqu'aux années 1880 [Verdier, 2009a], en étudiant précisément la période de naissance des premières publications spécialisées en mathématiques. Au début du siècle, nous comptons une seule publication mathématique – les *Annales de mathématiques pures et appliquées* dites « de Gergonne », du nom de son fondateur Joseph-Diaz Gergonne (1771-1859)[3] – alors qu'en fin de siècle, leur nombre s'élève à quelques dizaines. Nous obtenons une explosion similaire si nous élargissons l'étude aux journaux qui acceptent des mémoires de mathématiques. L'ordre de grandeur passe de la dizaine à quelques centaines [Neuenschwander, 1994].

Entre ces deux extrêmes, nous avons identifié plusieurs phases. Une première poussée éditoriale, vers 1823-1826, est repérable avec la fondation de plusieurs journaux : à Paris, le *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques* est mis en place en 1823 par le baron André de Férussac (1766-1836), la *Correspondance mathématique et physique* est lancée en 1825 à Gand, puis à Bruxelles, par Adophe Quetelet (1796-1874) et Jean-Guillaume Garnier (1766-1840), le *Zeitschriftfür Physikund Mathematik* voit le jour à Vienne en 1825 sous l'impulsion des barons Andreas von Baumgartner (1793-1865) et Andreas von Ettingshausen (1796-1878) et, à Berlin, le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* est créé en 1826 par August Leopold Crelle (1780-1855). À l'exception du dernier, qui existe encore, tous les autres furent « éphémères » : leur durée de parution n'excède pas ou que peu la décennie. Tous portent la marque de leur(s) rédacteur(s), ou au moins de celui qui s'impose en pratique lorsqu'il y en a plusieurs : ils sont identifiés respectivement par *Bulletin de Férussac*, *Correspondance de Quetelet*, *Journal de Baumgartner* et *Journal de Crelle*.

Une deuxième poussée éditoriale survient vers 1835-1837. En 1835, les *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences* sont fondés. L'année suivante sont lancés simultanément deux journaux. Le premier – *Le Géomètre* – est mis en place par un professeur au collège royal Louis-Le-Grand : Antoine-Philippe Guillard (1795-1870). Après quelques mois, la publication s'arrête. Le second – le

[3] Les *Annales* furent lancées en 1810 par Gergonne et Joseph-Esprit Thomas de Lavernède (1764-1848) ; au bout de deux ans, Gergonne prit la responsabilité de la publication qu'il tint pendant vingt ans avant de devenir recteur [Gérini, 2002].

mathématiques produites « chez les peuples de l'Orient ». Un autre chapitre, intitulé « Historiens » [McIntosh & *alii*, 2012], est consacré aux traductions des œuvres dites historiques ; il comprend une sous-partie visant les années 1815-1860 et une autre focalisée sur la période 1860-1914. Plusieurs aires géographiques, appelées « domaines », sont étudiées dans chacune des parties : les aires de langue anglaise, allemande, espagnole et arabe [*Ibid.*, 855-862 & 913-917]. Dans la période 1815-1860, l'étude rappelle que l'entrée de la langue arabe dans le marché éditorial en langue française est essentiellement due à la colonisation de l'Algérie, après la prise d'Alger en 1830. On souligne qu'il y a peu de traducteurs en langue arabe : ces traducteurs sont soit des enseignants de l'École des langues orientales, comme Étienne Marc Quatremère (1782-1857), soit des personnes formées à l'arabe pour des raisons liées à leurs fonctions professionnelles, notamment des diplomates. Plusieurs parcours de traducteurs sont proposés et la variété des ouvrages traduits est montrée. Les traductions ne sont pas que le fait d'individus isolés ayant appris pour diverses raisons la langue arabe. Elles s'appuient souvent sur des structures scientifiques, comme la Société historique algérienne, fondée en 1856, ou le *Journal asiatique*, lancé en 1822 par la Société asiatique afin de promouvoir les études orientalistes. Elles s'appuient aussi sur des structures éditoriales, avec la création à Alger, dès le début des années 1830, de maisons d'édition, comme l'Imprimerie du gouvernement. Dans la période 1860-1914, on insiste sur le développement des sociétés savantes, des lieux d'édition et sur une arrivée massive des « traducteurs amateurs » :

> La progression de la colonisation et la mise en place des institutions françaises mettent en contact de nouvelles personnes avec l'arabe et avec l'histoire du monde musulman. Le discours de ces traducteurs amateurs n'est plus alors celui d'érudits formés aux belles-lettres, et la traduction d'ouvrages d'histoire s'apparente à un passe-temps utile ou à une demande officielle. [*Ibid.*, 915]

Dans l'étude qui suit, nous nous appuyons sur différents types de sources (archivales, primaires, secondaires, sitographiques) dont on trouvera les références en fin d'article.

Une presse mathématique et « à mathématiques », au XIX^{e} siècle

Pour appréhender et saisir les phénomènes de traduction, nous avons commencé par mobiliser notre objet de recherche principal qu'est la presse mathématique ou « à mathématiques ». En effet, la presse permet de repérer des

Traduire en français les mathématiques arabes au XIX^{e} siècle : traducteurs, traductions et modalités de transmissions

Norbert Verdier

Unité de recherche « Études sur les sciences et les techniques », université Paris-Saclay

Dans cette contribution, nous nous interrogeons sur la traduction des sciences mathématiques arabes en France au XIX^{e} siècle. Comment appréhender et saisir les phénomènes de traduction ? Quels sont les textes et les auteurs traduits ? Qui en sont les traducteurs ? Telles seront les principales questions structurantes de notre discours[1].

Avant de nous focaliser sur les mathématiques, commençons par nous intéresser à la traduction en français des textes arabes en général. Le troisième volume de l'*Histoire des traductions en langue française* [Chevrel, D'hulst & Lombez, 2012] permet d'en avoir une vision synthétique. Au sein d'un projet qui « se veut une véritable histoire : celle des œuvres traduites, des traducteurs et des actes de traduction en langue française, dans tous les domaines où la traduction a joué un rôle, partout où le français a servi de langue de traduction, depuis l'invention de l'imprimerie jusqu'à nos jours » –, ce volume est consacré à la période 1815-1914. Deux de ses chapitres nous aideront à construire notre propos. L'un d'eux est consacré à la traduction des sciences et des techniques, avec une sous-section consacrée aux mathématiques [Bret & Verdier, 2012]. En mathématiques est souligné le rôle de la presse spécialisée comme entreprise de traduction. Il est insisté sur la diversité et la multiplicité des acteurs impliqués, en mentionnant succinctement le rôle de Franz Wöpcke[2], qualifié « d'historien des

[1] Ce texte est une adaptation d'une précédente étude que nous avons consacrée à ce sujet : [Verdier, 2013]. Nous remercions Pierre Ageron pour sa relecture critique, constructive et bienveillante.

[2] Dans les textes français, le nom « Wöpcke » est souvent orthographié « Woepcke », voire « Woepecke » ; ici, nous utiliserons la première forme sauf lorsqu'il s'agit d'une citation où nous respecterons la forme utilisée.

(Ibn Badr 1916) *Compendio de álgebra* de Abenbéder : texto árabe, traducción y estudio por José Augusto Sánchez Pérez, Madrid, Junta para la Ampliación de Estudios, 1916.

(Ibn Zakariyāʾ) Ibn Zakariyāʾ al-Awsī al-Gharnāṭī, *Ḥaṭṭ al-niqāb baʿda Rafʿ al-hijāb ʿan wujūh aʿmāl al-ḥisāb*, Bibliothèque nationale de Tunisie, manuscrit 561/6.

(Ortega 1552) Juan de [H]ortega, *Tractado subtilissimo d'Arismetica y de Geometria (...) alhora de nuevo emendado con mucha diligencia por Gonçalo Busto*, Séville, Juan Canalla, 1552.

(al-Qalaṣādī 1988) Abū al-Ḥasan ʿAlī b. Muḥammad al-Qurashī al-Qalaṣādī, *Kašf al-asrār ʿan ʿilm ḥurūf al-ġubār*, texte établi et traduit par Mohamed Souissi, Carthage, Maison arabe du livre / Beit al-hikma, 1988.

(Saʿīdān 1986) Aḥmad S. Saʿīdān, *Tārīkh ʿilm al-jabr fī l-ʿālam al-ʿarabī*, vol. 1 : *Algebra in Eastern Islam : study built upon al-Fakhrī of al-Karajī*, Kowait, al-Majlis al-waṭanī li-l-thaqāfa wa-l-funūn wa-l-ādāb, 1986.

(Sánchez Pérez 1914) José Augusto Sánchez Pérez, *Partición de herencias entre los musulmanes del rito malequi, con transcripción anotada de dos manuscritos aljamiados*, Madrid, Junta para la Ampliación de Estudios, 1914.

(al-ʿUqbānī) Saʿīd b. Muḥammad al-ʿUqbānī al-Tilimsānī, *Sharḥ al-Mukhtaṣar fī al-farāʾiḍ li-l-Hūfī*, Bibliothèque nationale de Tunisie, manuscrit 571.

(Woepcke 1853) Franz Woepcke, *Extrait du* Fakhrī*, traité d'algèbre par [al-Karajī]*, Paris, Imprimerie impériale, 1853.

(al-Zanjānī 2022) ʿIzz al-dīn al-Zanjānī*, Balance de l'équation dans la science d'algèbre et al-muqābala*, traduction et édition critique par Eleonora Sammarchi, Paris, Classiques Garnier, 2022.

Bibliographie

(Abū Kāmil 2012) Abū Kāmil al-Miṣrī, *Algèbre et analyse diophantienne*, édition, traduction et commentaire par Roshdi Rashed, Berlin/Boston, de Gruyter, 2012.

(Ageron 2018) Pierre Ageron, النسخ العربية والإسلامية للعبة المؤمنين والكفّار [Les versions arabes et islamiques du jeu des croyants et des infidèles], in : Mahdi Abdeljaouad et Hmida Hmida, *Actes du XIII*[e] *colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*, Tunis, 2018, partie en arabe, p. 33-50.

(Ageron & Hamon 2019) Pierre Ageron et Gérard Hamon, « Le jeu des quinze croyants et des quinze infidèles », in : N. Chevalarias, M. Gandit, M. Morales, D. Tournès (dir.), *Mathématiques récréatives : éclairages historiques et épistémologiques*, EDP Sciences/UGA éditions, Grenoble, 2019, p. 19-46.

(Ageron & Hedfi 2020) Pierre Ageron and Hmida Hedfi, « Ibrāhīm al-Balīshṭār's book of arithmetic (ca. 1575) : Hybridizing Spanish mathematical treatises with the Arabic scientific tradition », *Historia Mathematica* 52, p. 26-50, 2020.

(Anthologie 2002) *Anthologie grecque*, tome XII : Anthologie palatine, livres XIII-XV, texte établi et traduit par Félix Buffière, Paris, Les Belles-Lettres, 2002.

(Aurel 1552) Marco Aurel, *Libro primero de Arithmetica Algebratica, enel qual se contiene el arte Mercantiuol, con otras muchas reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada de Arte Mayor, o Regla de la cosa*, Valence, Joan de Mey, 1552.

(al-Ghurbī) Muḥammad b. Aḥmad al-Ghurbī, *Takhṣīṣ ūlī al-albāb fī sharḥ Talkhīṣ aʿmāl al-ḥisāb*, Bibliothèque nationale de Tunisie, manuscrit 16320/1.

(Haëdo 1612) Diego de Haëdo, *Topografía e Historia general de Argel*, repartida en cincos tradados, Valladolid, Diego Fernández de Córdoba y Oviedo, 1612.

(Hedfi et Abdeljaouad 2025) Hmida Hedfi et Mahdi Abdeljaouad, dans le présent volume : الأراجيز الحسابيّة في "كتاب مختصر في المعاملات والحساب" لمحمد ابن داوود (تـ. بعد 1204)

(Ibn al-Bannāʾ 1988) Ibn al-Bannāʾal-Murrākushī, *Rafʿ al-hijābʿan wujūh aʿmāl al-ḥisāb*, édition critique, traduction, étude philosophique et analyse mathématique par Mohamed Aballagh, thèse présentée à l'université de Paris I Panthéon Sorbonne, 1988 (dactylographiée).

(Ibn al-Hāʾim 1988) Ibn al-Hāʾim al-Miṣrī al-Maqdīsī, *al-Maʿūna fī ʿilm al-ḥisāb al-hawāʾī*, dirāsa wa-taḥqiq Huḍair ʿAbbās Muḥammad al-Munshidawi, Bagdad, Wizārat al-thaqāfa wa-l-iʿlām / Dār al-athār wa-l-turāth,1988.

(Ibn al-Hāʾim 2003) Ibn al-Hāʾim al-Miṣrī al-Maqdīsī, *Sharḥ al-Urjūza al-yāsamīniyya fī al-jabr wa-l-muqābala*, texte établi et commenté par Mahdi Abdeljaouad, Tunis, Publications de l'Association tunisienne des sciences mathématiques, 2003.

le XVI^{e} siècle, les manifestations d'un contexte conflictuel entre musulmans et chrétiens. Certains exemples sont connus. Un problème de Marco Aurel, formulé dans le contexte d'une expédition militaire de Charles Quint vers Alger et se ramenant à un système de trois équations linéaires à trois inconnues, est sans doute l'un de ceux qui a appelé la réplique d'al-Balīshṭār[23]. Le fameux jeu d'élimination de quinze infidèles pour sauver quinze croyants présente une caractéristique fascinante : il en existe des versions donnant le rôle des croyants et celui des infidèles à des juifs, des chrétiens ou des musulmans, selon à peu près toutes les combinaisons possibles[24]. Les problèmes de mathématiques n'ont jamais été exempts de préjugés, d'idéologie, de stigmatisation, de violence. Il n'est peut-être pas inutile d'en être conscient pour penser certaines problématiques actuelles de l'enseignement.

[23] (Aurel 1552, f°96v°)
[24] (Ageron 2018) ; (Ageron & Hamon 2019)

L'autre modification opérée par al-Balīshṭār concerne l'habillage du problème. Fidèle à une partie de la tradition arabe, dont Ibn Dawūd est le témoin, Ortega mettait en scène un homme interrogeant son serviteur ou son domestique, voire son « valet de nuit » selon le traducteur français d'Ortega. Mais revenant à sa thématique favorite, al-Balīshṭār l'a métamorphosé en un capitaine (*ra'īs*) interrogeant un prêtre (*qissīs*). Ce prêtre, sans doute fait captif lors de l'abordage d'un navire chrétien, fait preuve d'une redoutable habileté mathématique : non seulement il est capable de donner l'heure en mer en pleine nuit, ce qui nécessite à la fois l'observation des étoiles et un calcul, mais encore il donne la réponse sous forme d'une énigme arithmétique. Il est tentant de voir en lui une personnification de celui qu'al-Balīshṭār appelle « le prêtre Almān », dont il n'a certes pas capturé la personne, mais au moins le savoir, et ceci pour le bénéfice des musulmans.

Conclusion : un *jihād* par les problèmes mathématiques ?

Lorsque les musulmans de l'époque moderne ont entrepris de traduire en arabe ou en turc des ouvrages mathématiques européens, ils ont souvent privilégié des mathématiques applicables à l'art de la guerre, en s'inscrivant explicitement dans le contexte du *jihād* : il s'agissait de pouvoir combattre l'ennemi à armes égales en se mettant à niveau dans des disciplines telles que l'arpentage, la cartographie, les fortifications, la balistique, l'artillerie, la science des mines, la navigation. Le cas d'al-Balīshṭār est différent : le domaine qui l'intéresse est l'arithmétique, parfois étendue à l'algèbre. Davantage que les transactions commerciales, l'application principale qu'il en attendait était le calcul des successions selon les règles de l'islam ; il appréciait aussi, à l'évidence, les aspects amusants et récréatifs de certains problèmes – rien, en tout cas, qui soit susceptible d'aider à gagner la guerre. Alors, à l'image des infidèles qui, selon lui, inséraient dans leurs livres d'arithmétique beaucoup d'exemples où ils formulaient l'espoir de « s'emparer d'Alger la bien gardée », il a composé des problèmes pseudo-concrets mettant en valeur le *corso*, la *razzia*, la prise de captifs et l'esclavage des mécréants. C'est donc dans un combat tout théorique qu'il est engagé : un *jihād* par les problèmes mathématiques. Il le renforce en émaillant son texte de formules telles que « Que Dieu détruise les chrétiens ! Qu'il les anéantisse ! », ce qui ne l'empêche pas de laisser transparaître une sincère admiration pour la science du supposé « prêtre Almān ».

Il serait intéressant de relever systématiquement, dans la littérature arithmétique et algébrique produite des deux côtés du bassin méditerranéen depuis

Reprenant l'énoncé d'Ortega, al-Balīshṭār y a apporté deux modifications. La première, de nature arithmétique, est *a priori* énigmatique : comment expliquer qu'il ait remplacé « un sixième » par « un cinquième » ? Nous devons noter au préalable qu'un problème d'écoulement des heures de la nuit (ou du jour) ne peut être résolu que si on connaît le nombre total des heures de la nuit (ou du jour). Les versions tardo-antiques et médiévales supposaient toujours, explicitement ou implicitement, un jour et une nuit de 12 heures : cela était conforme à la pratique gréco-romaine consistant à découper le jour, du lever au coucher du Soleil, en 12 heures égales entre elles, mais inégales au fil de l'année – et pareillement pour la nuit. Or à l'époque d'Ortega, cette pratique était obsolète : elle avait progressivement disparu d'Europe au cours du XIV[e] siècle. Cette évolution explique une véritable anomalie dans son énoncé : en voulant faire revivre ce vieux problème, il a considéré le nombre d'heures de la nuit comme une troisième inconnue. Avec la convention d'une nuit de 12 heures, son problème reviendrait à trouver les deux nombres x et y tels que :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}y \\ x + y = 12 \end{cases}.$$

Ceci conduirait à $x = 3\frac{3}{7}$ et $y = 8\frac{4}{7}$. Mais en l'absence de cette convention, il ne s'agit plus que de trouver deux nombres x et y tels que $\frac{1}{2}x = \frac{1}{6}y$, et le problème est indéterminé. Quelle est alors la méthode d'Ortega ? Simplement d'exhiber, sans commentaire, une solution particulière. Pour mieux la comprendre, réécrivons le problème sous la forme $\frac{1}{a}x = \frac{1}{b}y$: l'idée d'Ortega est qu'une solution est donnée par $x = a^2$ et $y = ab$. On en déduit la durée de la nuit : $x + y = a(a + b)$. Avec $a = 2$ et $b = 6$, Ortega obtient $x = 4$ et $y = 12$, ce qui implique une nuit de 16 heures ! Une nuit aussi longue est tout à fait impossible aux latitudes espagnoles, même au solstice d'hiver, mais cela ne semble pas l'avoir arrêté. Son traducteur français n'a pas davantage été surpris par cette nuit digne d'un réveillon de Noël à Dunkerque, ni par le fait que la résolution ne met pas en œuvre la méthode de fausse position, alors même que ce problème figure dans la section consacrée aux applications de cette méthode. Quant à al-Balīshṭār, bien qu'il n'ait pas su démêler la difficulté, il semble avoir fait preuve de davantage d'esprit critique. D'une part il évite prudemment toute allusion au nombre total d'heures de la nuit. D'autre part, il modifie l'énoncé en choisissant $a = 2$ et $b = 5$: l'application de la méthode d'Ortega le conduit à $x = 4$ et $y = 10$, et donc à une nuit de 14 heures. Contrairement à celle de 16 heures, cette durée est possible, y compris à la latitude d'Alger : au solstice d'hiver, la nuit y dure environ 14 heures et 20 minutes.

4. Un problème d’écoulement des heures de la nuit en mer

Énoncé en arabe.

رئيس سأل في جوف الليل القسّيس : كم من ساعة مضت من الليل ؟ فقال < القسّيس > : نصف ساعات الماضي هي خُمس ساعات الباقي. فكم ساعات كانت الماضية وكم الباقية ؟

Traduction de l’énoncé. Au cœur de la nuit, un capitaine interrogea le prêtre : combien d’heures de la nuit sont-elles passées ? Le prêtre dit : la moitié des heures passées sont le cinquième des heures restantes. Combien d’heures étaient-elles passées et combien en restait-il ?

Commentaire. Ce problème s’inscrit dans une longue tradition : celle des problèmes d’écoulement des heures du jour ou de la nuit. En grec, elle est représentée par ce quatrain du livre XIV de l’*Anthologie grecque* : « Dis-nous, horloge sans pareille, / quelle fraction du jour a déjà fui ? / – De la part écoulée, il reste les deux tiers / par deux multipliés[18] ». En arabe, on trouve des *masāʾil al-layl* [problèmes de la nuit] dans plusieurs ouvrages : il y en a deux dans le *Fakhrī* d’al-Karajī (X^e^-XI^e^ siècles)[19], trois dans le *Mukhtaṣar* d’Ibn Dawūd (XII^e^-XIII^e^ siècles)[20] et quatre dans la *Maʿūna* d’Ibn al-Hāʾim (XIV^e^-XV^e^ siècles)[21]. Alors qu’al-Karajī et Ibn al-Hāʾim introduisent leurs énoncés de manière anonyme (« Si on dit… »), Ibn Dawūd crée un dialogue qui n’est pas sans faire penser à celui d’al-Balīshṭār : « Un homme dit à son serviteur (*ghulām*) : combien est-il passé de la nuit, et combien en reste-t-il ? Le serviteur dit : le septième de ce qui est passé est comme le dixième ce qui reste. Combien était-il passé de la nuit, et combien en restait-il ? ». Mais en dépit de l’existence de ces sources arabes, c’est une fois de plus, nous allons le démontrer, le livre espagnol de Juan de Ortega qui a inspiré al-Balīshṭār. Voici le problème posé par Ortega : « Un homme demanda à un de ses domestiques quelle heure de la nuit il était. Il répondit que la moitié des heures passées étaient un sixième de celles à venir. Je demande combien d’heures étaient passées, et combien restaient à venir, et combien il y en avait dans la nuit[22]. »

[18] (Anthologie grecque 2002, p. 50)
[19] (Woepcke 1853, p. 81) ; (Saʿīdān 1986, p. 185)
[20] (Hedfi et Abdeljaouad 2025)
[21] (Ibn al-Hāʾim 1988, p. 373-374)
[22] *Un hombre pregunto a un criado suyo de noche que hora era. El respondio que la mitad de las horas passadas eran un sexmo de las por venir. Demando quantas oras eran passadas, y quantas est avan por venir, y quantas auia en la noche*. (Ortega 1552, f°201r°-v°)

peu avant 1245[15], trois dans le livre d'Ibn Badr, rédigé au plus tard en 1343[16], et deux dans celui d'Ibn Zakariyāʾ al-Awsī al-Gharnāṭī, rédigé entre 1371 et 1404[17]. On peut imaginer que Sīdī Muḥammad Marūgān ait eu connaissance des écrits de ce dernier, Grenadin comme lui, et ait donné l'idée de ce genre de problème à son élève al-Balīshṭār. On remarque cependant que celui-ci a légèrement dévié du modèle de la tradition venue d'Abū Kāmil : la formule *jaysh ghazā* [une armée a fait une razzia] par laquelle ces problèmes commençaient rituellement est remplacée par *ʿamārat al-Jazāʾir ghazat* [la flotte d'Alger a fait une razzia], et les butins ne sont pas ceux ramenés par les différents soldats pris individuellement, mais ceux qui ont été trouvés par la troupe dans les différentes maisons de la ville.

Du point de vue mathématique, al-Balīshṭār se ramène à une équation du second degré dont l'inconnue est le nombre des maisons : « tu poses le nombre total des maisons comme étant une chose ». Pour faciliter l'analyse du problème, nous appellerons n le nombre des maisons, a le butin obtenu dans la première, A le butin obtenu dans la dernière, B le butin total. On a :

$A = a + (n-1)100$ (calcul du n^{e} terme d'une suite arithmétique)

$B = \frac{n}{2}(a + A)$ (somme des n premiers termes d'une suite arithmétique).

En éliminant a entre ces égalités, on trouve que n est solution de l'équation du second degré :

$$(A + 50)n - 50n^2 = B.$$

Al-Balīshṭār écrit l'équation obtenue avec $A = 636970$ et $B = 2028972400$, en utilisant les traditionnelles notations algébriques maghrébines :

637020ش إلاّ 50م ل 2028972400

Puis il la résout avec le procédé habituel. Il y a en fait deux solutions, qui sont 6370 et $6370\frac{2}{5}$, mais il ne retient implicitement que la solution entière $n = 6370$, laquelle est donc le nombre des maisons de la ville. Il en déduit $a = 70$, nombre de de dinars trouvés dans la première maison.

15 (al-Zanjānī 2022, p. 256-261)

16 (Sánchez Pérez 1916, p. 61-64)

17 (Ibn Zakariyāʾ, f°167r°-v°)

الدار الثانية. وتتفاضل هكذا بماية دينار إلى آخر دُورها، فوجدوا في الدار الأخيرة 636970. ثمّ جمعوها فكانت جملتها هذه : 2028972400 كلّها دنانير من النعت. فكم وجدوا فيها من الدور وكم دنانير وجدوا في الدار الأولى ؟

Traduction de l'énoncé. Supposons que la flotte d'Alger a envahi une des villes des chrétiens – que Dieu les détruise ! –, l'a prise et a pillé toutes ses maisons. Dans la première maison, ils ont trouvé un certain nombre de leurs dinars, connus sous le nom d'*escudos*. Dans la deuxième maison, ils ont trouvé 100 dinars de cette qualité de plus que ce qu'ils ont trouvé dans la première maison. Ensuite, dans la troisième maison, ils ont trouvé 100 dinars de plus que ce qu'ils ont trouvé dans la deuxième maison. Et < les sommes trouvées > se surpassent ainsi de 100 jusqu'à la fin des maisons < de la ville >. Dans la dernière maison, ils ont trouvé 636970 < dinars >. Ensuite, ils ont additionné < tous les dinars > ; leur somme était celle-ci : 2028972400, tous des dinars de ce nom. Combien ont-ils trouvé de maisons dans la ville, et combien ont-ils trouvé de dinars dans la première maison ?

Commentaire. Dans le traité d'al-Balīshṭār, ce problème est le dernier d'une série de cinq où il s'agit, connaissant trois des cinq paramètres d'une progression arithmétique (premier terme, dernier terme, nombre de termes, raison arithmétique, somme des termes), de déterminer les deux autres. Ces problèmes ne viennent pas des sources espagnoles, et c'est à leur propos qu'al-Balīshṭār fait référence à al-Ghurbī. Cependant, aucun d'eux n'est emprunté tel quel à al-Ghurbī, et notamment pas ce problème de *razzia*, car al-Ghurbī n'a offert que des problèmes abstraits, non contextualisés[12]. De même, Ibn al-Bannāʾ (XIIIe siècle) ou Ibn al-Hāʾim (XIVe siècle) se sont contentés d'une analyse théorique et/ou d'exemples abstraits[13]. Al-Balīshṭār revendique d'ailleurs la paternité de ce problème. Pour autant, la situation d'une troupe de soldats dont les butins respectifs sont en progression arithmétique n'est pas son invention : elle est même très ancienne dans les mathématiques arabes. Ainsi, ce ne sont pas moins de neuf problèmes de ce type qu'Abū Kāmil a proposé dans son livre d'algèbre rédigé peu avant 870[14]. Il y en a quatorze dans le livre d'al-Zanjānī, rédigé

---

[12] (al-Ghurbī, f°10v°-11v°)
[13] (Ibn al-Bannāʾ 1988, p. 281-287, p. 504-511) ; (Ibn al-Hāʾim 2003, p. 183-184) ; (Ibn al-Hāʾim 1988, p. 271-278)
[14] (Abū Kāmil 2012, p. 682-689)

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 1770 = 35400.$$

Au premier regard, elle peut sembler très différente, mais la filiation est indubitable : al-Balīshṭār a voulu modifier le problème d'Ortega pour qu'il admette une solution entière, ce qui montre un certain esprit critique. Pour cela, il a multiplié les constantes 30 et 600 de ce problème par le dénominateur 59 qui intervient dans la solution, ce qui lui a donné 1770 et 35400. Mais comment expliquer la disparition du terme $2x$? Tentons une hypothèse, en continuant à utiliser le langage algébrique pour en clarifier l'exposition. S'il avait proposé de résoudre le problème

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 1770 = 35400,$$

la solution en eût été $x = 11400$, ce qui n'a rien de particulier. Or il se trouve que la même équation privée du terme $2x$ a pour solution $x = 35400$. En effet, on a :

$$\frac{35400 - 1770}{35400} = \frac{19}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}.$$

À l'issue du calcul, toujours mené à partir de la fausse position $x = 20$, al-Balīshṭār obtient donc comme solution un nombre qui était écrit dans son énoncé ! Le désir de produire cet effet de surprise est peut-être ce qui l'a poussé à cette seconde modification de l'énoncé d'Ortega.

Il nous reste à commenter l'habillage : chez al-Balīshṭār, le drapier d'Ortega devient un capitaine de navire (*raʾīs al-baḥr*), qui a récolté auprès des chrétiens un butin en pièces de monnaie espagnoles dont un de ses compagnons veut connaître le nombre. De quelles pièces s'agit-il ? Dans l'énoncé du problème tel qu'il figure dans les manuscrits, elles sont appelées *kurānī* : ce mot, non attesté par ailleurs, est à notre avis une altération de copie de *kurūnash* [coronas]. Dans la solution, un nom différent leur est donné : *ashqūdush* [escudos]. Cela ne doit pas surprendre, car les deux termes, couronnes ou écus, étaient utilisés de manière interchangeable pour désigner les mêmes pièces d'or, frappées en Espagne à partir de 1535.

3. Un problème de *razzia* d'une ville chrétienne

Énoncé en arabe.

قدّرنا أنّ عَمارة الجزائر غزت بلدة من بلاد النصارى، دمّرهم الله. فأخذوها وسلبوا جملة ديارها. فوجدوا في الدار الأولى عددًا من دنانيرهم المعروفة بالأشقود. ووجدوا في الدار الثانية 100 دينارًا من الصفة زائدة على ما وجدوا في الدار الأولى. ثمّ وجدوا في الدار الثالثة 100 دينارًا زائدة على ما وجدوا في

aux ouvriers travaillant pour des chrétiens, laissant entendre qu'il n'est pas plus favorable que celui d'esclave : les ouvriers doivent en effet reverser à leur employeur une grande partie du produit de leur travail, selon un pourcentage fixe. Enfin, ajoute-t-il pour parfaire son réquisitoire, les chrétiens incorporent périodiquement les intérêts au capital, afin qu'ils portent intérêts à leur tour.

2. Un problème de butin pris en mer

Énoncé en arabe.

رئيس من رؤساء البحر غنم غنيمةً من دنانيرهم المعروفة بالكروناش. فسأله صاحب له : كم عدّتها ؟ فقال له : لو كان لي مثل نصف الذي غنمت ومثل ربعه وخمسه و1770 دينارًا من النعت زائدة، لاجتمع لي 35400 دينارًا. فكم كانت الدنانير التي غنم ؟

Traduction de l'énoncé. Un capitaine de la mer s'empara < auprès des chrétiens > d'un butin composé de leurs dinars, connus sous le nom de *coronas*. Un de ses compagnons lui demanda quel était leur nombre. Il lui dit : si j'avais l'équivalent de la moitié de ce que j'ai pris, et l'équivalent de son quart et de son cinquième, et 1770 dinars supplémentaires du même nom, cela me ferait un total de 35400 dinars. Combien de dinars a-t-il pris ?

Commentaire. Ce problème est inspiré d'un problème du livre de Juan de Ortega[11]. Cependant, al-Balīshṭār l'a profondément transformé, en en modifiant à la fois l'habillage et la question mathématique à résoudre. Ortega évoquait un marchand, qui souhaite acheter un certain nombre de draps et demande au drapier combien il en a ; celui-ci lui répond que s'il avait une seconde fois ce nombre de draps, et sa moitié, et son cinquième, et son quart, et 30 de plus, il en aurait au total 600. En termes algébriques, cela revient à résoudre l'équation :

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}x + 30 = 600.$$

Ortega en détermine la solution en soustrayant d'abord 30 de 600, puis en choisissant la fausse position $x = 20$ et en rectifiant celle-ci par proportionnalité. Il obtient ainsi :$x = \frac{20\times 570}{59} = 193\frac{13}{59}$. S'agissant d'un nombre de draps à trouver, cette solution non entière et compliquée rend le problème assez peu convaincant. Le problème d'al-Balīshṭār, lui, revient à l'équation suivante :

[11] *Un mercader quiere comprar cierta cantidad de paños. El quel pescuda a su dueño que quantos paños tiene. El otro responde que si el tuviesse otros tantos como tiene y la mitad delos que tiene y el quinto delos que tiene y el quarto delos* que *tiene y 30 mas que por todos, montaran 600 paños. Demando que quantos paños tenia de vender.* (Ortega 1552, f°200v°)

composé deux autres dont les contextes sont licites dans l'islam. Le premier est arithmétiquement identique au problème d'Aurel : « Un homme a embauché un employé pour faire paître 30 moutons pendant 4 mois pour 10 dinars. Ensuite, il a embauché un autre employé pour faire paître 60 moutons pendant 8 mois au taux susdit. Quel salaire lui donnera-t-il ? ». Le second, aux données numériques différentes, est celui qui nous intéresse. Si le contexte de location d'esclaves peut nous sembler plus choquant que celui d'argent placé à intérêts, il était plus acceptable aux yeux d'al-Balīshṭār. Il y met en scène un capitaine (*ra'īs*) qui emploie à bord de ses bateaux des esclaves (*mamlūk*-s) loués pour quelques mois. La *Topografía e Historia General de Argel* nous donne une explication très claire de la manière dont les choses se passaient :

> Le capitaine qui n'a pas une quantité suffisante de chrétiens avec lesquels il puisse armer le navire – presque tous en effet en emmènent trois pour chaque rame, et beaucoup en emmènent quatre, au moins dans le quartier de poupe - loue en tel cas les chrétiens à des marchands qui en détiennent habituellement pour cela. À l'un, il en prend deux, quatre, six ou huit, et à l'autre, douze, vingt, trente ou et autant qu'il veut en choisir, de ceux qui lui plaisent le plus et lui semblent être les plus forts. Et pour chacun, il paie douze écus d'or pour une campagne de navigation[10].

En rapprochant ce loyer de 12 écus d'or – comprendre : 12 dinars – par campagne de navigation et par esclave de l'énoncé d'al-Balīshṭār, selon lequel que 39 esclaves pendant 4 mois reviennent à 468 dinars, il est facile de calculer que la chiourme était en mer pendant quatre mois de l'année, ce qui est effectivement l'ordre de grandeur généralement admis.

Ce problème est pour al-Balīshṭār l'occasion d'une série de remarques polémiques comparant les usages chrétiens et musulmans. Conscient sans doute de la tendance croissante du magistère catholique à condamner l'esclavage, informé peut-être de l'interdiction papale faite aux colons espagnols d'asservir les Indiens d'Amérique, il réaffirme d'abord la licéité de l'esclavage dans l'islam. Puis, semblant avoir en tête la situation de serfs des grands seigneurs fonciers qui était celle de la plupart des morisques de la couronne d'Aragon, il dénonce le sort fait

[10] *El Arráez, que no tiene tanta copia de christianos que con ellos baste armar el vajel, porque casi todos llevan a tres por cada remo y muchos a cuatro (a lo menos en el quartel de popa), en tal caso alquila los christianos a mercaderes que los suelen tener para esto, y de uno toma dos, cuatro, seis y ocho, y de otro diez, doze, veynte, treynta y cuantos quiere él scoger, de los que más le agradan y parecen ser más recios, y por cada uno paga doze escudos de oro por un viaje.* (Haëdo 1612, f°16r°)

1565. Pour aller hanter les côtes espagnoles, ils construisaient et armaient leurs propres navires. Les milliers de prisonniers chrétiens ramenés dans la régence d'Alger étaient fréquemment employés comme bûcherons ou comme scieurs pour la construction navale ; pendant les mois favorables à la navigation, ils étaient aussi proposés à la location comme rameurs.

Tout ce contexte de violence maritime est sous-jacent à quatre des problèmes d'al-Balīshṭār, dispersés à différents endroits de l'ouvrage. Ce sont eux que nous allons maintenant commenter, tant sur le plan mathématique que sur les plans historique et culturel.

1. Un problème de location d'esclaves

Énoncé en arabe.

رئيس استأجر 39 مملوكًا 4 أشهر بهذا : 468 دينارًا. ثمّ استأجر بعد ذلك 60 مملوكًا 8 أشهر على تلك النسبة. فكم تكون الأجرة ؟

Traduction de l'énoncé. Un capitaine a embauché 39 esclaves pendant 4 mois pour ceci : 468 dinars. Après cela, il a embauché à ce taux 60 esclaves pendant 8 mois. Quel est le montant de la location ?

Commentaire. Ce problème est une application de la version de la règle de trois dite « avec temps ». Sa résolution consiste à demander : si 39×4 mois de travail coûtent 468 dinars, combien coûtent 60×8 mois de travail ? On calcule par conséquent $\frac{468 \times 60 \times 8}{39 \times 4}$ et on obtient 1440 dinars. Ayant précédemment exposé et appliqué cette règle sur un autre exemple, al-Balīshṭār se dispense de toute explication sur la méthode et se contente d'annoncer : « Tu trouveras cela : 1440 dinars ». Notons ici que nous avons été amenés à rectifier une donnée de l'énoncé : dans les quatre manuscrits où apparaît le problème, on lit que 39 esclaves pendant 4 mois reviennent à 60 dinars, alors qu'il faut 468 dinars pour obtenir un résultat de 1440 dinars ; l'explication la plus probable est que tous dérivent d'un même manuscrit dont le copiste aurait écrit « 60 dinars », trompé par le fait qu'il est question aussitôt après de « 60 esclaves ». Quant à l'exemple sur lequel al-Balīshṭār expose le principe de la règle de trois avec temps, il est relatif à un placement d'argent avec intérêts : « si 30 dinars rapportent 10 < dinars > en 4 mois, combien rapporteront 60 dinars en 8 mois au taux indiqué ? » Or cet exemple, qu'il a emprunté à Marco Aurel[9], lui déplaît, pour des raisons religieuses. Il en a donc

[9] (Aurel 1552, f°23v°)

Qalaṣādī (XVe siècle) n'est pas évoqué, mais on peut ponctuellement suspecter son influence : il est par exemple le seul auteur chez qui nous ayons pu trouver une définition de l'addition mot pour mot identique à celle proposée par al-Balīshṭār[6].

Malgré cette polyphonie de sources, notre sentiment est qu'al-Balīshṭār, au moment où il rédigea son ouvrage, n'avait plus accès au texte complet d'aucune d'elles, qu'elles soient espagnoles ou arabes. Peut-être même n'en possédait-il pas de copie lorsqu'il vivait en Espagne : il nous paraît possible qu'il n'ait composé son livre qu'à partir de ce qui lui avait été dicté par son maître Sīdī Muḥammad Marūgān : cela expliquerait l'imprécision de ses références bibliographiques. Dans cette hypothèse, son rôle se serait limité à ajouter les quelques problèmes et remarques qu'il présente avec fierté, et parfois naïveté, comme lui étant propres.

Une préoccupation majeure : le *corso* et la *razzia*

L'arrivée d'al-Balīshṭār dans la régence d'Alger semble suivre de peu la grande défaite navale ottomane de Lépante (1571). Or on sait qu'après celle-ci, la guerre islamo-chrétienne en Méditerranée a changé de visage : désormais, plus d'affrontements de grandes flottes, mais une explosion du *corso*, pratique intermédiaire entre guerre de course et piraterie, admise tant par les musulmans que par les chrétiens comme une forme de la guerre sainte[7]. Depuis les régences ottomanes d'Afrique du nord s'élancèrent une multitude de galiotes et de frégates, arraisonnant les navires chrétiens et capturant leurs équipages. Le *corso* était complété par la *razzia* : de brèves incursions sur les rivages ennemis afin de piller les villages et de faire, là encore, des captifs[8].

L'arrivée des morisques tout au long du XVIe siècle – particulièrement de ceux installés à Cherchell – contribua à amplifier les phénomènes du *corso* et de la *razzia* : plus habiles et instruits que les populations locales, très remontés contre les chrétiens en raison des persécutions qu'ils avaient subies, connaissant bien la topographie des côtes espagnoles et parlant couramment le castillan ou le valencien, ils étaient parfaitement à même de mener avec succès des raids de grande ampleur, comme ce fut le cas à Órgiva (province de Grenade) le 23 août

[6] (al-Qalaṣādī 1988, p. 32)

[7] Le mot *corso*, emprunté à la *lingua franca* méditerranéenne, a été proposé par l'historien Michel Fontenayen 1975 et est depuis largement adopté par les historiens francophones.

[8] Le mot *razzia*, emprunté à l'arabe dialectal maghrébin غازية correspondant à l'arabe littéral غَزْوة, avec gémination du *z* sous influence italienne, est entré définitivement dans la langue française vers 1840.

Quelles sont les sources du livre d'al-Balīshṭār ?

Si l'on en croit ce que dit Ibrāhīm al-Balīshṭār dans son introduction, il se serait appliqué à traduire « de la langue étrangère à la langue arabe » l'ouvrage du « prêtre Almān », dont il avait étudié des parties sous la direction de son maître, et y aurait ajouté des avertissements (*tanbīhāt*) et conseils utiles (*fawāʾid*) de son cru. Notre analyse a montré que la situation est plus compliquée.

En premier lieu, le « prêtre Almān » n'existe pas ! Cette dénomination semble amalgamer deux auteurs espagnols : Juan de Ortega, un prêtre dominicain originaire de Castille qui enseignait l'arithmétique commerciale en Aragon, et Marco Aurel, surnommé Alemán en raison de son origine allemande, qui exerçait comme maître d'écriture et de calcul dans les classes élémentaires de l'université de Valence, mais ne s'est jamais présenté comme prêtre. Ce sont leurs deux traités qu'al-Balīshṭār a utilisés pour composer le sien, en traduisant de manière alternée des passages de l'un et de l'autre. Le *Libro primero de arithmetica algebratica* de Marco Aurel a connu une seule édition, imprimée à Valence en 1552, ce qui fournit un *terminus post quem* à l'écriture du livre d'al-Balīshṭār. Quant au *Tractado subtilissimo d'arismetica y de geometria* de Juan de Ortega, il a connu de nombreuses éditions, dont la première date de 1512, et plusieurs traductions, dont une en français imprimée en 1515 : on peut privilégier l'hypothèse que c'est l'édition publiée à Séville en 1552 qu'al-Balīshṭār a utilisée, puisqu'elle est exactement contemporaine de la parution du livre d'Aurel, mais les différences entre les éditions ne permettent pas d'être catégorique.

Mais ce n'est pas tout : al-Balīshṭār, bien qu'ayant acquis l'essentiel de ses connaissances à travers des manuels d'auteurs chrétiens de langue espagnole, s'est efforcé de s'inscrire aussi dans la tradition arabe maghrébine. Quatre mathématiciens appartenant à cette tradition sont mentionnés dans son livre. Parmi eux, deux auteurs anciens et prestigieux, Ibn al-Yāsamīn (XII^e siècle) et Ibn al-Bannāʾ (XIII^e siècle), sont évoqués sans référence à un ouvrage particulier. Les deux autres sont des mathématiciens du Maghreb central du XIV^e siècle, dont al-Balīshṭār mentionne un ouvrage sans cependant en extraire aucun passage : il s'agit d'une part de Muḥammad al-Ghurbī et de son commentaire sur l'abrégé d'arithmétique d'Ibn al-Bannāʾ, et d'autre part de Saʿīd al-ʿUqbānī et de son commentaire abrégé sur le traité sur les successions d'al-Ḥūfī[5]. À l'inverse, le célèbre auteur andalou al-

[5] (al-Ghurbī) ; (al-ʿUqbānī)

en pleine renaissance. Il en est plusieurs fois question dans la *Topografía e Historia general de Argel*, ouvrage très bien informé publié sous le nom de Diego de Haëdo, mais dont le véritable auteur serait, selon la plupart des spécialistes, Antonio de Sosa, né au Portugal vers 1538, captif à Alger d'avril 1577 à juillet 1581. On y lit :

> Cherchell < est > une place portuaire de taille moyenne, distante d'Alger de soixante milles vers l'ouest, atteignant mille maisons, toutes occupées par des morisques qui ont fui de Grenade, d'Aragon et de Valence et sont passés en Barbarie pour vivre libres et à leur guise selon la loi de Mahomet[3].

C'est donc là, à Cherchell, aux environs de 1575, qu'Ibrāhīm al-Balīshṭār a composé son ouvrage d'arithmétique.

Comment le livre d'al-Balīshṭār est-il parvenu jusqu'à nous ?

Aucun manuscrit autographe de cet ouvrage n'a jamais été signalé. La localisation actuelle des six manuscrits connus à ce jour, tous repérés par Hmida Hedfi, suggère sa circulation en direction de l'est : l'un d'eux est conservé à Constantine, quatre autres à Tunis et le dernier à Tripoli[4]. Tous sont tardifs : celui de Constantine, le seul daté, a été copié en 1096 AH, c'est-à-dire en 1685 AG, et les autres semblent plutôt remonter au XVIII^e^ ou au XIX^e^ siècle. Dans tous, les aléas de la transmission ont entraîné des lacunes et des erreurs de copie nombreuses et importantes, qui n'ont pu que représenter une gêne considérable, sinon insurmontable, pour leurs lecteurs. À l'occasion, les copistes ont tenté, avec plus ou moins de bonheur, de corriger ces défauts : ainsi le copiste d'un des manuscrits de Tunis a-t-il suppléé à l'absence de la fin du texte en interpolant des problèmes prélevés dans d'autres sources. L'analyse méticuleuse des lacunes et variantes des six copies nous a permis de les ordonner dans un *stemma Codicum* et de déterminer celle qui est la plus fidèle à l'archétype perdu duquel toutes découlent. Notre édition critique en préparation vise à restituer un texte aussi proche que possible de celui de cet archétype.

---

[3] *Sargel, un lugar de razonable puerto - que está para Poniente distante de Argel sesenta millas-, que será de hasta mil casas y todas de moriscos que de Granada, Aragón y Valencia han huido y pasado a Berbería para vivir en la ley de Mahoma libres, a su placer.* (Haëdo 1612,f°179r°) Toutes les traductions sont les nôtres.

[4] Constantine, université Émir Abdelkader, bibliothèque des cheikhs, ms. 550/2 ; Tunis, bibliothèque nationale de Tunisie, mss 16450/1, 13053/19, 16497/1 et 00692 ; Tripoli, Centre libyen pour les manuscrits et les études historiques, ms. 1096.

européennes chrétiennes. Particulièrement intéressants sont les problèmes faisant allusion aux pratiques de guerre emblématiques que furent le *corso* en mer Méditerranée et la *razzia* sur les côtes chrétiennes.

Qui est Ibrāhīm al-Balīshṭār ?

Dans les premières lignes de son livre, notre auteur décline son identité sous la forme suivante : « Ibrāhīm fils de ʿAbdallāh fils de Muḥammad al-Balīshṭār al-Thaghrī, de Barbwāsh par la naissance et de Sharshāl par le domicile et la résidence ». Ce personnage est inconnu de tous les dictionnaires biographiques, mais nous avons pu, dans une étude précédente, préciser son origine[1]. Commençons par le gentilé *al-Thaghrī* : traditionnellement rendu en français par « le Tagarin », il désignait en Afrique du nord un émigrant musulman ayant quitté les terres de la couronne d'Aragon – par opposition aux Andalous, issus du royaume de Grenade. Nous avons montré que le lieu de naissance de notre Ibrāhīm, arabisé en *Barbwāsh*, doit être identifié à Barbués, village rural du Haut-Aragon exclusivement peuplé de musulmans jusqu'au XVIe siècle ; de même, son nom al-Balīshṭār est l'arabisation de Bellestar, un village situé à une vingtaine de kilomètres du précédent. Nous avons même trouvé trace dans les archives espagnoles de son probable grand-père : un certain *Mahoma de Bellestar*, c'est-à-dire Muḥammad al-Balīshṭār, recensé à Barbués en 1496. Ibrāhīm, lui, pourrait être né vers 1530. Il ne précise pas dans quelle ville il a étudié la science du calcul, mais nous révèle que son maître, qu'il décrit comme un brillant arithméticien et spécialiste de la division des héritages, était originaire de Grenade : un certain Sīdī Muḥammad al-Andalusī al-Gharnāṭī, appelé Marūgān. L'existence de ce maître, jusqu'ici inconnu, montre que l'arithmétique appliquée aux successions restait vivante chez les morisques du XVIe siècle. Le fait mérite d'être souligné, car on n'a trouvé jusqu'ici que très peu de témoignages de cette persistance, à l'exception notable d'un ample traité *aljamiado* (de l'espagnol écrit en caractères arabes) découvert à Almonacid de la Sierra (province de Saragosse, Aragon)[2]. À Barbués, les registres des recensements successifs montrent que beaucoup d'habitants, sans doute lassés des persécutions, émigrèrent au cours du XVIe siècle, donc avant même l'expulsion générale des morisques ordonnée en 1610. Tel fut le cas d'Ibrāhīm al-Balīshṭār : aux environs sans doute de 1570, il prit la mer et s'installa dans la ville côtière de Cherchell (*Sharshāl*). Cette ancienne cité romaine était alors

[1] (Ageron and Hedfi 2020)
[2] (Sánchez Pérez 1914)

Corso et *razzia* dans le livre d'arithmétique *d'Ibrāhīm al-Balīshṭār* (v. 1575)

Pierre Ageron
Laboratoire de mathématiques
Nicolas Oresme, Université de Caen / CNRS

Cette contribution est consacrée à un ouvrage oublié : un curieux recueil pédagogique de problèmes arithmétiques, écrit en langue arabe, parvenu jusqu'à nous par six copies manuscrites. Son introduction présente un caractère très inhabituel. L'auteur, un certain Ibrāhīm al-Balīshṭār, raconte qu'il a passé sa jeunesse en terre chrétienne, où il a étudié la science du calcul. Ayant émigré à Cherchell, à une centaine de kilomètres à l'ouest d'Alger, il y a constaté avec dépit la quasi-disparition de cette science et a décidé de traduire un livre écrit, dit-il, par un prêtre chrétien.

En matière de traduction de livres scientifiques, les historiens connaissent bien l'important mouvement de l'arabe vers le latin qui a pris place du XI^{e} au XIV^{e} siècle et relancé l'activité intellectuelle de l'Europe latine. Or l'ouvrage d'Ibrāhīm al-Balīshṭār est plus tardif : nous estimons sa date de composition autour de 1575. Il est le cas le plus précoce que nous connaissions d'un grand mouvement en sens inverse, encore méconnu, qui s'étend du XVI^{e} au XIX^{e} siècle et a vu traduire ou adapter, dans des contextes variés, mais avant toute colonisation, de nombreux ouvrages scientifiques européens dans les pays d'Islam. Son importance réside donc avant tout dans ce rôle de marqueur dans l'histoire de la circulation des savoirs. De plus, beaucoup des problèmes arithmétiques qu'il contient sont accommodés au contexte culturel de la régence ottomane d'Alger par les situations concrètes leur servant d'habillage, les monnaies et mesures utilisées, ou diverses anecdotes et remarques subsidiaires. En cela, il constitue aussi un riche témoignage venu de l'intérieur sur la vie quotidienne dans la régence d'Alger pendant la seconde moitié du XVI^{e} siècle, période pour laquelle on dispose essentiellement de sources

Section en langue française

Sommaire

Les mathématiques et leurs applications dans la civilisation islamique en Occident musulman

Travaux de la rencontre scientifique internationale
Les 8 et 9 Octobre 2024

Le comité scientifique :

P. Mourad Bel-Lesoued : (Directeur du Cabinet du Ministère de l'Enseignement supérieur et de la recherche scientifique et Directeur général de la Recherche scientifique)

P. Youssef Ben Othman : (Directeur général du CERES)

P. Béchir Abdellaoui : (Directeur du Centre des études islamiques de Kairouan)

P. Hmida Hedfi : (Ministre de l'éducation)

P. Fadhel Adel : (Président de l'Association mathématiques et applications)

P. Mohamed Selmi : (Université de Sousse)

P. Med Habib Allani : (Centre des études islamiques de Kairouan)

P. Mahdi Abdeljaoued : (Université de Tunis)

P. Noureddine Es-Safi : (Institut Yaqaloun–Damam)

P. Youssef Shili : (Université Ez-Zitouna)

Secrétariat : Najoua Neggazi

Imprimerie Officielle de la République Tunisienne

Publication du **Centre des Etudes Islamiques de Kairouan**

2025

ISBN 978-9973-928-36-8

Ministère de l’Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Université Ez-Zitouna

Centre des Études Islamiques de Kairouan

Laboratoire de la pensée islamique
et ses transformations et la construction de l'état national

Les mathématiques et leurs applications dans la civilisation islamique en Occident musulman

Actes de la rencontre scientifique internationale
Organisée par le Centre des études islamiques de Kairouan
En collaboration avec le Centre des études et de la recherche économiques et sociales de Tunis
Laboratoire des écoles religieuses au Maghreb islamique et de la science des religions
Association de mathématiques et applications
8 – 9 octobre 2024